10 MINUTE SCHOOL

পদার্থবিজ্ঞান

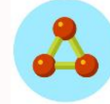
শর্ট সিলেবাস

HSC 2021



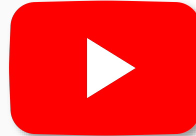
নুমেরি সাত্তার অপার
সৈয়দ আল নাহিয়ান
ইমরান মোস্তফা
চিন্ময় সাহা



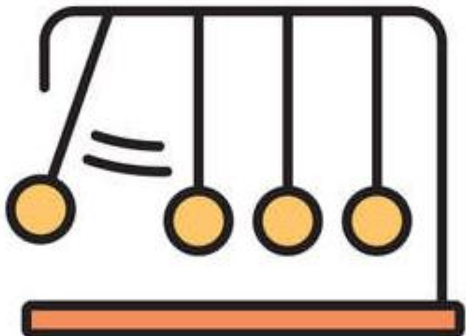


Physics 1st Paper

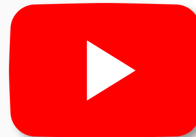
এইচ এস সি ২১ শর্ট সিলেবাসের পদার্থবিজ্ঞান ১ম পত্রের ক্লাস গুলো পেতে নিচের বাটনে ক্লিক করো



Physics 2nd Paper

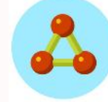


এইচ এস সি ২১ শর্ট সিলেবাসের পদার্থবিজ্ঞান ২য় পত্রের ক্লাস গুলো পেতে নিচের বাটনে ক্লিক করো



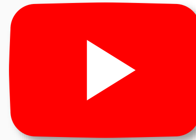


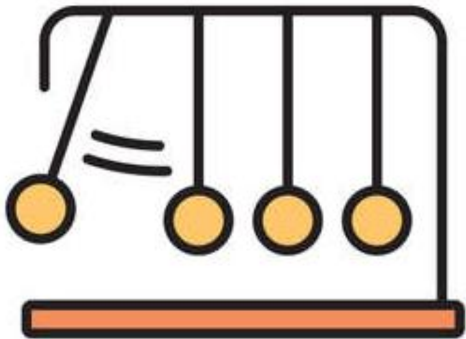




Physics 1^{st} Paper

এইচ এস সি ২১ শর্ট সিলেবাসের পদার্থবিজ্ঞান ১ম পত্রের ক্লাস গুলো পেতে নিচের বাটনে ক্লিক করো







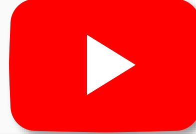


DOWNLOAD THE APP

10 MINUTE SCHOOL

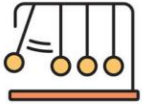
সূচিপত্র

এইচ এস সি ২১ শর্ট সিলেবাসের পদার্থবিজ্ঞান ১ম পত্রের ক্লাস গুলো পেতে নিচের বাটনে ক্লিক করো





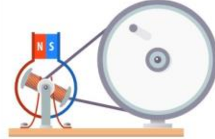

Vector







Newtonian Mechanics



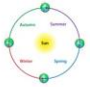




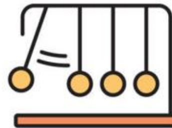
WORK, ENERGY AND POWER







Periodic Motion



IDEAL GAS & GAS KINEMATICS

(আদর্শ গ্যাস ও গ্যাসের গতিতত্ত্ব)







Model Test And Solve Sheet



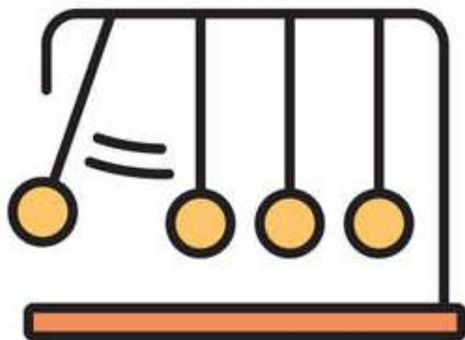




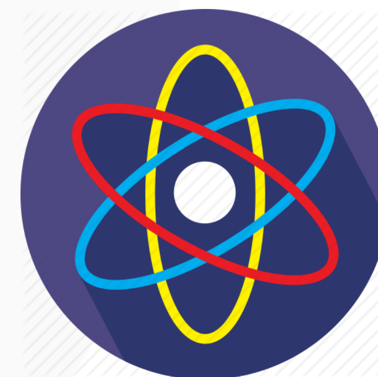


Vector

Paper-1, Chapter-2







আজকের আলোচ্য বিষয়সমূহঃ

- ভেক্টরের ধর্ম এবং চিহ্ন (Vector Properties & Signs)
- ভেক্টরের প্রকাশ (Expression of a Vector)
- বিশেষ ভেক্টর (Special Vectors)
- ভেক্টর রাশির জ্যামিতিক যোজন (Geomatrical Expressions of Vector Addition)
- লম্বাংশের সাহায্যে ভেক্টরের যোজন এবং বিয়োজন (Vector Addition & Subtraction with Perpendicular Components)

ভেক্টরের ধর্ম এবং চিহ্ন (Vector Properties & Signs)

ধর্ম বা বৈশিষ্ট্য (Properties)

১। ভেক্টর রাশির মান এবং অভিমুখ আছে।

২। দুই বা ততোধিক সমজাতীয় ভেক্টরকে যোগ করা যায়। ভিন্ন প্রকৃতির ভেক্টরকে যোগ করা যায় না।

৩। মান অথবা দিক যেকোনো একটি অথবা উভয়ের পরিবর্তনে ভেক্টর রাশি পরিবর্তিত হয়।

৪। ভেক্টরের যোগ-বিয়োগ-গুণ সাধারন গাণিতিক নিয়মে হয় না। জ্যামিতিক ও বীজগাণিতিক নিয়মে হয়।

৫। ভেক্টরের গুণফল এদের মধ্যবর্তী কোণের উপর নির্ভর করে। দুটি রাশির কোনটির মান শূন্য নয় এমন দুটি ভেক্টরের গুণফল শূন্য হতে পারে।

ভেক্টরের ধর্ম এবং চিহ্ন (Vector Properties & Signs)

ধর্ম বা বৈশিষ্ট্য (Properties)

৬। দুই বা ততোধিক ভেক্টর যোগ করলে যে ভেক্টর পাওয়া যায় তার প্রথমোক্ত ভেক্টর দুটির সম্মিলিত ক্রিয়ার ফলাফলের সমান হয় ।

৭। দুটি ভেক্টরের ভেক্টর গুণফল একটি ভেক্টর রাশি হয় ।

৮। দুটি ভেক্টরের স্কেলার গুণফল স্কেলার রাশি হয় ।

৯। কোন ভেক্টর রাশি ও তার মানের অনুপাত দ্বারা ভেক্টরটির দিক নির্দেশিত হয় ।

১০। ভেক্টর রাশির যোগ সংজোযন এবং বন্টন সূত্র মেনে চলে ।

১১। ভেক্টর রাশি কে উপাংশে বিভক্ত করা যায় ।

ভেক্টরের ধর্ম এবং চিহ্ন (Vector Properties & Signs)

চিহ্ন (Sings of Vector):

উপরে তীর চিহ্নের মাধ্যমে

$\vec{A}$

উপরে রেখা চিহ্নের মাধ্যমে

$\bar{A}$

নিচে রেখা চিহ্নের মাধ্যমে

$\underline{A}$

ছাপার ক্ষেত্রে মোটা হরফের মাধ্যমে

$\mathbf{A}$

ভেক্টরের ধর্ম এবং চিহ্ন (Vector Properties & Signs)

ভেক্টর এবং স্কেলার রাশির মধ্যে পার্থক্য (Difference Between Vectors and Scalars):

ভেক্টর রাশি	স্কেলার রাশি
যেসব ভৌত রাশি কে সম্পূর্ণরূপে প্রকাশ করার জন্য মান এবং দিক উভয়ের প্রয়োজন হয় তাদেরকে ভেক্টর রাশি বলে। যেমন - সরণ, বেগ, ওজন ও বল।	যেসব ভৌত রাশি কে শুধু মান দ্বারা সম্পূর্ণ রূপে প্রকাশ করা যায়, দিক নির্দেশের প্রয়োজন হয় না ; তাদেরকে স্কেলার রাশি বলে। যেমন - দৈর্ঘ্য, দ্রুতি, ভর এবং সময়।
শুধু মান অথবা দিক অথবা উভয়ের পরিবর্তন হলে ভেক্টর রাশি পরিবর্তন হয়।	শুধু মানের পরিবর্তন হলে স্কেলার রাশির পরিবর্তন হয়।
ভেক্টর রাশির যোগ বিয়োগ গুণ ইত্যাদি সাধারণ গাণিতিক নিয়মে হয় না ভেক্টর বীজগণিতের নিয়ম অনুসারে হয়।	স্কেলার রাশির যোগ বিয়োগ গুণ ইত্যাদি সাধারণ গণিত এর নিয়ম অনুসারে হয়।

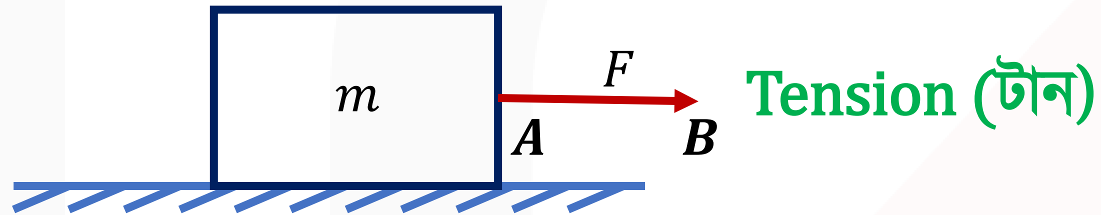
ভেক্টরের ধর্ম এবং চিহ্ন (Vector Properties & Signs)

ভেক্টর এবং স্কেলার রাশির মধ্যে পার্থক্য (Difference Between Vectors and Scalars):

ভেক্টর রাশি	স্কেলার রাশি
দুটি ভেক্টর রাশির মধ্যে কোনোটির মান শূন্য না হলেও তাদের গুণফল শূন্য হতে পারে।	দুটি স্কেলার রাশির গুণফল কখনো শূন্য হতে পারে না যদি না অন্তত তাদের একটি মান শূন্য হয়।
ভেক্টর রাশি প্রকাশের জন্য তীর বা অন্যান্য চিহ্ন ব্যবহার করতে হয়।	স্কেলার রাশি প্রকাশের জন্য কোন বিশেষ চিহ্ন ব্যবহার করতে হয়না।
দুটি ভেক্টর রাশির গুণফল গুণনের প্রকৃতির ওপর নির্ভর করে একটি স্কেলার রাশি হতে পারে অথবা একটি ভেক্টর রাশি হতে পারে।	দুটি স্কেলার রাশির গুণফল সর্বদা একটি স্কেলার রাশি হয়।

ভেক্টরের প্রকাশ (Expression of a Vector)

বল (Force):



Tension (টান)

ধারক রেখা $\overrightarrow{AB}$

A $\longrightarrow$ আদি বিন্দু

বলের ক্রিয়াবিন্দু (A)

$\overrightarrow{CD} = F_2$



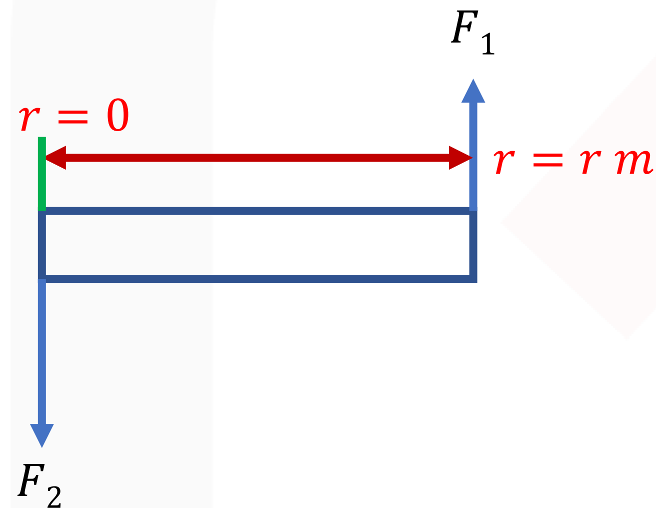
Thrust (ধাক্কা)

ভেক্টরের প্রকাশ (Expression of a Vector)

ঘূর্ণন বল বা বলের ভ্রামক (Torque):

$$\vec{F_1} = -\vec{F_2}$$

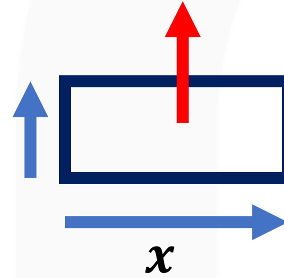
$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$



1. কত দূরে?
2. কত জোরে?

ভেক্টরের প্রকাশ (Expression of a Vector)

তল (Surface):

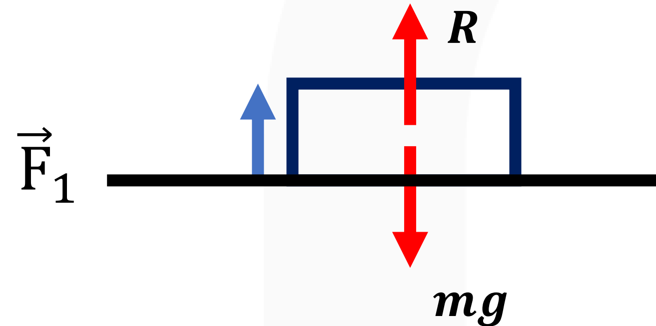


$$\vec{x} \times \vec{y} = \vec{A}$$

ক্রস গুণফলের

বিশেষ ভেক্টর (Special Vectors)

শূন্য ভেক্টর (Null Vector):



$$\vec{R} = -m\vec{g}$$

$$\vec{R} + m\vec{g} = \vec{0}$$

সুনির্দিষ্ট দিক নেই।

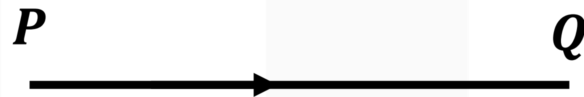
বিশেষ ভেক্টর (Special Vectors)

সঠিক ভেক্টর (Proper Vector):

যে ভেক্টরের মান শূণ্য নয়।

বিশেষ ভেক্টর (Special Vectors)

একক ভেক্টর (Unit Vector):



$$\overrightarrow{PQ} = \vec{A}$$

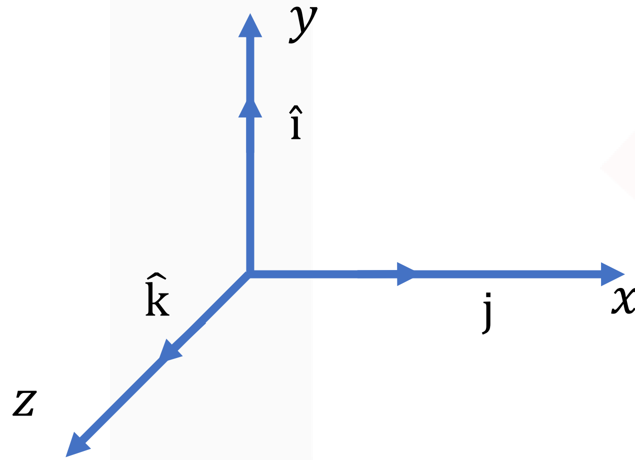
$$|\overrightarrow{PQ}| = |\vec{A}| = A$$

$$\frac{\vec{A}}{A} = \hat{a}$$

$$\hat{a} \longrightarrow \vec{A}$$

বিশেষ ভেক্টর (Special Vectors)

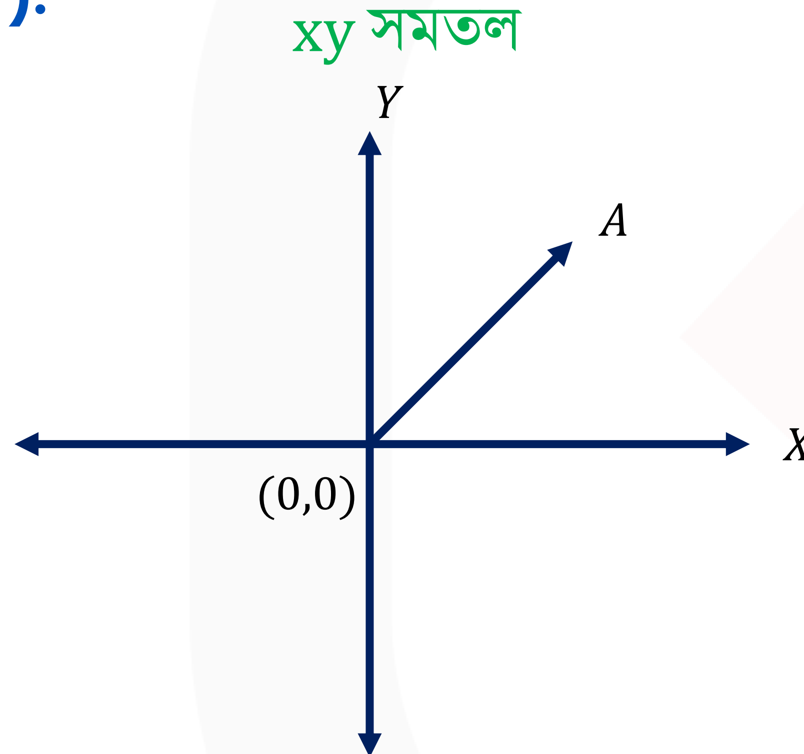
আয়ত একক ভেক্টর (Rectangular Unit Vector):



বিশেষ ভেক্টর (Special Vectors)

অবস্থান ভেক্টর (Position Vector):

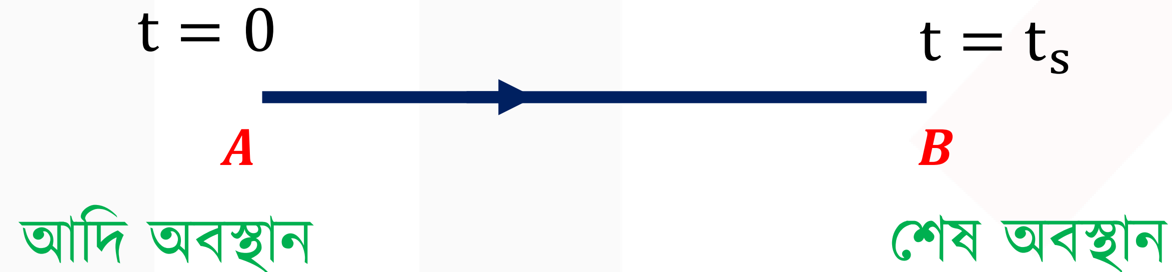
Reference Frame



$\overrightarrow{OA}$ অবস্থানে $\overrightarrow{OA} = \vec{r}$

বিশেষ ভেক্টর (Special Vectors)

সরণ ভেক্টর (Displacement Vector):

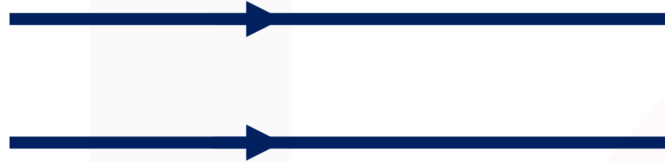


$\vec{s}$ = নির্দিষ্ট দিকে অবস্থানের পরিবর্তন

= শেষ অবস্থান – আদি অবস্থান

বিশেষ ভেক্টর (Special Vectors)

সমান ভেক্টর (Equal Vector):

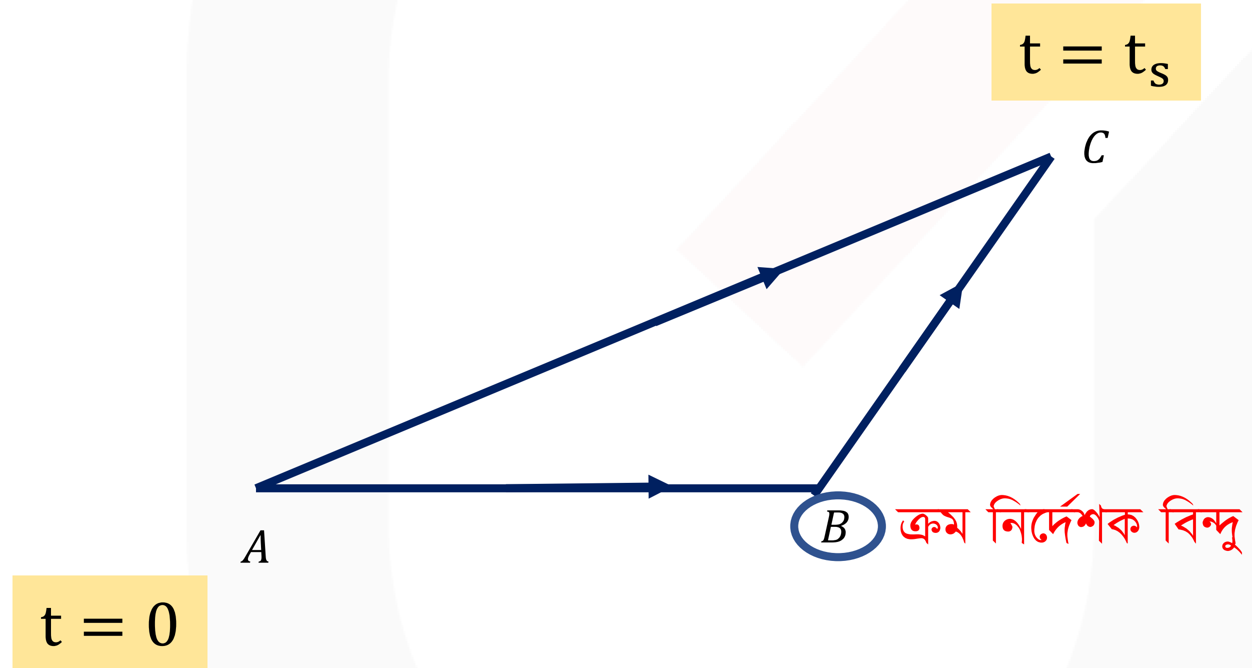


1. দৈর্ঘ্য সমান
2. সমান্তরাল ধারকরেখা
3. একই দিকে

ভেক্টর রাশির জ্যামিতিক যোজন
(Geomatrical Rules s of Vector Addition)

ত্রিভুজ সূত্র (Triangle Law):

1. দুটি একই জাতীয় ভেক্টর রাশিকে
2. মানে
3. দিকে
4. ক্রমে (Order)



$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

ভেক্টর রাশির জ্যামিতিক যোজন
(Geomatrical Rules s of Vector Addition)

ত্রিভুজ সূত্র (Triangle Law):

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

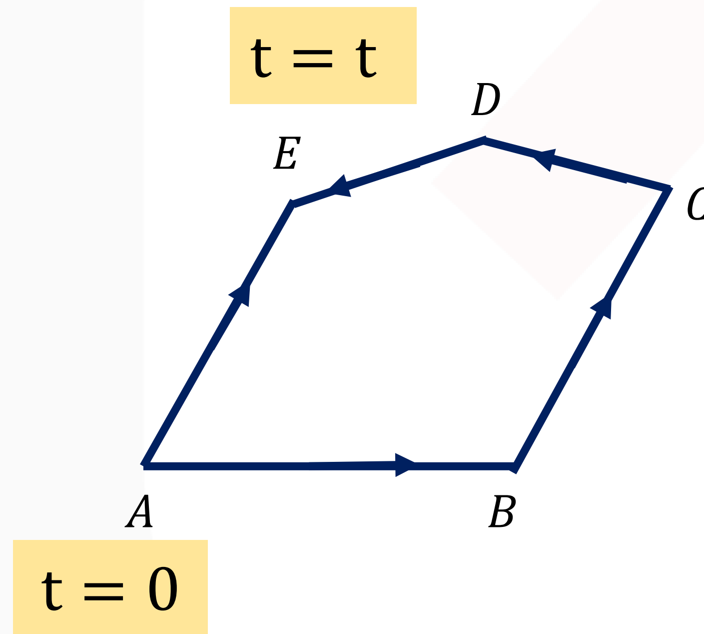
দুটি ভেক্টরের লব্ধি $\vec{P} + \vec{Q} = \vec{R}$

ভেক্টর রাশির জ্যামিতিক যোজন
(Geomatrical Rules s of Vector Addition)

বহুভুজ সূত্র (Polygon Law):

দুই এর অধিক ভেক্টরের লব্ধি

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AE}$$



1. মানে
2. দিকে
3. ক্রমে

ভেক্টর রাশির জ্যামিতিক যোজন (Geomatrical Rules s of Vector Addition)

সামান্তরিক সূত্র (Parallelogram Law):

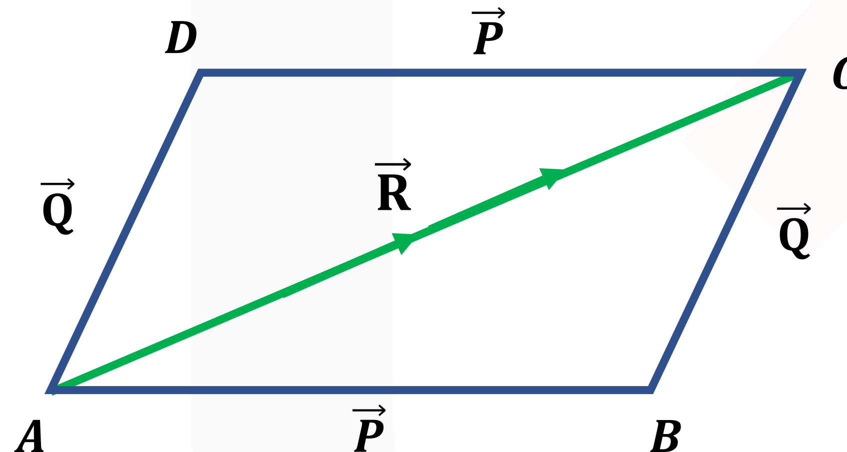
AB || BC ; AD = BC

CD || AB ; CD = AB

ΔADC,

$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AC}$

$\vec{Q} + \vec{P} = \vec{R}$



ΔABC,

$\vec{P} + \vec{Q} = \vec{R}$

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

$\vec{P} + \vec{Q} = \vec{Q} + \vec{P}$

DOWNLOAD THE APP

10 MINUTE SCHOOL

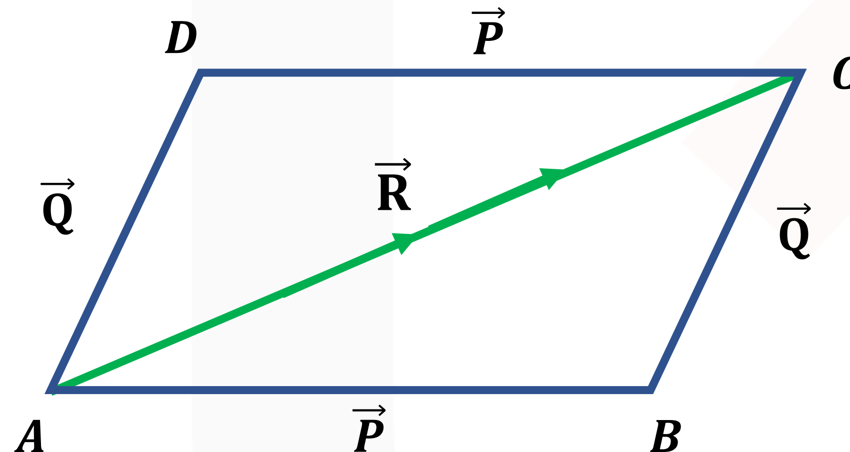
ভেক্টর রাশির জ্যামিতিক যোজন
(Geomatrical Rules s of Vector Addition)

সামান্তরিক সূত্র (Parallelogram Law):

$$\vec{P} + \vec{Q} = \vec{R}$$

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \vec{R}$$

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \vec{R}$$



$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

একই সময়ে ক্রিয়াশীল।

ভেক্টর রাশির জ্যামিতিক যোজন (Geomatrical Rules s of Vector Addition)

সামান্তরিক সূত্র (Parallelogram Law):

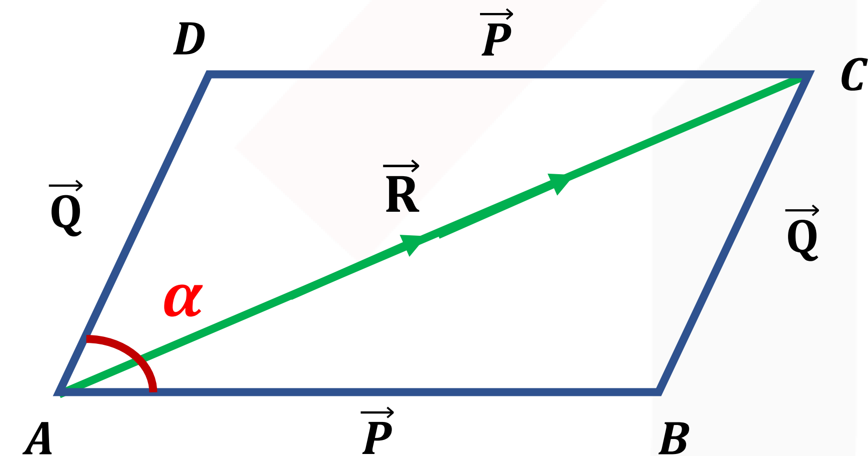
$\vec{P} \wedge \vec{Q} = \alpha$

$\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ এর মধ্যবর্তী কোণ

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha}$$

$\overrightarrow{AB} = \vec{D}$

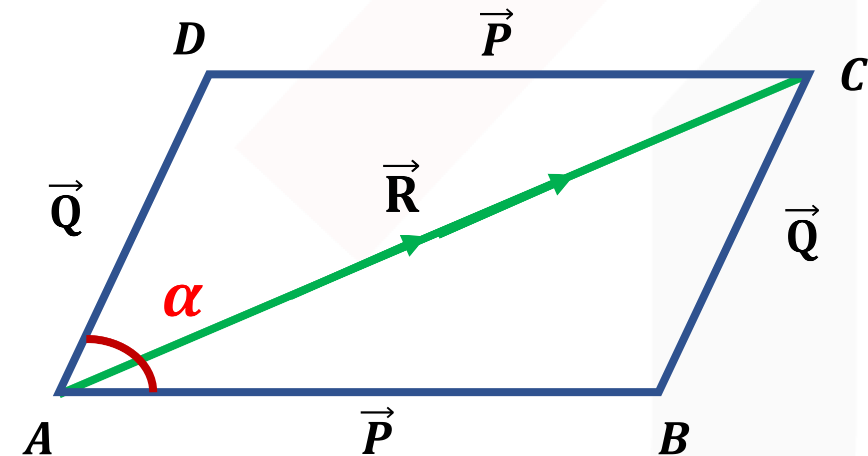
$\overrightarrow{AD} = \vec{Q}$



ভেক্টর রাশির জ্যামিতিক যোজন
(Geomatrical Rules s of Vector Addition)

সামান্তরিক সূত্র (Parallelogram Law):

$$\tan\theta = \frac{Q\sin\alpha}{P + Q\cos\alpha}$$

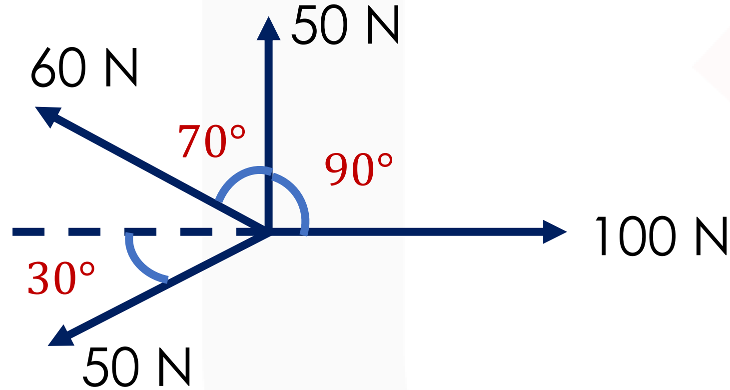


গাণিতিক সমস্যা

- দুটি সমান ভেক্টরকে যোগ করলে কোন অবস্থায় ওদের লব্ধি একটি ভেক্টরের মানের $\sqrt{2}$ গুণ হবে ?
- দুটি সমান মানের ভেক্টরের লব্ধির মান কোন অবস্থায় ওদের প্রত্যেকের মানের সমান হতে পারে?
- একটি কণার উত্তর ও পূর্ব দিকে যথাক্রমে 4 km এবং 10 km সরণ হলে, লব্ধি সরণ নির্ণয় কর।
- $|\vec{A}| \neq |\vec{B}|$ হলে, $\vec{A} + \vec{B} = 0$ হওয়া সম্ভব কিনা ব্যাখ্যা কর।
- 3F এবং 3F ভেক্টরদ্বয়ের লব্ধি ভেক্টর R। প্রথম ভেক্টরকে দ্বিগুণ করা হলে লব্ধি ভেক্টরও দ্বিগুণ হয়। ভেক্টরদ্বয়ের অন্তবর্তী কোণ নির্ণয় করো।
- কোন একটি নদীতে একটি দাঁড়ের নৌকার বেগ স্রোতের অনুকূলে ঘন্টায় 18 km এবং প্রতিকূলে ঘন্টায় 6 km। নৌকাটিকে কোনদিকে চালনা করলে তা সোজা অপর পাড়ে পৌঁছাবে এবং নৌকাটি কত বেগে চলবে?
- কোন একটি নদীতে একটি দাঁড়ের নৌকার বেগ স্রোতের অনুকূলে ঘন্টায় 18 km এবং প্রতিকূলে ঘন্টায় 6 km। নৌকাটিকে কোনদিকে চালনা করলে তা সোজা অপর পাড়ে পৌঁছাবে এবং নৌকাটি কত বেগে চলবে?
- একটি বস্তুকে 50N বল দ্বারা পশ্চিম দিকে এবং 20N বল দ্বারা উত্তর দিকে টানা হচ্ছে। লব্ধি বলের মান ও দিক নির্ণয় করো।
- ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ করো যে, অর্ধবৃত্তস্থ কোণ সমকোণ।
- দুটি বলের বৃহত্তম লব্ধি 10N এবং ক্ষুদ্রতম লব্ধি 4N; বল দুটি পরস্পরের সাথে 90° কোণে একটি কণার উপর ক্রিয়া করলে লব্ধির মান কত হবে ?

গাণিতিক সমস্যা

- $\vec{A}+\vec{B}=\vec{C}$ এবং $A+B=C$ হয়, তাহলে $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় কর।
- 30N একটি বল Y-অক্ষের সঙ্গে 60° কোণে আনত। বলটির X ও Y অক্ষ বরাবর লম্ব উপাংশ দুটি নির্ণয় করো এবং উহাদের যোগফল ও বিয়োগফল নির্ণয় করো ।
- নিচের চিত্রের 50N এবং 100N এর দিকে বলের লব্ধি নির্ণয় করো।



- সোজা অপর পাড়ে যাওয়ার জন্য স্বপন ফেরিতে করে 50km/h বেগে নদী পার হওয়ার সময় দেখল, ফেরিটি সোজাসুজি রওনা না দিয়ে স্রোতের প্রতিকূলে তীর্যকভাবে যাচ্ছে। [স্রোতের বেগ = 10km/h]

(ক) লব্ধির সর্বোচ্চ মান সর্বনিম্ন মানের কতগুণ নির্ণয় কর।

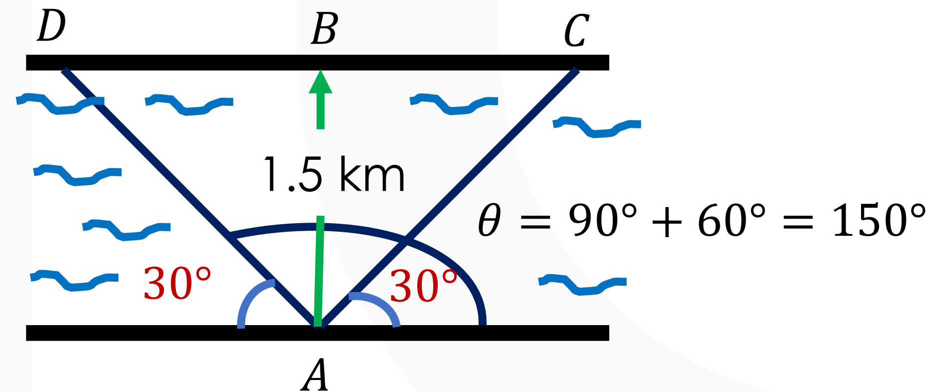
গাণিতিক সমস্যা

- সোজা অপর পাড়ে যাওয়ার জন্য স্বপন ফেরিতে করে 50km/h বেগে নদী পার হওয়ার সময় দেখল, ফেরিটি সোজাসুজি রওনা না দিয়ে স্রোতের প্রতিকূলে তীর্যকভাবে যাচ্ছে। [স্রোতের বেগ = 10km/h]

(খ) ফেরিটির দিক পরিবর্তনের কারণ বিশ্লেষণ কর।

- চিত্রে স্রোতযুক্ত একটি নদী যার প্রস্থ 1.5km অতিক্রম করার জন্য পিন্টু A বিন্দু হতে সোজা অপর পাড়ে B বিন্দুতে সাঁতার কেটে পৌঁছানোর সিদ্ধান্ত নিল। ওই নদীতে স্রোতের বেগ 3km/h এবং সাঁতারুর বেগ ছিল 4km/h। স্রোতের কারণে পিন্টু AB বরাবর রওনা হওয়া সত্ত্বেও AC বরাবর ওপারে পৌঁছাল।

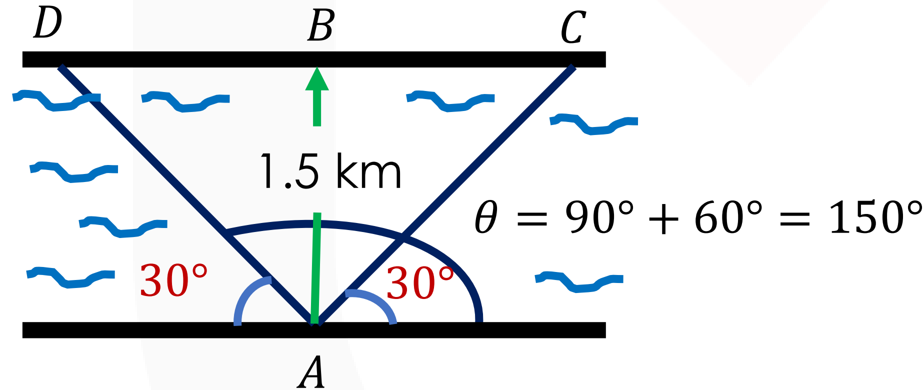
(ক) AC বরাবর অতিক্রান্ত দূরত্ব নির্ণয় কর।



গাণিতিক সমস্যা

- চিত্রে স্রোতযুক্ত একটি নদী যার প্রস্থ 1.5km অতিক্রম করার জন্য পিন্টু A বিন্দু হতে সোজা অপর পাড়ে B বিন্দুতে সাঁতার কেটে পৌঁছানোর সিদ্ধান্ত নিল। ওই নদীতে স্রোতের বেগ 3km/h এবং সাঁতারুর বেগ ছিল 4km/h। স্রোতের কারণে পিন্টু AB বরাবর রওনা হওয়া সত্ত্বেও AC বরাবর ওপারে পৌঁছাল।

(খ) AD বরাবর পিন্টু সাঁতার কেটে কি B বিন্দুতে পৌঁছাতে পারবে? গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও।



গাণিতিক সমস্যা

- কানন ও রাজন স্থির পানিতে 500kg ভরের একটি স্থির নৌকাকে নদীর দুই তীর থেকে দড়ি দিয়ে 30° কোণে টানছে। নৌকাটি 5 মিনিটে তীরের সমান্তরালে 3.6km পথ অতিক্রম করে। 5 মিনিটে গন্তব্যস্থলে পৌঁছাবার জন্য দুইজনে সমান টানে নৌকাটিকে টানতে লাগল। [ঘর্ষণ বল উপেক্ষণীয়]

  (ক) দড়ির টানের মান নির্ণয় কর।

  (খ) উদ্দীপকে উল্লেখিত সময়ে গন্তব্যস্থলে পৌঁছানো সম্ভব কি-না? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করে দেখাও ।

- দুটি নৌকার প্রতিটি ঘন্টায় 5km বেগে 500m চওড়া নদী পার হতে চেষ্টা করে। নদীতে স্রোতের বেগ ঘন্টায় 3km। একটি নৌকা ন্যূনতম পথে এবং অপরটি ন্যূনতম সময়ে অতিক্রম করল। যদি তারা একইসঙ্গে রওনা হয়ে থাকে তবে তারা কত সময়ের ব্যবধানে অপর পাড়ে পৌঁছাবে ?

গাণিতিক সমস্যা

- XY তলে 10N, 15 N ও 20N মানের তিনটি বল একটি বস্তুর ওপর X অক্ষের সাথে যথাক্রমে 20°, 70° ও 120° কোণে ক্রিয়াশীল। বলগুলোর লব্ধি নির্ণয় করো ।
- দুটি সমান বলের প্রত্যেকটির মান 6N। এরা কোনো বিন্দুতে 120° কোণে আনত। লব্ধি বলের মান ও দিক নির্ণয় করো ।
- দুটি ভেক্টর রাশি $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ এর মান যথাক্রমে 4 একক ও 3 একক। $\vec{P}$ ভেক্টরটি x-অক্ষ বরাবর এবং $\vec{Q}$ ভেক্টরটি x-অক্ষের সাথে 60° কোণে আনত। ভেক্টর দুটির লব্ধির মান ও দিক নির্ণয় কর। লব্ধির অনুভূমিক ও উলম্ব উপাংশ নির্ণয় করা সম্ভব কি-না? গাণিতিক যুক্তি দাও।
- F মানের একটি বলকে দুটি উপাংশে বিশ্লেষণ করলে, একটি উপাংশ যদি বলটির সমমানের হয় এবং এর সাথে সমকোণ উৎপন্ন করে তবে অপর উপাংশটির মান ও দিক নির্ণয় করো ।

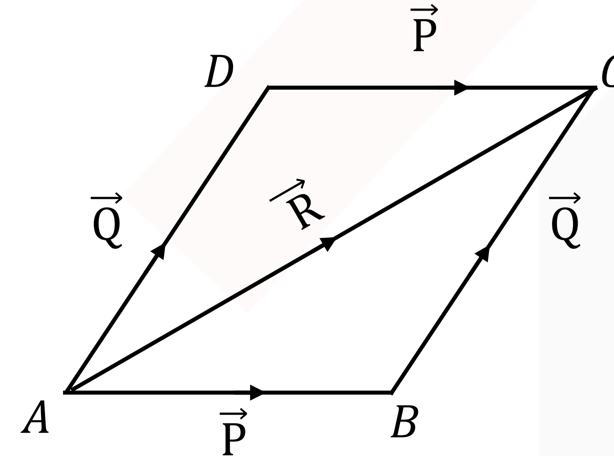
ভেক্টর রাশির জ্যামিতিক যোজন (Geomatrical Rules s of Vector Addition)

সামান্তরিক সূত্র (Parallelogram Law):

i. দুটি একই জাতীয় ভেক্টর
ii. একই সময়ে ক্রিয়াশীল

$$\overrightarrow{AB} = \vec{P};\ \overrightarrow{DC} = \vec{P}$$

$$\overrightarrow{AD} = \vec{Q};\ \overrightarrow{BC} = \vec{Q}$$



একই সময়ে ক্রিয়াশীল $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$

ভেক্টর রাশির জ্যামিতিক যোজন
(Geomatrical Rules s of Vector Addition)

সামান্তরিক সূত্র (Parallelogram Law):

দুটি সন্নিহিত বাহু,

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$$

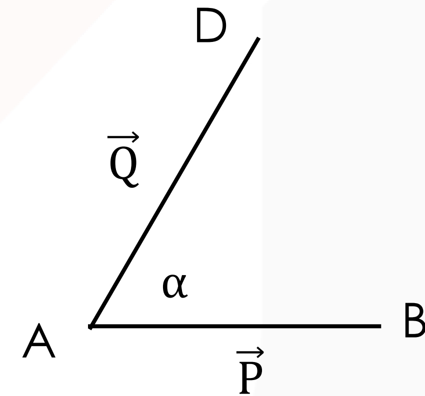
$$\vec{P} + \vec{Q} = \vec{R}$$

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha}$$

এখানে, $P \longrightarrow \vec{P}$ এর মান।

$Q \longrightarrow \vec{Q}$ এর মান।

$\alpha \longrightarrow \vec{P}$ এবং $\vec{Q}$ এর মধ্যবর্তী কোণ।



ভেক্টর রাশির জ্যামিতিক যোজন (Geomatrical Rules s of Vector Addition)

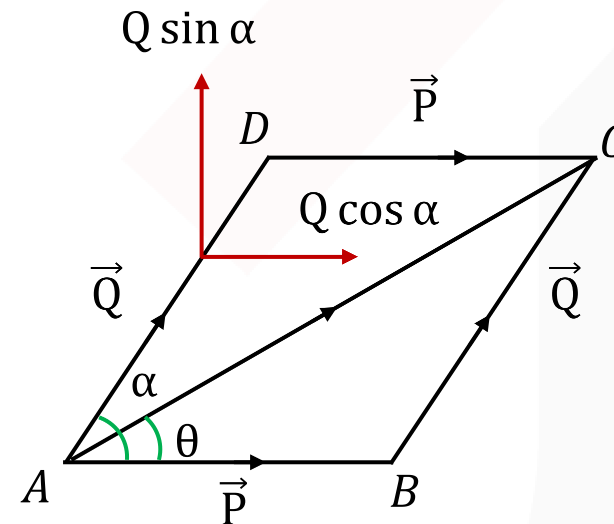
সামান্তরিক সূত্র (Parallelogram Law):

$$\tan\theta = \frac{Q\sin\alpha}{P + Q\cos\alpha}$$

$$-1 \le \sin\theta \le 1$$

$$-1 \le \cos\theta \le 1$$

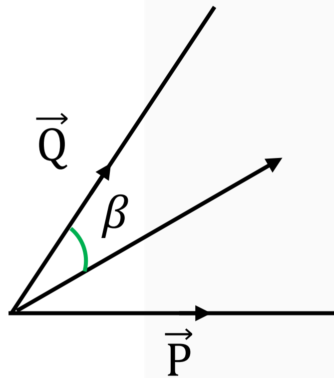
$$-\infty < \tan\theta < \infty$$

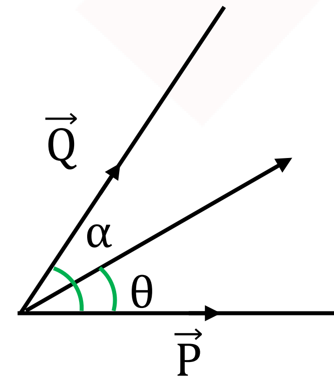


ভেক্টর রাশির জ্যামিতিক যোজন (Geomatrical Rules s of Vector Addition)

সামান্তরিক সূত্র (Parallelogram Law):

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha}$$





$$\tan\beta = \frac{P\sin\alpha}{Q + P\cos\alpha}$$

$$\tan\theta = \frac{Q\sin\alpha}{P + Q\cos\alpha}$$

ভেক্টর বিয়োজন (Vector Subtraction)

$\vec{P}$ এবং $\vec{Q}$ এর লব্ধি,

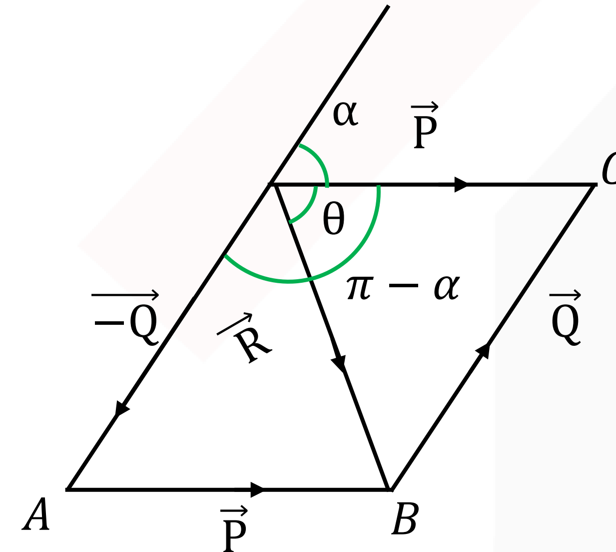
$$\vec{R} = \vec{P} - \vec{Q}$$

$$= \vec{P} + (-\vec{Q})$$

$$\therefore R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\cos(\pi - \alpha)}$$

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha}$$

$$\tan\theta = \frac{Q\sin(\pi - \alpha)}{P + Q\cos(\pi - \alpha)}$$



ভেক্টর বিয়োজন (Vector Subtraction)

লব্ধির মান সমূহ: $R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha}$

$\alpha = 0°$ হলে, $R_{max} = P + Q$

$\alpha = 180°$ হলে, $R_{min} = P - Q$

$\alpha = 90°$ হলে, $R = \sqrt{P^2 + Q^2}$

ভেক্টর বিভাজন (Resolution of Vectors)

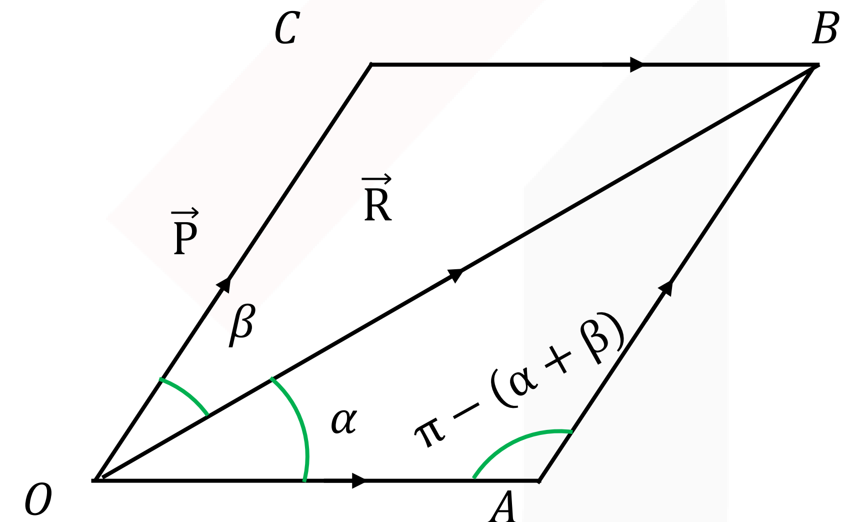
$\vec{P}$-কে α এবং β দুটি কোণে ভাগ করতে চাই,

$\overrightarrow{AC} \rightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}$

ΔABC-তে *sine rule*, যে কোনো বাহু এবং বিপরীত কোণের *sine*

$\Delta ABC \Rightarrow$

$$\frac{\text{AC}}{\sin\{\pi - (\alpha + \beta)\}} = \frac{\text{AB}}{\sin \beta} = \frac{\text{BC}}{\sin \alpha}$$



ভেক্টর বিভাজন (Resolution of Vectors)

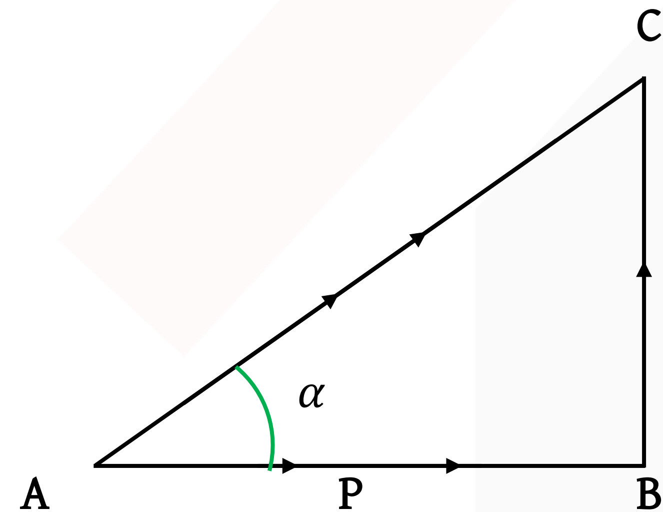
Now,

$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \beta = 90^\circ - \alpha$$

$$\therefore \frac{AC}{\sin 90^\circ} = \frac{AB}{\sin(90^\circ - \alpha)} = \frac{BC}{\sin \alpha}$$

$$AB = AC \cos \alpha$$
$$BC = AC \sin \alpha$$

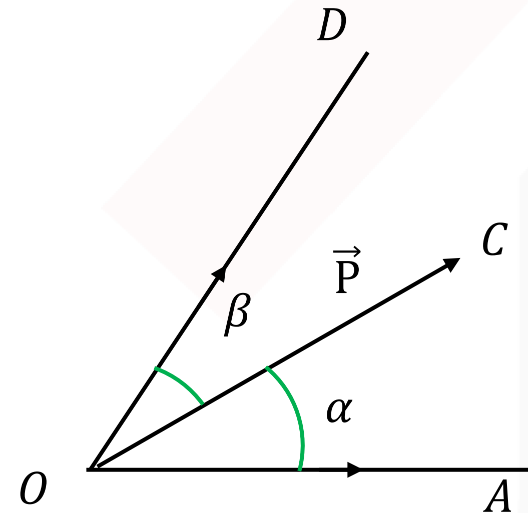


ভেক্টর বিভাজন (Resolution of Vectors)

$$\frac{AC}{\sin\{\pi-(\alpha+\beta)\}}=\frac{AB}{\sin\beta}=\frac{BC}{\sin\alpha}$$

লম্বাংশ, $\alpha+\beta=90^\circ$

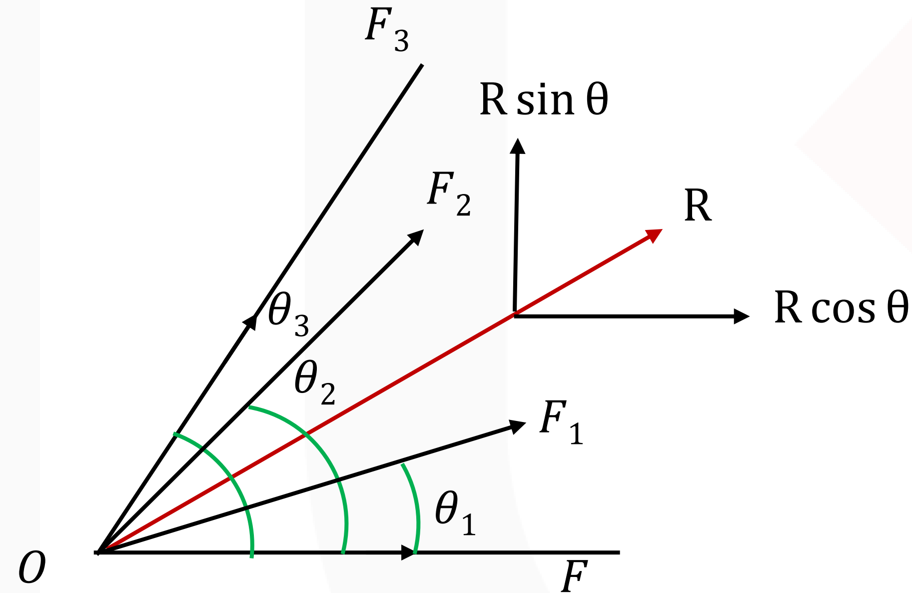
$$AB = AC\cos\alpha$$
$$AD = BC = AC\sin\alpha$$



ভেক্টর বিভাজন (Resolution of Vectors)

লম্বাংশ উপপাদ্য (Theorem of perpendicular components):

একই সময় দুইয়ের অধিক ভেক্টরের লব্ধি



ভেক্টর বিভাজন (Resolution of Vectors)

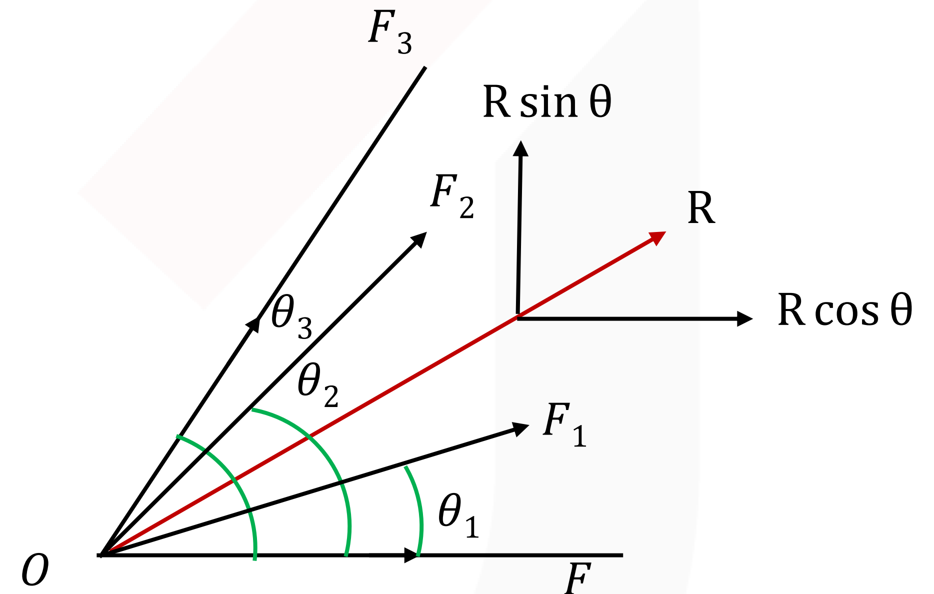
লম্বাংশ উপপাদ্য (Theorem of perpendicular components):

$R\cos\theta =$ লব্ধির ভুমি উপাংশ

$R\sin\theta =$ লব্ধির লম্ব উপাংশ

$$R\cos\theta = F + F_1\cos\theta_1 + F_2\cos\theta_2 + F_3\cos\theta_3$$

$$R\sin\theta = F_1\sin\theta_1 + F_2\sin\theta_2 + F_3\sin\theta_3$$



গাণিতিক সমস্যা

- দুটি সমান ভেক্টরকে যোগ করলে কোন অবস্থায় ওদের লব্ধি একটি ভেক্টরের মানের $\sqrt{2}$ গুণ হবে ?

$|\vec{P}| = |\vec{Q}| = P$ এবং $\vec{R} = \sqrt{2}P$

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha}$$

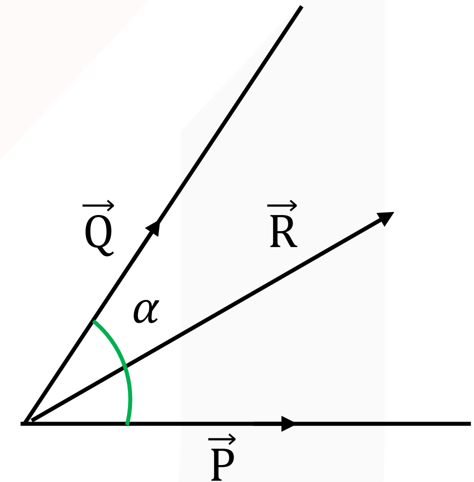
$$\Rightarrow (\sqrt{2}P)^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha$$

$$\Rightarrow 2P^2 = P^2 + P^2 + 2P.P\cos\alpha$$

$$\Rightarrow 2P^2 = 2P^2 + 2P^2\cos\alpha$$

$$\Rightarrow 1 = 1 + \cos\alpha$$

$$\Rightarrow \cos\alpha = 0 \quad \therefore \alpha = 90°$$



গাণিতিক সমস্যা

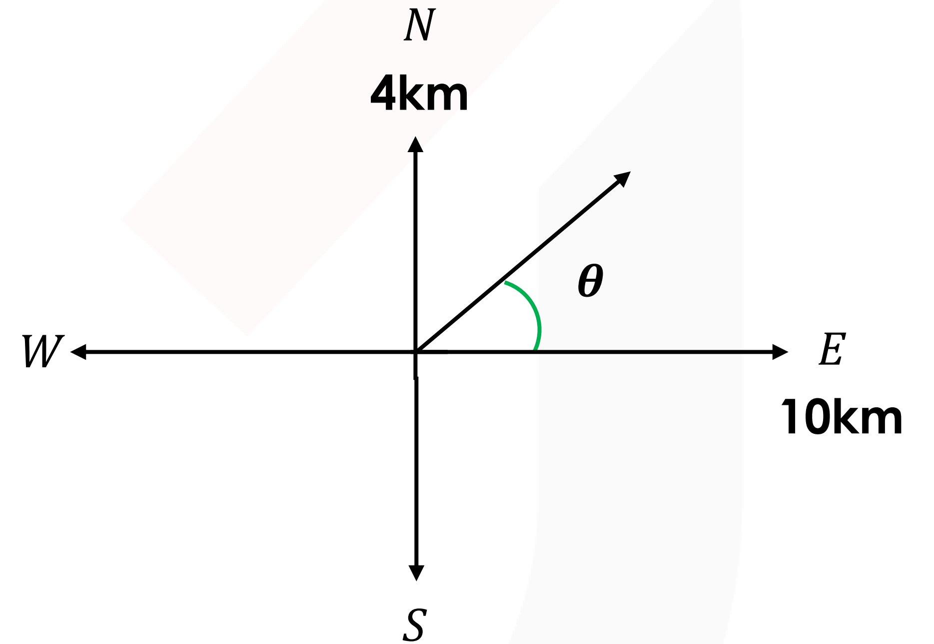
- একটি কণার উত্তর ও পূর্ব দিকে যথাক্রমে 4 km এবং 10 km সরণ হলে, লব্ধি সরণ নির্ণয় কর।

$$R = \sqrt{10^2 + 4^2}$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{116}$$

$$\Rightarrow \theta = \tan^{-1}\frac{4}{10}$$

$$\Rightarrow \theta = \tan^{-1}\frac{2}{5}$$



গাণিতিক সমস্যা

একটি নদীর প্রস্থ 140m. নদীতে 6m/s বেগে স্রোত বইছে। নদীর এক পাড় থেকে একটি নৌকা অপর পাড়ে যাবার জন্য 10m/s বেগে রওনা করতে প্রস্তুত।

০১) সর্বনিম্ন পথে নদী পাড়াপারের ক্ষেত্রেঃ

- ক) কোন দিকে নৌকা চালাতে হবে? $Ans: \alpha = 126.87°$
- খ) নৌকার অতিক্রান্ত দূরত্ব কত হবে? $Ans: 140m$
- গ) যাত্রাকালে নৌকার বেগ কত হবে? $Ans: 10 \sin \alpha \,; y(+ve)$
- ঘ) অপর পাড়ে পৌছাতে নৌকাটি কত সময় নেবে? $Ans: 17.5\ s$

০২) সর্বনিম্ন সময়ে নদী পাড়াপারের ক্ষেত্রেঃ

- ক) কোন দিকে নৌকা চালাতে হবে? $Ans: \alpha = 90°$
- খ) নৌকার অতিক্রান্ত দূরত্ব কত হবে?
- গ) যাত্রাকালে নৌকার বেগ কত হবে?
- ঘ) অপর পাড়ে পৌছাতে নৌকাটি কত সময় নেবে?

গাণিতিক সমস্যা

০১) সর্বনিম্ন পথে নদী পাড়াপারের ক্ষেত্রেঃ

ক) $\tan\theta = \frac{10\sin\alpha}{6+10\cos\alpha}$

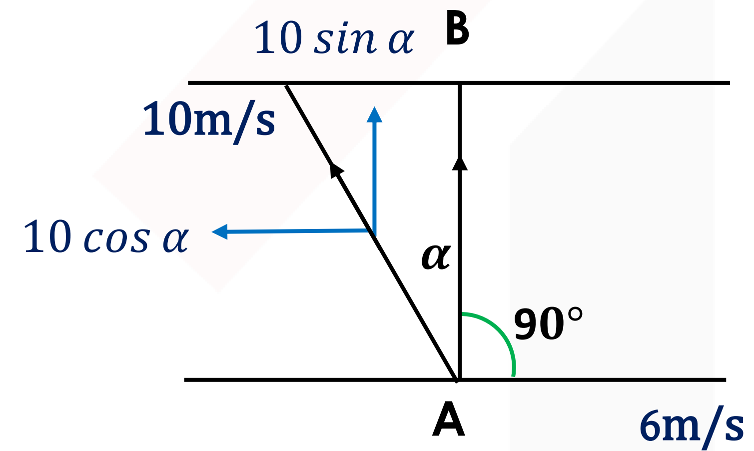
$\Rightarrow \frac{\sin 90°}{\cos 90°} = \frac{10\sin\alpha}{6+10\cos\alpha}$

$\Rightarrow \frac{1}{0} = \frac{10\sin\alpha}{6+10\cos\alpha}$

$\Rightarrow 6 + 10\cos\alpha = 0$

$\Rightarrow 10\cos\alpha = -6$

$\Rightarrow \alpha = \cos^{-1}\left(-\frac{6}{10}\right)$ $\therefore \alpha = 126.87°$



গাণিতিক সমস্যা

০১) সর্বনিম্ন পথে নদী পাড়াপারের ক্ষেত্রেঃ

খ) সরণ $\longrightarrow$ y অক্ষ

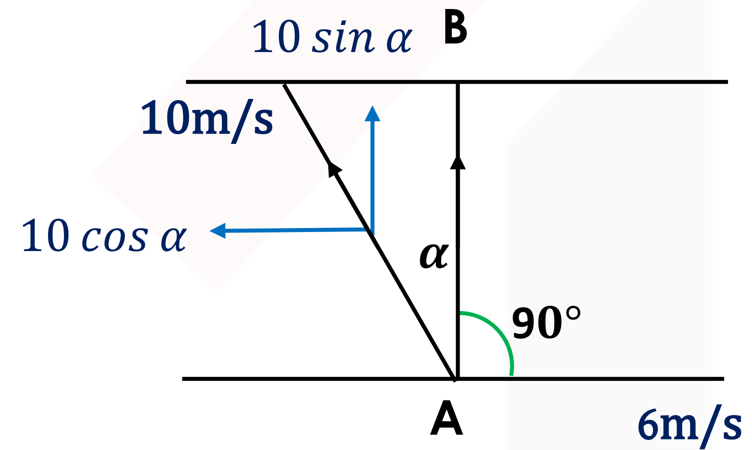
$$6 + 10\cos\alpha = 0$$

$$s_y = v_y t$$

গ) $10\sin\alpha = 10\sin 126.87° = 7.99\ \text{ms}^{-1}$

দিক $= y(+ve)$

ঘ) $t = \frac{s_y}{v_y} = \frac{140}{10\sin\alpha} = 17.5\ \text{s}$



গাণিতিক সমস্যা

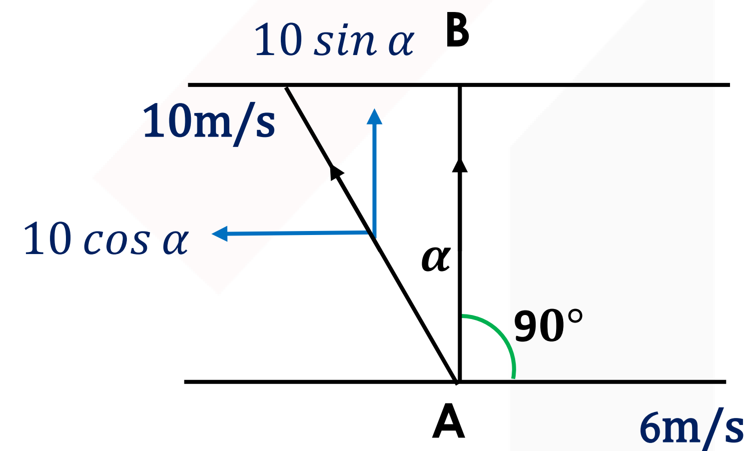
এপাড় থেকে ওপাড় সরণ y অক্ষে,

$$s_y = v_y t$$

$$\Rightarrow t = \frac{s_y}{v_y}$$

$s_y = 140\text{m}$

$v_y = 10 \sin \alpha$

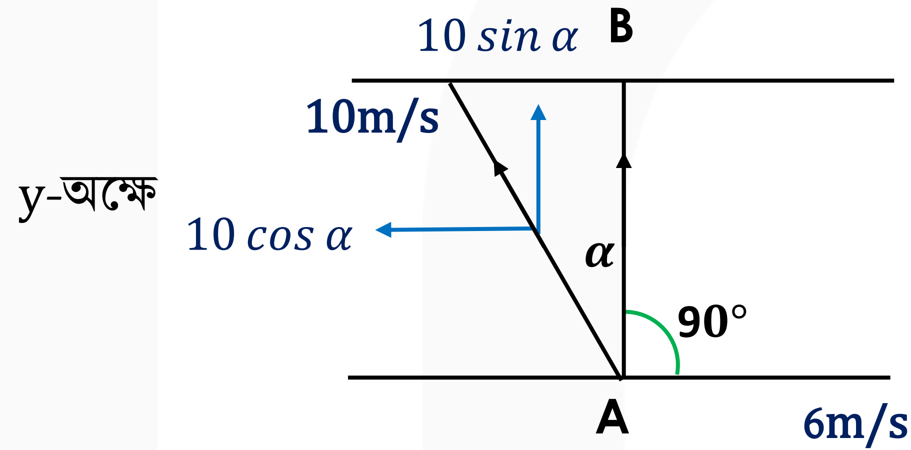


০১) সর্বনিম্ন সময়ে নদী পাড়াপারের ক্ষেত্রেঃ

$$t = \frac{140}{10 \sin \alpha};$$

$$t \propto \frac{1}{\sin \alpha} \quad t_{min};\ \sin \alpha \rightarrow max$$

গাণিতিক সমস্যা



2. $\sin\alpha = 1$

$v_y = 10 \sin\alpha$

$v_y = 10$

∵ সরণ y-অক্ষে

∴ বেগ সর্বোচ্চ হবে y-অক্ষে।

ঘ) $t = \frac{140}{10} = 14s$

গাণিতিক সমস্যা

- $|\vec{A}| \neq |\vec{B}|$ হলে, $\vec{A} + \vec{B} = 0$ হওয়া সম্ভব কিনা ব্যাখ্যা কর।

$$R_{max} = A + B$$

$$R_{min} = A - B$$

গাণিতিক সমস্যা

- দুটি বলের বৃহত্তম লব্ধি 10N এবং ক্ষুদ্রতম লব্ধি 4N; বল দুটি পরস্পরের সাথে 90° কোণে একটি কণার উপর ক্রিয়া করলে লব্ধির মান কত হবে ?

মনে করি, বল দুটি P ও Q

$$R = P + Q = 10$$

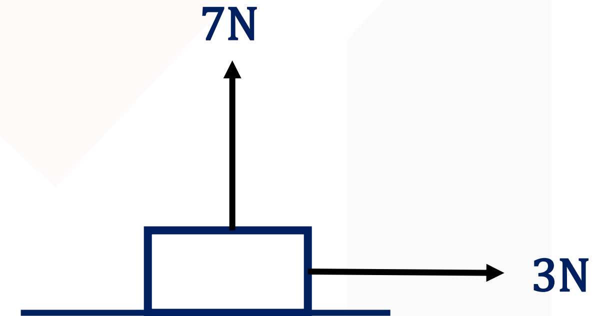
$$R' = P - Q = 4$$

$$2P = 14$$

$$\therefore P = 7$$

$$Q = 3$$

$\therefore$ লব্ধির মান $= \sqrt{7^2 + 3^2}$

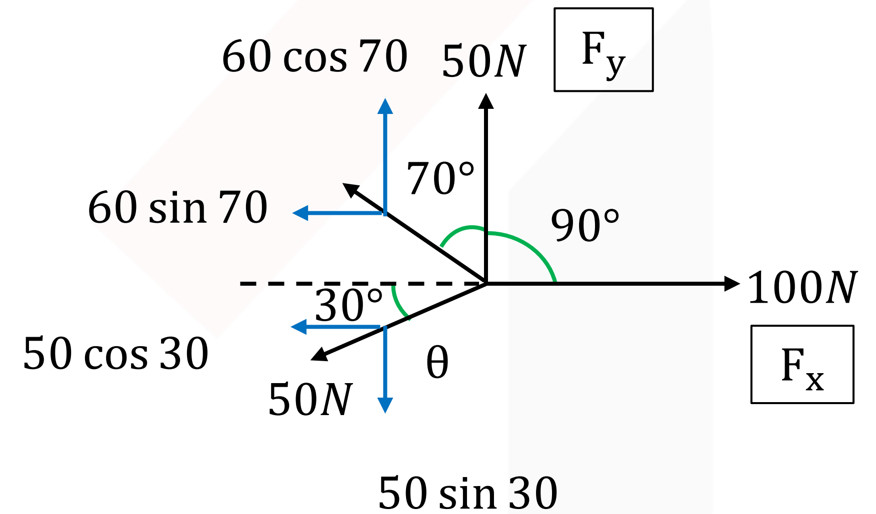


গাণিতিক সমস্যা

- নিচের চিত্রের 50N এবং 100N এর দিকে বলের লব্ধি নির্ণয় করো।

$$\sum F_x = 100 - 60\sin 70 - 5\cos 30$$

$$\sum F_y = 60\cos 70 + 50 - 50\sin 30$$



আপেক্ষিক বেগ (Relative Velocity)

কি কি প্রয়োজন?

১। গতিশীল পর্যবেক্ষক

২। পর্যবেক্ষকের সাপেক্ষে প্রসঙ্গ বস্তুর বেগ।



গতিশীল পর্যবেক্ষক
(Observer In Motion)



ভিন্ন বেগে গতিশীল প্রসঙ্গ বস্তু
(Reference Object in different velocity)

কিভাবে হিসাব করব?

প্রসঙ্গ বস্তুর ← যার আপেক্ষিক বেগ বের করতে হবে তার প্রকৃত বেগ

ভেক্টর লব্ধি = আপেক্ষিক বেগ

যার সাপেক্ষে আপেক্ষিক বেগ বের করতে হবে তার বিপরীত বেগ

↓ পর্যবেক্ষকের

গাড়ির সাপেক্ষে বাসের আপেক্ষিক বেগ

$\overrightarrow{AD} = \vec{V}_B;\ \overrightarrow{AB} = -\vec{V}_C$

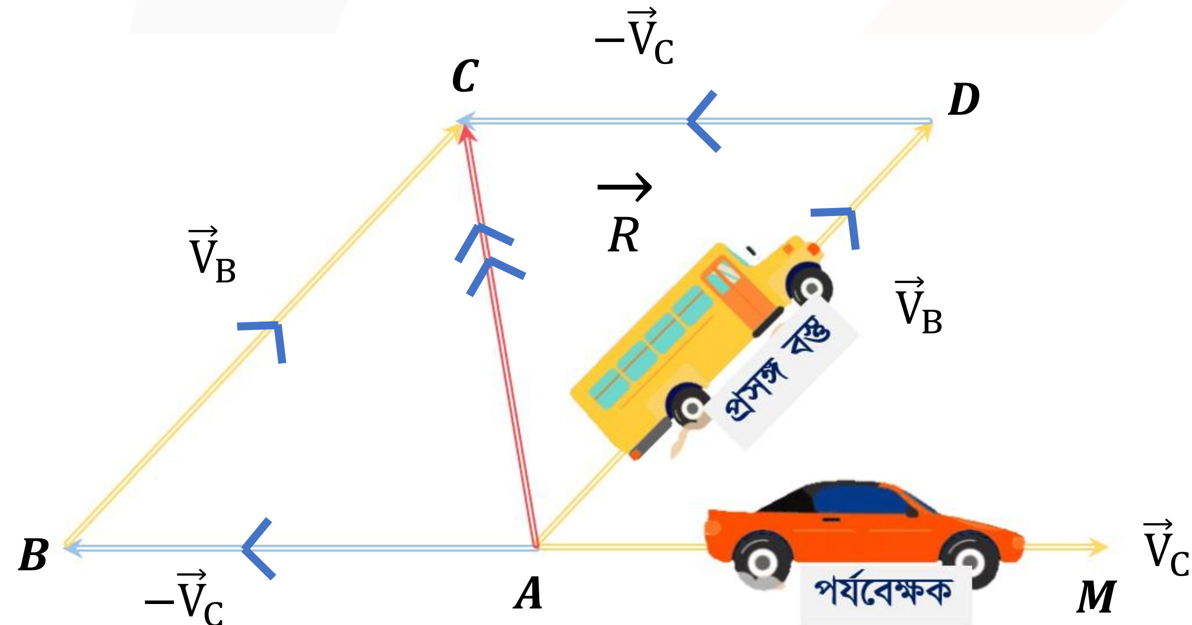
$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$

$\vec{V}_B - \vec{V}_C = \vec{V}_{BC}$

$\vec{V}_B - \vec{V}_C = \vec{V}_{BC}$

$\vec{V}_B = \vec{V}_{BC} + \vec{V}_C$

$\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$

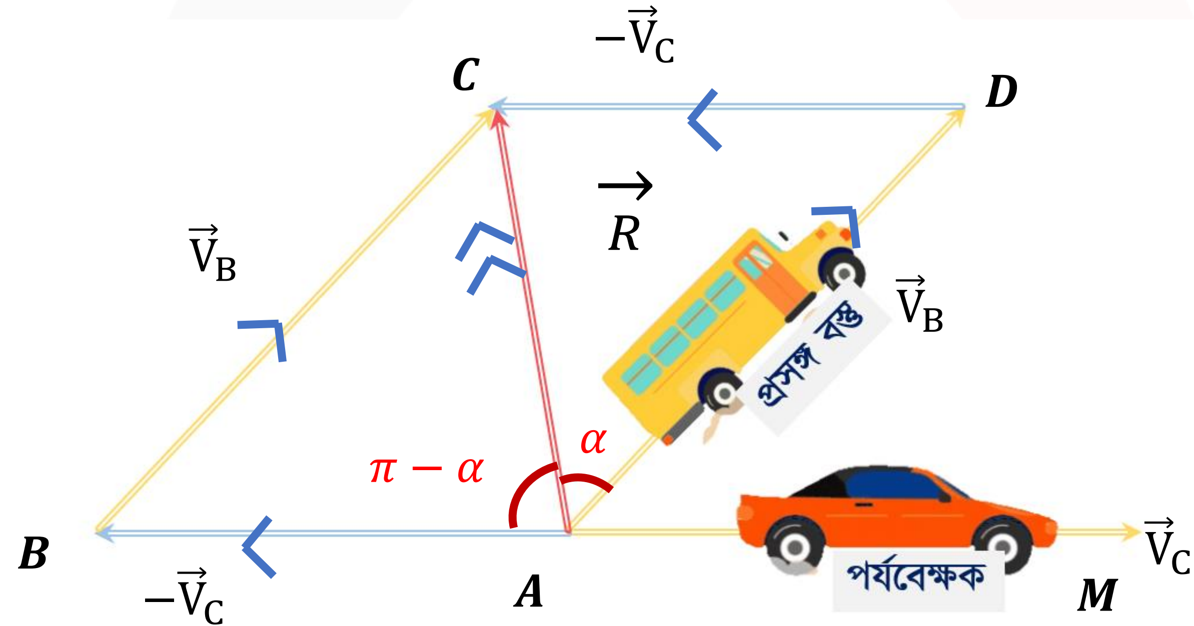


গাড়ির সাপেক্ষে বাসের আপেক্ষিক বেগ

$$\vec{V}_{BC} = \vec{V}_B - \vec{V}_C$$

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$$

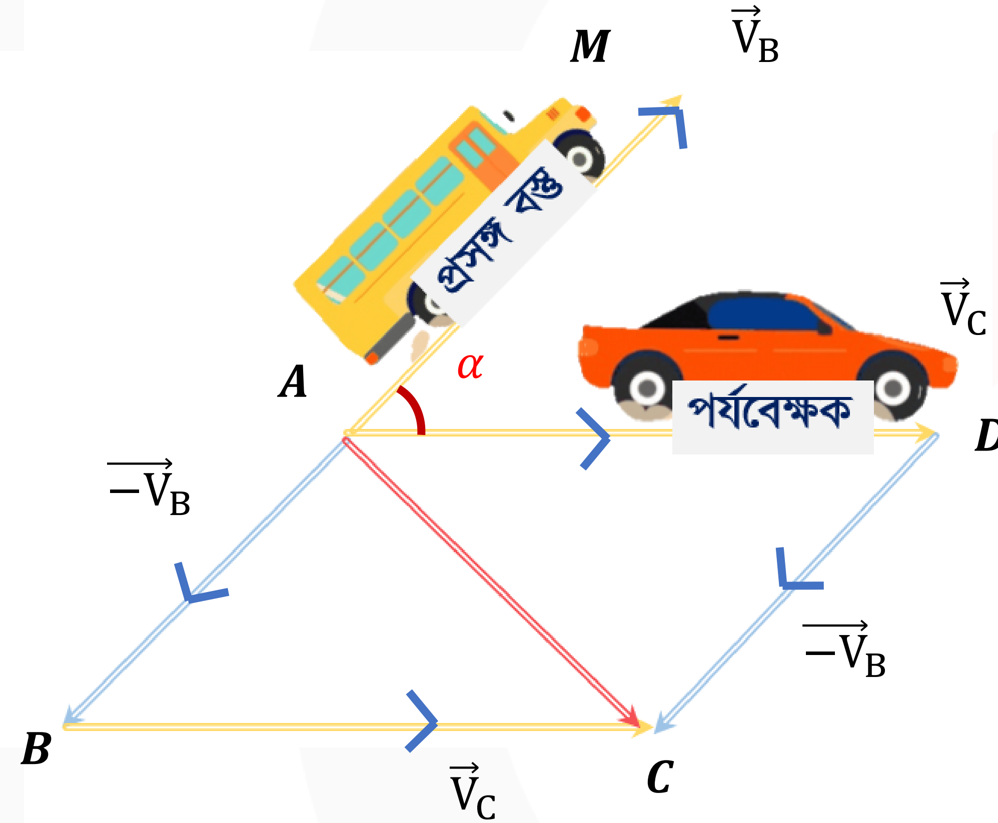
$$\overrightarrow{AC} = \vec{R}$$



$$AC = \sqrt{AB^2 + AD^2 + 2.AB.AD\cos\angle DAB}$$

$$\mathbf{R = V_{BC} = \sqrt{V_C^2 + V_B^2 + 2V_CV_B\cos\angle\pi - \mathit{OC}}}$$

বাসের সাপেক্ষে গাড়ির আপেক্ষিক বেগ



গাণিতিক সমস্যা

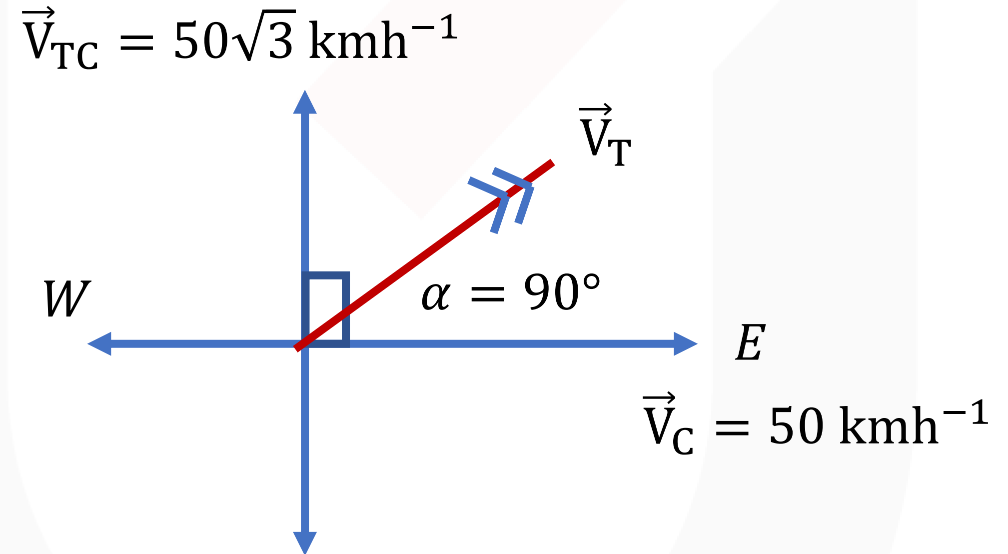
- ঘণ্টায় 50km বেগে পূর্বদিকে চলমান একটি গাড়ির চালক ঘণ্টায় $50\sqrt{3}$ km বেগে একটি ট্রাককে উত্তর দিকে চলতে দেখলো।

i. ট্রাকটি কোন দিকে চলছে ?
ii. ট্রাকটির বেগ কত ?

$$\vec{V}_{TC} = \vec{V}_T + (-\vec{V}_C)$$

$$\vec{V}_{TC} = \vec{V}_T - \vec{V}_C$$

$$\vec{V}_T = \vec{V}_{TC} + \vec{V}_C$$



Solution

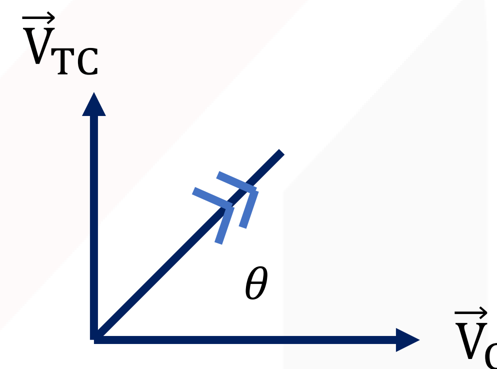
ii. $V_T = \sqrt{V_{TC}^2 + V_C^2}$

$= \sqrt{(50\sqrt{3})^2 + (50)^2}$

$= 100\ \text{kmh}^{-1}$

$\tan\theta = \frac{V_{TC}}{V_C} = \frac{50\sqrt{3}}{50}$

$\Rightarrow \tan\theta = \sqrt{3} \quad \Rightarrow \theta = 60°$



গাণিতিক সমস্যা

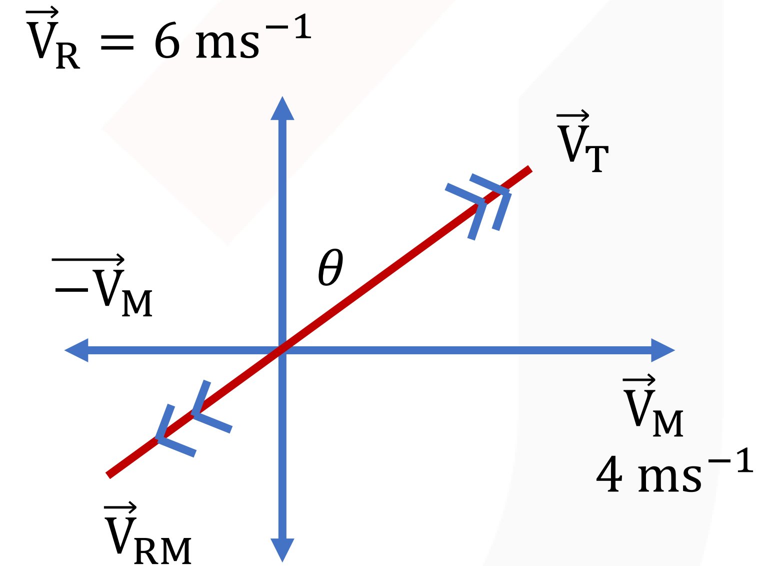
- $4\ ms^{-1}$ বেগে দৌড়ে যাবার সময় একজন লোক $6\ ms^{-1}$ বেগে লম্বভাবে পতিত বৃষ্টির সম্মুখীন হলো। বৃষ্টি হতে রক্ষা পেতে হলে তাকে কত কোণে ছাতা ধরতে হবে?

$$\tan\theta = \frac{V_M}{V_R}$$

$$\Rightarrow \theta = \tan^{-1}\frac{4}{6}$$

$$\Rightarrow \theta = -33.7^\circ$$

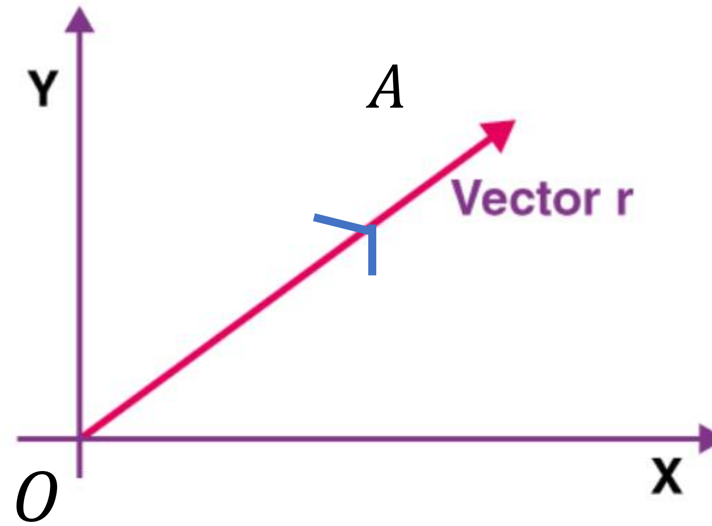
উল্লম্বের সাথে -33.7° কোণে।



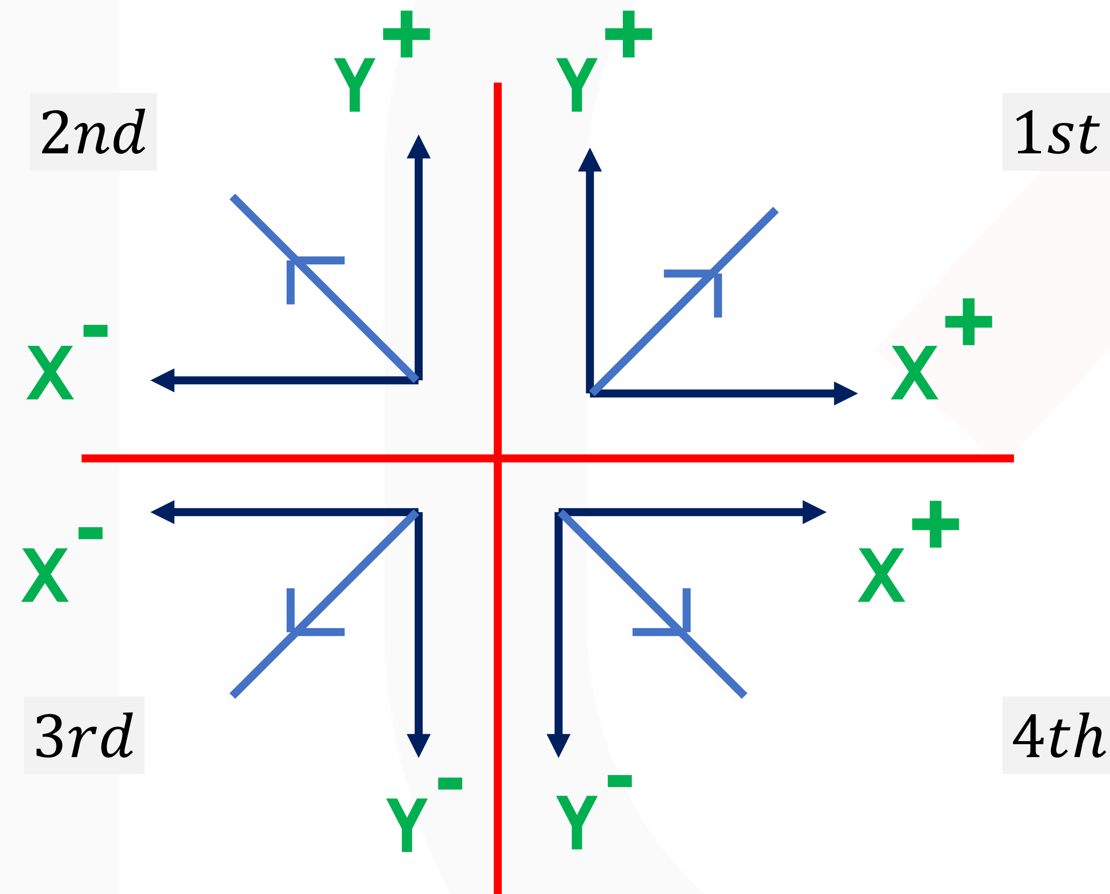
গাণিতিক সমস্যা

- এক ব্যাক্তির অনুভূমিক রাস্তায় ঘন্টায় 2 কি.মি. বেগে হাঁটছে। তার মনে হচ্ছে বৃষ্টি উল্লম্বভাবে ঘন্টায় 2 কি.মি. বেগে পড়ছে। বৃষ্টির প্রকৃত বেগ ও দিক নির্ণয় কর।
- একটি ট্রেন 60 km h^{-1} বেগে সোজা পূর্ব দিকে এবং একটি বাস $40 \text{ km } h^{-1}$ বেগে সোজা দক্ষিণ দিকে যাচ্ছে। ট্রেনে বসা যাত্রী বাসটি কত বেগে এবং কোন দিকে যেতে দেখবে?
- ঘন্টায় 40 km বেগে পূর্বদিকে চলমান একটি গাড়ির চালক ঘন্টায় $40\sqrt{3}$ km বেগে এক ট্রাককে উত্তর দিকে চলতে দেখল। ট্রাকটি প্রকৃতপক্ষে কোন দিকে চলছে?

ভেক্টর বিভাজন (Resolution of Vectors)

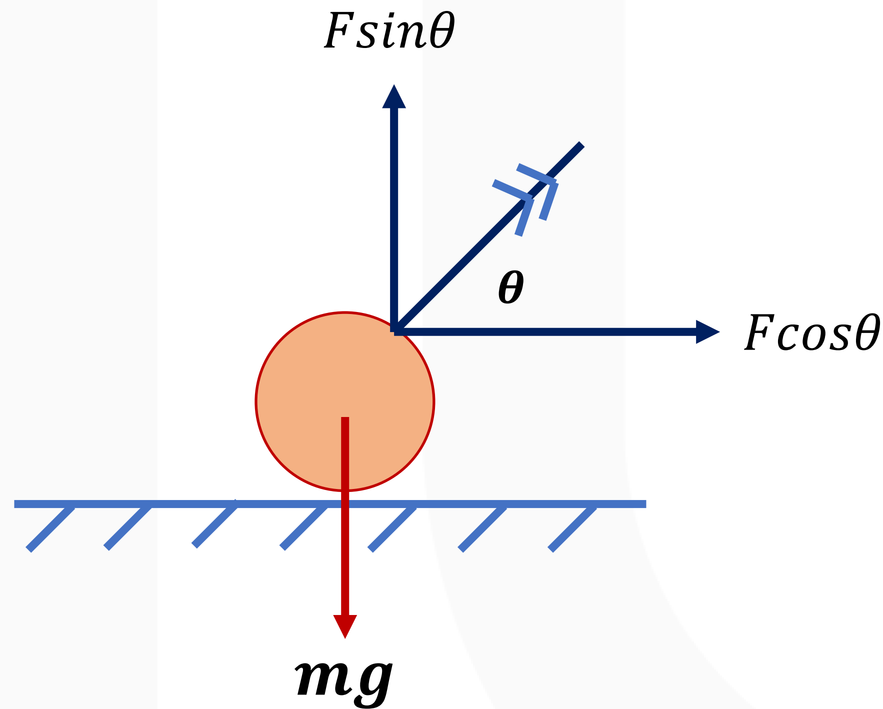


ভেক্টর বিভাজন (Resolution of Vectors)



ভেক্টর বিভাজনের প্রয়োগ (Applications of Resolution of Vectors)

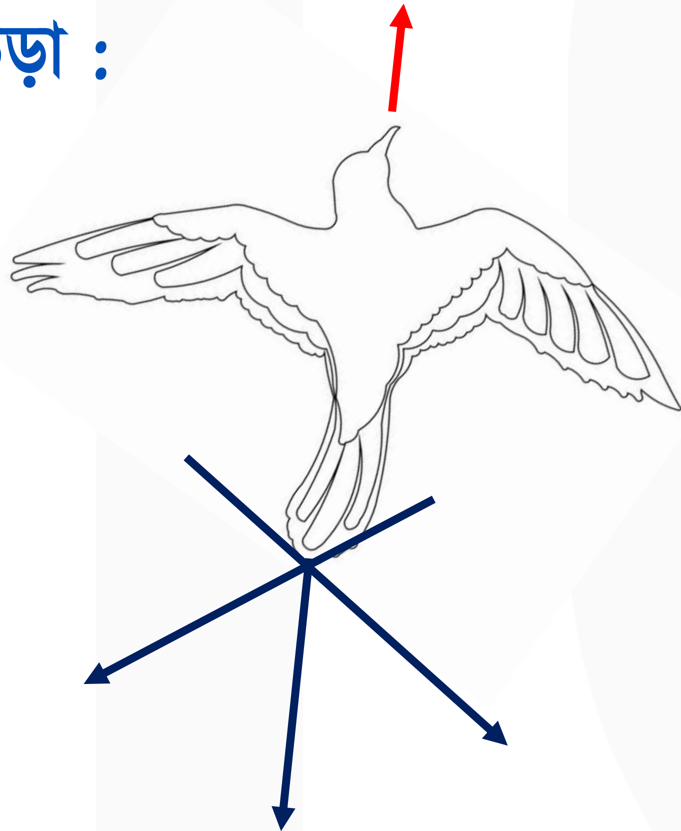
লন রোলারকে ঠেলার চেয়ে টানা সহজ :

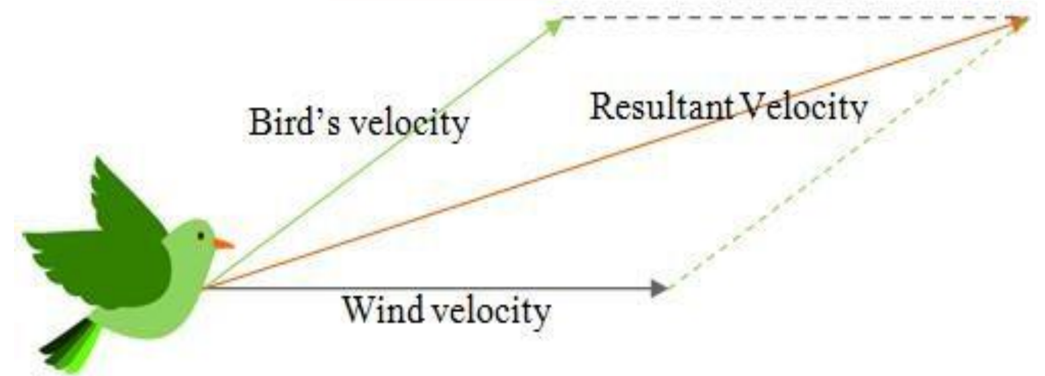




ভেক্টর বিভাজনের প্রয়োগ (Applications of Resolution of Vectors)

পাখির আকাশে উড়া :

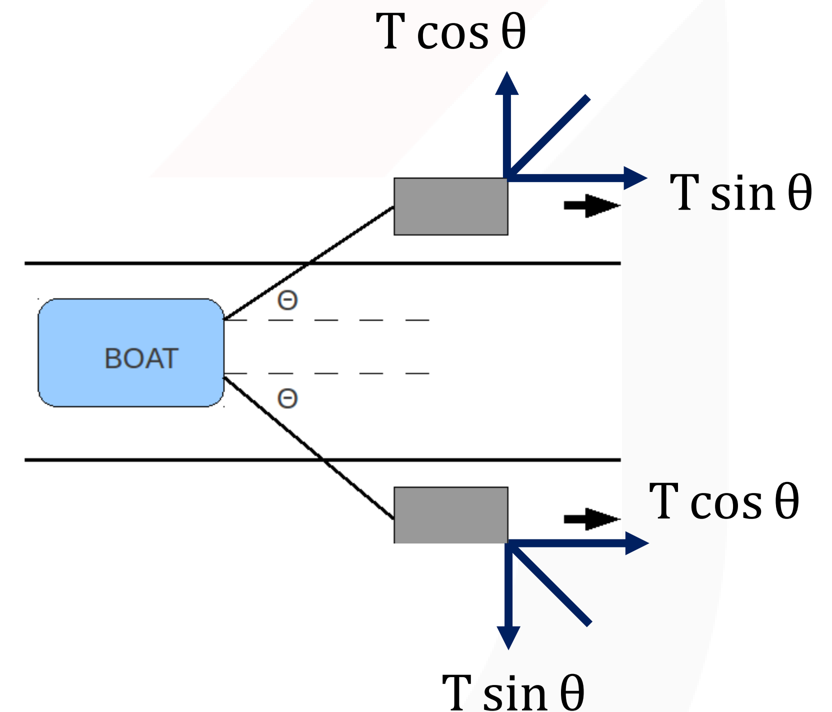




ভেক্টর বিভাজনের প্রয়োগ
(Applications of Resolution of Vectors)

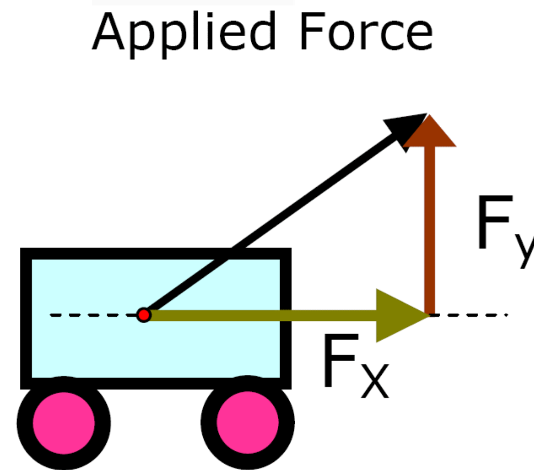
নৌকার গুণ টানা :

$$2T\cos\theta = \sum F$$



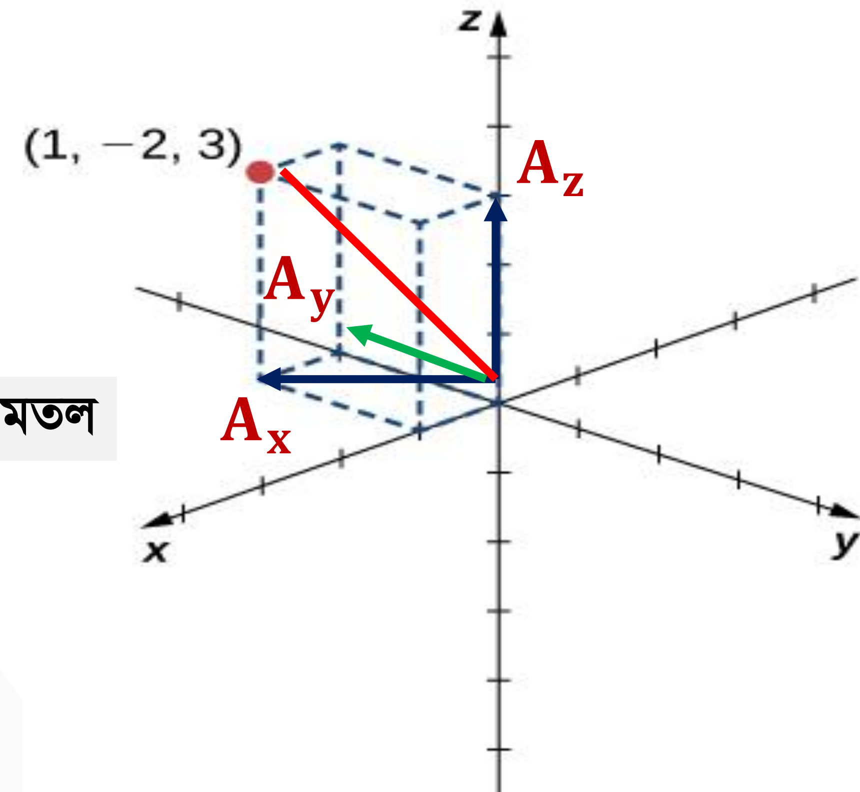
ভেক্টর বিভাজনের প্রয়োগ
(Applications of Resolution of Vectors)

ঘোড়ার গাড়ি টানা :



ত্রিমাত্রিক আয়তাকার বিস্তারে ভেক্টরের বিভাজন (Resolution of Vector in Three Dimensional Rectangular System)

$$\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$$



ত্রিমাত্রিক আয়তাকার বিস্তারে ভেক্টরের বিভাজন (Resolution of Vector in Three Dimensional Rectangular System)

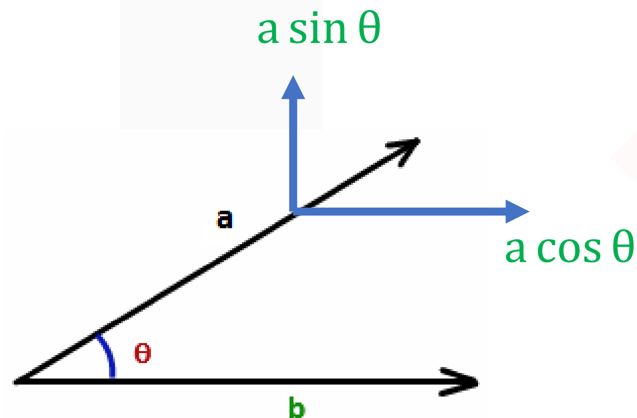
$$\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$$
$$\vec{B} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k}$$

$$\vec{A} + \vec{B} = (A_x + B_x)\hat{i} + \left(A_y + B_y\right)\hat{j} + (A_z + B_z)\hat{k}$$

স্কেলার গুণন (Scalar Multiplication)

স্কেলার গুণন (Scalar Multiplication):

$$\vec{a}.\vec{b} = ab\cos\theta$$



ভেক্টর গুণন (Vector Multiplication)

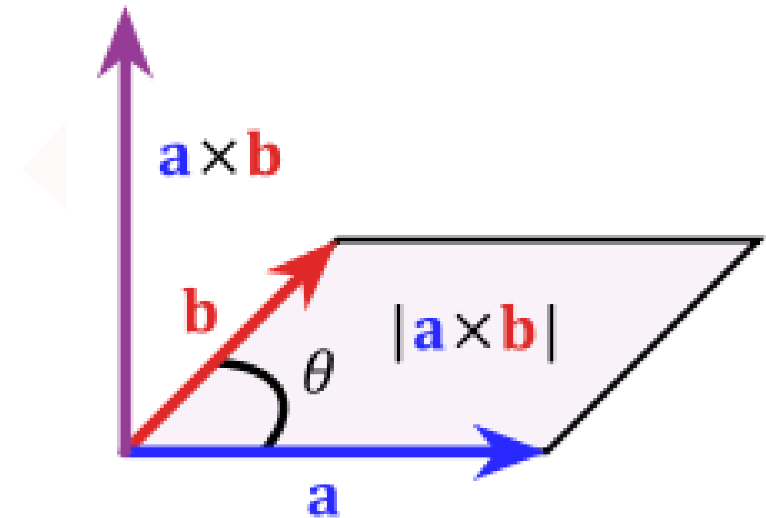
ভেক্টর গুণন (Vector Multiplication):

Righty tightly
Lefty loosy

$$\vec{a} \times \vec{b} = \hat{\eta}\, ab \sin\theta$$

↓

ডানহাতি স্ক্রু নিয়ম থেকে



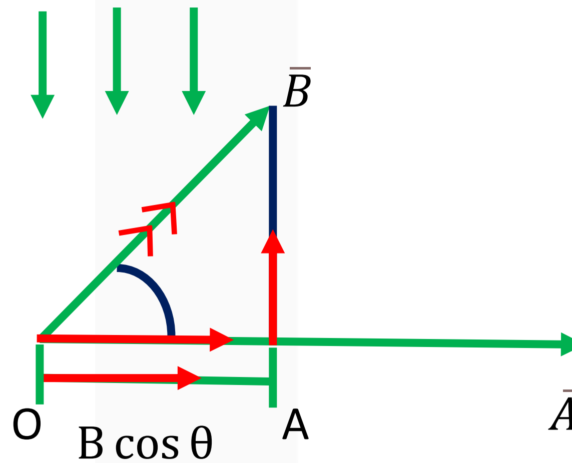
স্কেলার গুণন (Scalar Multiplication)

স্কেলার গুণন (Scalar Multiplication):

ΔOAB

$\Rightarrow \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB}$

$OA = B\cos\theta$



$\vec{A}.\vec{B} = AB\cos\theta$

$= A\,(B\cos\theta)$

স্কেলার গুণন বা ডট গুণন (Scalar Multiplication)

দুটি ভেক্টরের যে গুণনে একটি স্কেলার রাশি পাওয়া যায় এবং এর মান ঐ ভেক্টরদ্বয়ের মান ও তাদের অন্তর্ভূক্ত কোণের *cosine* এর মানের গুণফলের সমান হয়, সে গুণনকে স্কেলার বা ডট গুণন এবং গুণনের ফলকে স্কেলার গুণফল বলে।

এ প্রকারের গুণনে ভেক্টর রাশিদ্বয়ের মাঝে ডট (·) চিহ্ন ব্যবহৃত হয়।

স্কেলার গুণফলের কয়েকটি ধর্ম (Some properties of scalar product):

(i) $\vec{A} \cdot \vec{A} = A^2$ অর্থাৎ একই ভেক্টরকে দুবার নিয়ে স্কেলার গুণ করলে ভেক্টরটির মানের বর্গ পাওয়া যায়।

(ii) $\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$ অর্থাৎ স্কেলার গুণফল বিনিময় নিয়ম মেনে চলে।

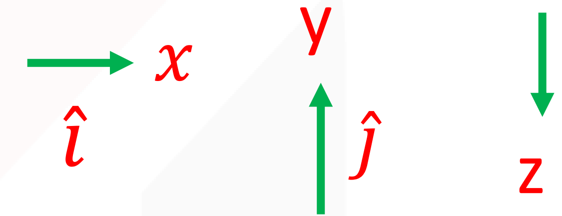
(iii) পরস্পর লম্ব দুটি ভেক্টরের স্কেলার গুণফল শূন্য হয়। অর্থাৎ $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$

আবার যদি দুটি ভেক্টরের কোনোটিরই মান শূন্য না হয় $(A \neq 0, B \neq 0)$, তবে $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$ হলে $\vec{A} \perp \vec{B}$

স্কেলার গুণন বা ডট গুণন (Scalar Multiplication)

(v) সমকৌণিক একক ভেক্টর সমূহের স্কেলার গুণফল $\hat{\imath}\cdot\hat{\imath}=\hat{\jmath}\cdot\hat{\jmath}=\hat{k}\cdot\hat{k}=1$

$$\hat{\imath}\cdot\hat{\jmath}=\hat{\jmath}\cdot\hat{\imath}=\hat{\jmath}\cdot\hat{k}=\hat{k}\cdot\hat{\jmath}=\hat{k}\cdot\hat{\imath}=\hat{\imath}\cdot\hat{k}=0$$



(vi) উপাংশের মাধ্যমে দুটি ভেক্টরের স্কেলার গুনফল $\vec{A}\cdot\vec{B}=A_xB_x+A_yB_y+A_zB_z$

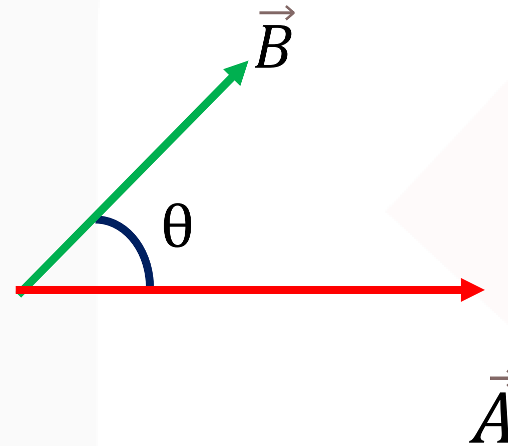
$$\vec{A}=A_x\hat{\imath}+A_y\hat{\jmath}+A_z\hat{k}$$
$$\vec{B}=B_x\hat{\imath}+B_y\hat{\jmath}+B_z\hat{k}$$

স্কেলার গুণন (Scalar Multiplication)

স্কেলার গুণন (Scalar Multiplication):

জ্ঞানমূলক

$\vec{A}, \vec{B}$



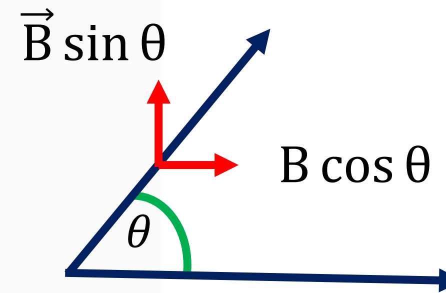
$$\vec{A} . \vec{B} = AB \cos \theta$$

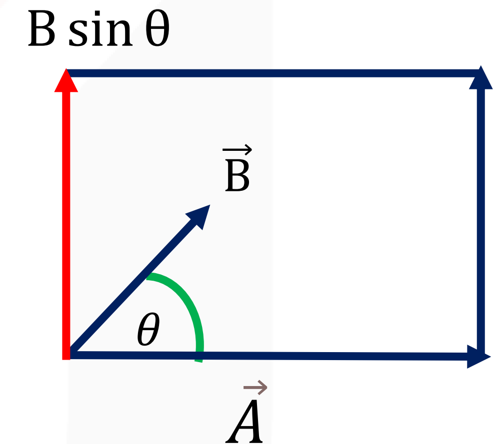
ভেক্টর গুণন (Vector Multiplication)

ভেক্টর গুণন (Vector Multiplication):

$$\vec{A} \times \vec{B} = \hat{\eta}\, AB \sin\theta$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$$





ভেক্টর গুণন (Vector Multiplication)

দুটি ভেক্টরের যে গুণনে একটি ভেক্টর রাশি পাওয়া যায় এবং এর মান ঐ ভেক্টরদ্বয়ের মান ও তাদের অন্তর্ভূক্ত কোণের sine এর মানের গুণফলের সমান হয়, সে গুণনকে ভেক্টর বা ক্রস গুণন এবং গুণনের ফলকে ভেক্টর গুণফল বলে।

ভেক্টর গুণফলের কয়েকটি ধর্ম (Some properties of vector product):

(i) $\vec{A} \times \vec{A} = 0$, অর্থাৎ একই ভেক্টরকে দুবার নিলে তাদের ভেক্টর গুণফল শূন্য হয়।

(ii) $\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$ অর্থাৎ ভেক্টর গুণফল বিনিময় নিয়ম মেনে চলে না।

(iii) $\vec{A} \perp \vec{B}$ হলে $\vec{A} \times \vec{B}$ এর মান $= |\vec{A} \times \vec{B}| = ABsin90° = AB$

$\vec{A} \cdot \vec{B}$ এবং $\vec{A} \times \vec{B}$ এই তিনটি ভেক্টরই পরস্পরের উপর লম্ব।

ভেক্টর গুণন (Vector Multiplication)

(iv) সমকৌণিক একক ভেক্টরসমূহের ভেক্টর গুণফল

$$\hat{\imath} \times \hat{\jmath} = \hat{k}, \quad \hat{\jmath} \times \hat{k} = \hat{\imath}, \quad \hat{k} \times \hat{\imath} = \hat{\jmath}$$

$$\hat{\jmath} \times \hat{\imath} = -\hat{k}, \quad \hat{k} \times \hat{\jmath} = -\hat{\imath}, \quad \hat{\imath} \times \hat{k} = -\hat{\jmath}$$

(v) স্থানাঙ্কের মাধ্যমে দুটি ভেক্টরের ভেক্টর গুণফল

$$\vec{A} \times \vec{B} = \hat{\imath}(A_x B_z - A_z B_x) + \hat{\jmath}(A_z B_x - A_x B_z) + \hat{k}(A_x B_y - A_y B_x)$$

(vi) $\vec{A},\ \vec{B},\ \vec{C}$ সমতলীয় হবার শর্ত হলো $\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = 0$

গাণিতিক সমস্যা

- কোন একজন ভদ্রলোক 4 km/h বেগে হেটে যাবার সময় 6 Km/h বেগে খাড়া লম্বভাবে বৃষ্টিপাত হতে দেখলেন। বৃষ্টির প্রকৃত বেগ কত নির্ণয় কর। ।

$$\vec{V}_{RM} = \vec{V}_R - \vec{V}_M$$

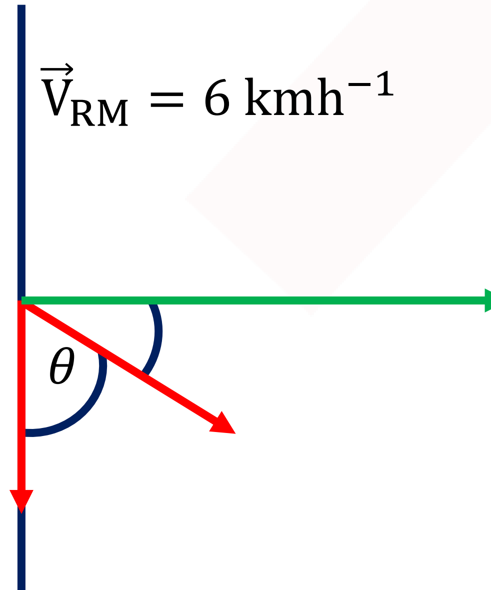
$$\vec{V}_R = \vec{V}_{RM} + \vec{V}_M$$

$$V_R = \sqrt{V_{RM}^2 + V_M^2}$$

$$= \sqrt{4^2 + 6^2}$$

$$= 7.21\ \text{kmh}^{-1}$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{V_M}{V_{RM}} = \tan^{-1}\frac{4}{6} = 33.69°$$



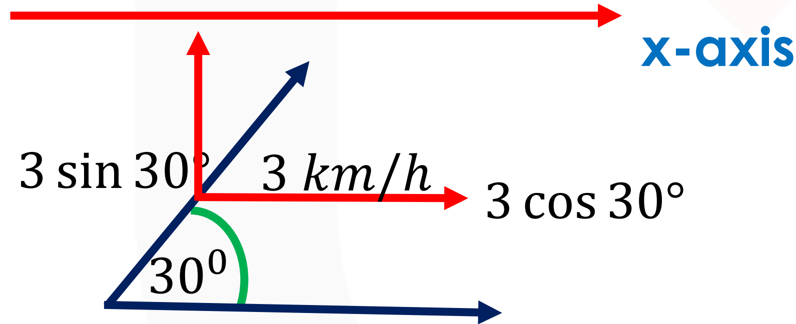
$V_R = ?$

$\theta = ?$

$4\ \text{kmh}^{-1} = \vec{V}_M$

গাণিতিক সমস্যা

- একজন চোর একটি নদীর এক পাড়ে দাঁড়িয়ে ঠিক অপর পাড়ে একটি পুলিশের নৌকা দেখতে পেয়ে সমবেগে নদীর পাড় বরাবর স্রোতের দিকে দৌড়াতে আরম্ভ করল। ঠিক একই সময়ে পুলিশের নৌকাটিও স্রোতের সাথে 30º কোণে 3Km/hr বেগে যাত্রা আরম্ভ করল। স্রোতের বেগের মান 5Km/hr। যদি কিছুক্ষণ পর পুলিশ চোরটিকে ধরে ফেলে, তাহলে চোর কত সমবেগে দৌড়াতে আরম্ভ করেছিল? ।



$$\sum V_x$$

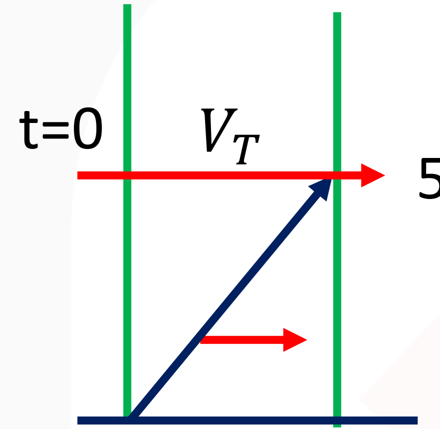
x-অক্ষ বরাবর সকল বেগের সমষ্টি

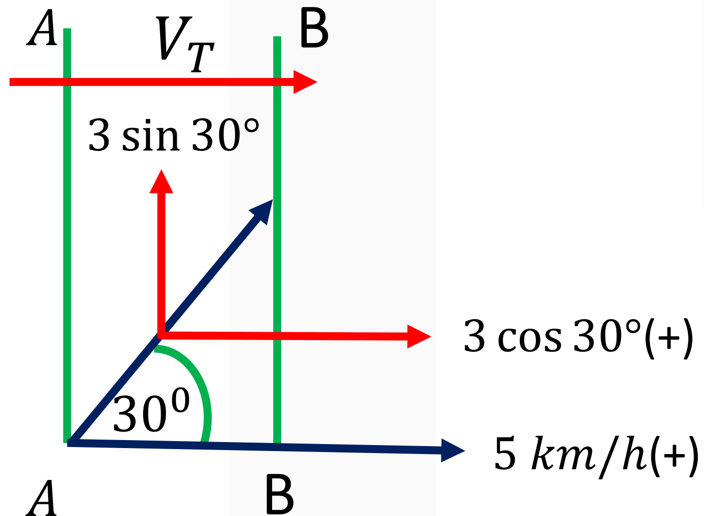
$$\sum V_x = 3\cos 30^\circ + 5$$

গাণিতিক সমস্যা

$\sum V_x > V_T$

$V_T > \sum V_x$





$\sum V_x = V_T$ সমান বেগ

চোরের বেগ = পুলিশের বেগ

$\therefore V_{B_x} = 5 + 3\cos 30°$ $\quad V_{B_x} = V_T$

গাণিতিক সমস্যা

Projection

- $\vec{A} = 3\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ এবং $\vec{B} = \hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}$ হলে, $\vec{A}$ বরাবর $\vec{B}$ এর লম্ব অভিক্ষেপ নির্ণয় কর।

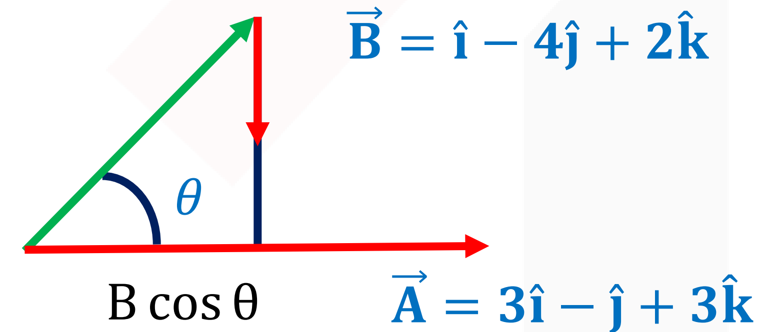
$$B\cos\theta = \frac{13}{\sqrt{19}}$$

$$\vec{A}.\vec{B} = AB\cos\theta$$

$$B\cos\theta = \frac{\vec{A}.\vec{B}}{A}$$

$$\vec{A}.\vec{B} = 3 + 4 + 6$$
$$\vec{A}.\vec{B} = 13$$

$$\vec{A} = \sqrt{3^2 + 1^2 + 3^2}$$



গাণিতিক সমস্যা

- 'a' এর মান কত হলে $\vec{A} = a\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{B} = 2a\hat{i} + a\hat{j} - 4\hat{k}$ ভেক্টরদ্বয় পরস্পর লম্ব হবে?

$\vec{A}.\vec{B} = 0$

$\Rightarrow (a\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}).(2a\hat{i} + a\hat{j} - 4\hat{k}) = 0$

$\Rightarrow 2a^2 - 2a + 4 = 0$

$\Rightarrow$ a =

গাণিতিক সমস্যা

- $\vec{A} = 9\hat{\imath} + \hat{\jmath} - 6\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 4\hat{\imath} - 6\hat{\jmath} + 5\hat{k}$ ভেক্টর দুটির স্কেলার গুণফল নির্ণয় কর এবং দেখাও যে ভেক্টরদ্বয় পরস্পরের উপর লম্ব।
- ভেক্টর $\vec{P} = 2\hat{\imath} - 3\hat{\jmath} + \hat{k}$ এর উপর $\vec{Q} = 4\hat{\jmath} + 5\hat{k}$ এর লম্ব অভিক্ষেপের মান নির্ণয় কর।
- একটি কণার উপর $\vec{F} = (3\hat{\imath} - 4\hat{\jmath} + 6\hat{k})$N বল প্রয়োগ করায় কণাটি Z-অক্ষ বরাবর 8m সরে গেলো। কণার উপর কৃত কাজ নির্ণয় কর।
- $|\vec{A} + \vec{B}| = |\vec{A} - \vec{B}|$ হলে, $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ এর মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় করে দেখাও যে, ভেক্টরদ্বয় পরস্পর লম্ব।
- $\vec{A} = 2\hat{\imath} + 3\hat{\jmath} - 4\hat{k}$ এবং $\vec{B} = \hat{\imath} - 2\hat{\jmath} + 3\hat{k}$ ভেক্টরদ্বয় যে তলে অবস্থান করে তার উল্লম্ব দিকে একটি একক ভেক্টর নির্ণয় কর।

গাণিতিক সমস্যা

- $\vec{P} = 4\hat{i} - 4\hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{Q} = 2\hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}$ ভেক্টরদ্বয় একটি সামান্তরিকের দুটি সন্নিহিত বাহু নির্দেশ করলে এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- 'a' এর মান কত হলে $\vec{A} = 5\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 15\hat{i} + a\hat{j} - 9\hat{k}$ ভেক্টরদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল হবে?
- প্রমাণ কর যে, $(\vec{A}.\vec{B})^2 + |\vec{A} \times \vec{B}|^2 = A^2B^2$
- প্রমাণ কর : $\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$; যেখানে, $\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$ এবং $\vec{B} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k}$।
- $\vec{P} = 4\hat{i} - 4\hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{Q} = 2\hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}$ ভেক্টরদ্বয় যে তলে অবস্থান করে তার উল্লম্ব দিকে একটি একক ভেক্টর নির্ণয় কর।

গাণিতিক সমস্যা

- $\vec{A} = 5\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 15\hat{\imath} + a\hat{\jmath} - 9\hat{k}$ হলে a এর মান কত হলে ভেক্টরদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল হবে?

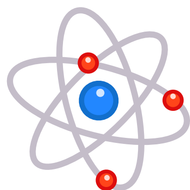
$$|\vec{A} \times \vec{B}| = 0$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 5 & 2 & -3 \\ 15 & a & -9 \end{vmatrix}$$

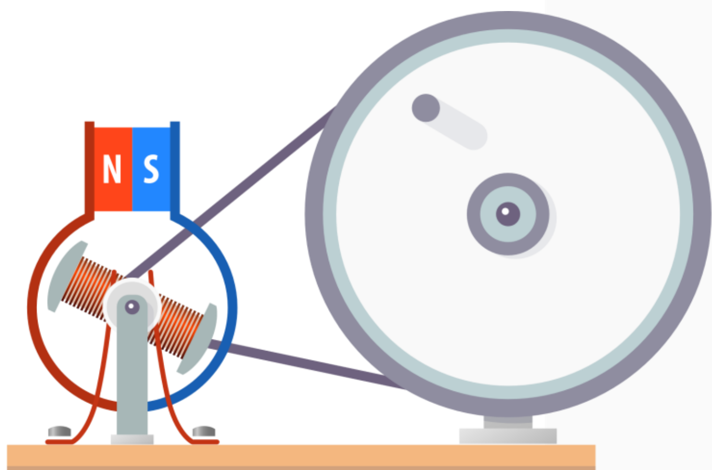
- যদি কোনো সামান্তরিকের বাহুদ্বয় $\vec{A} = 5\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 15\hat{\imath} + a\hat{\jmath} - 9\hat{k}$ দ্বারা নির্দিষ্ট হয় তবে সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- কোনো ত্রিভুজের তিনটি কৌণিক বিন্দু $A(1, -2, -3), B(2, 1, -1)$ এবং $C(1, 3, -2)$ হলে উহার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ধ্রুবক a এর মান কত হলে, $\vec{A} = 3\hat{i} - 4\hat{j} + a\hat{k}$, $\vec{B} = 2\hat{\imath} - \hat{\jmath} + \hat{k}$ ও $\vec{C} = \hat{\imath} + 2\hat{\jmath} - 3\hat{k}$ একই সমতলে অবস্থিত হবে?
- 'm' এর মান কত হলে $\vec{A} = \hat{\imath} - 3\hat{\jmath} + 5\hat{k}$ এবং $\vec{B} = m\hat{i} + 6\hat{j} - 10\hat{k}$ ভেক্টরদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল হবে?

গাণিতিক সমস্যা

- $\vec{P} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}$ এবং $\vec{Q} = -2\hat{j} + \hat{i} + 3\hat{k}$ ভেক্টরদ্বয় যে তলে অবস্থান করে তার উল্লম্ব দিকে একটি একক ভেক্টর নির্ণয় কর।
- $\vec{P} + \vec{Q} + \vec{R} = 0$ হলে প্রমাণ কর যে $\vec{P} \times \vec{Q} = \vec{Q} + \vec{R} = \vec{R} + \vec{P}$।
- $3\ kg$ ভরের একটি গতিশীল কণার গতিবেগ $\vec{v} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$। কণার অবস্থান ভেক্টর $\vec{r} = \hat{i} + \hat{j}$ হলে মূলবিন্দু সাপেক্ষে এর কৌণিক ভরবেগ নির্ণয় কর।
- একটি সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর যার কর্ণ দুইটি যথাক্রমে $\vec{A} = 3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ ও $\vec{B} = \hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$



Newtonian Mechanics



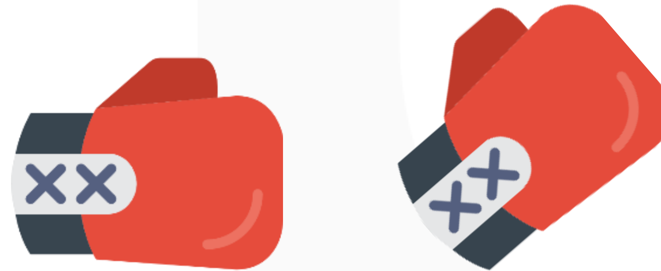


বলের সংজ্ঞা : যা স্থির বস্তুর ওপর ক্রিয়া করে তাকে গতিশীল করে বা করতে চায় বা যা গতিশীল বস্তুর ওপর ক্রিয়া করে তার গতির পরিবর্তন করে বা করতে চায় তাকে বল বলে।

বলের বৈশিষ্ট্য

১. বলের দিক আছে।

যেহেতু টানা বা ঠেলার মান ও দিক উভয়ই আছে, তাই বল একটি ভেক্টর রাশি। বলের দিক টানা বা ঠেলার দিকে।

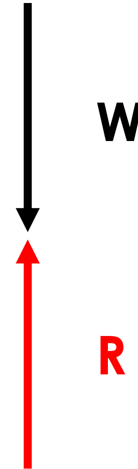


বলের সংজ্ঞা : যা স্থির বস্তুর ওপর ক্রিয়া করে তাকে গতিশীল করে বা করতে চায় বা যা গতিশীল বস্তুর ওপর ক্রিয়া করে তার গতির পরিবর্তন করে বা করতে চায় তাকে বল বলে।

বলের বৈশিষ্ট্য

২. বল জোড়ায় জোড়ায় ক্রিয়া করে।

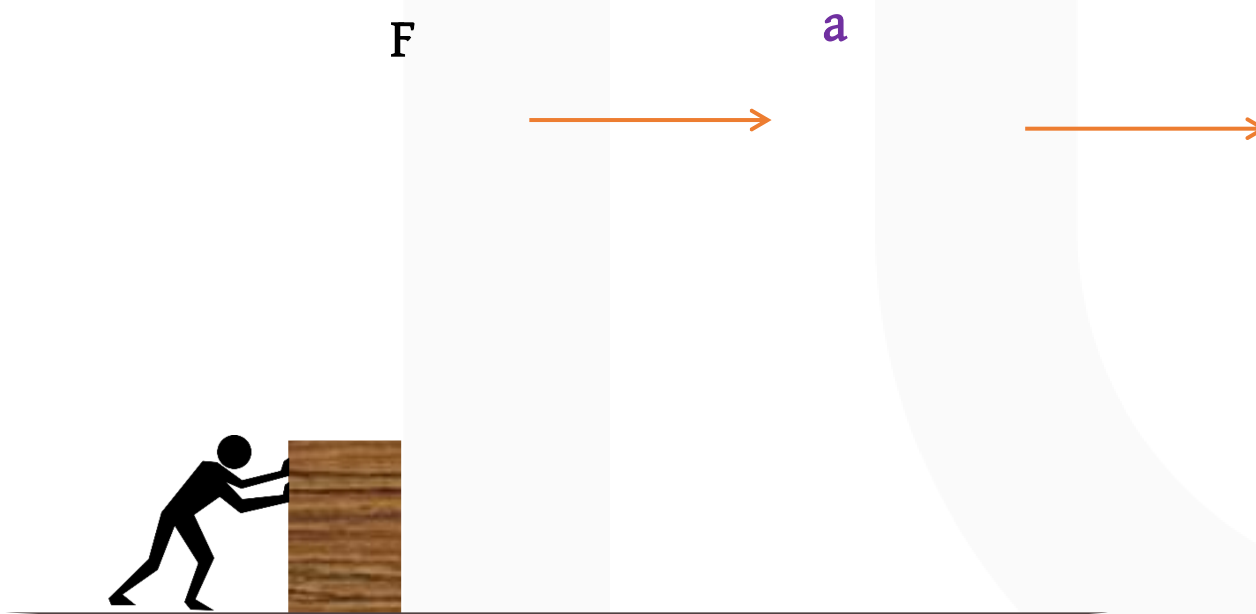




বলের সংজ্ঞা : যা স্থির বস্তুর ওপর ক্রিয়া করে তাকে গতিশীল করে বা করতে চায় বা যা গতিশীল বস্তুর ওপর ক্রিয়া করে তার গতির পরিবর্তন করে বা করতে চায় তাকে বল বলে।

বলের বৈশিষ্ট্য

৩. কোনো বল একটি বস্তুতে ত্বরণ সৃষ্টি করতে পারে।



v ↑↓

গতিশীল মানেই যে বল প্রযুক্ত, তা কিন্তু নয়

বলের সংজ্ঞা : যা স্থির বস্তুর ওপর ক্রিয়া করে তাকে গতিশীল করে বা করতে চায় বা যা গতিশীল বস্তুর ওপর ক্রিয়া করে তার গতির পরিবর্তন করে বা করতে চায় তাকে বল বলে।

বলের বৈশিষ্ট্য

৪. বল কোনো বস্তুকে বিকৃত করতে পারে।



বলের সংজ্ঞা : যা স্থির বস্তুর ওপর ক্রিয়া করে তাকে গতিশীল করে বা করতে চায় বা যা গতিশীল বস্তুর ওপর ক্রিয়া করে তার গতির পরিবর্তন করে বা করতে চায় তাকে বল বলে।

বলের বৈশিষ্ট্য

১. বলের দিক আছে।

২. বল জোড়ায় জোড়ায় ক্রিয়া করে।

৩. কোনো বল একটি বস্তুতে ত্বরণ সৃষ্টি করতে পারে।

৪. বল কোনো বস্তুকে বিকৃত করতে পারে।

Newton এর সূত্র-

1st → যখন F=0 তখন u=v



2nd → $\frac{dp}{dt} \propto F$ —অনুসিদ্ধান্ত→ F=ma

3rd → সংঘর্ষের বেলায় $\vec{F_1} = -\vec{F_2}$



অনুসিদ্ধান্ত

p= CONSTANT

$\sum P_i = \sum P_f$

$\rightarrow \sum mu = \sum mv$

গাণিতিক সমস্যা



v_3 v_5

১) বস্তুটির ৩সেকেন্ড এবং ৫সেকেন্ড পর বেগ কত?
২) বস্তুটির ৩সেকেন্ড এবং ৫সেকেন্ড পর সরণ কত?

(১)

৩ সেকেন্ড পরে বেগ

$$a = \frac{F}{m} = \frac{20}{5} = 4\ ms^{-2}$$

৩ সেকেন্ড পরে বেগ, $v_3 = u + at$

$$\Rightarrow v_3 = 3 + (4 \times 3)$$

$$\therefore v_3 = 15\ ms^{-1}$$

$m = 5\ kg$
$u = 3\ ms^{-1}$
$F = 20\ N$
$t = 3\ s$

৫ সেকেন্ড পরে বেগ

আমরা জানি, **যখন** F=0 **তখন** u=v

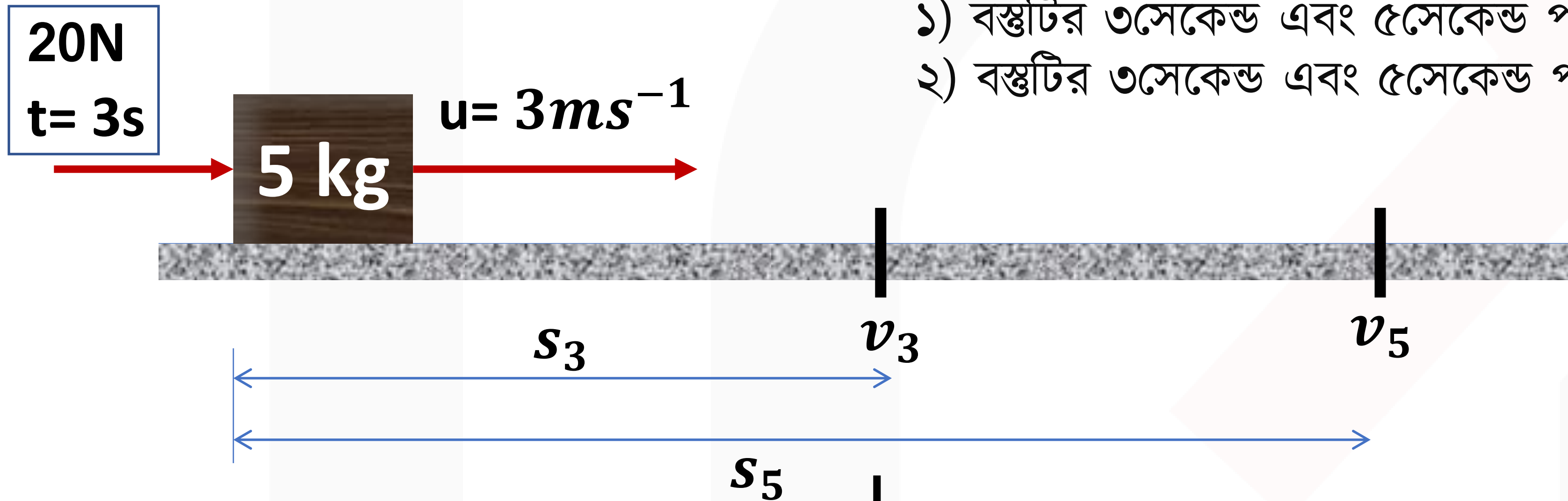
যেহেতু ৩ সেকেন্ড পরে বল প্রযুক্ত ছিল না তাই,

৩ সেকেন্ড পরে বেগ = ৫ সেকেন্ড পরে বেগ

$$\therefore v_5 = 15\ ms^{-1}$$

গাণিতিক সমস্যা

১) বস্তুটির ৩সেকেন্ড এবং ৫সেকেন্ড পর বেগ কত?
২) বস্তুটির ৩সেকেন্ড এবং ৫সেকেন্ড পর সরণ কত?



(২)

৩ সেকেন্ড পরে সরণ

$$a = \frac{F}{m} = \frac{20}{5} = 4\ ms^{-2}$$

৩ সেকেন্ড পরে সরণ, $s_3 = ut + \frac{1}{2}at^2$

$$\Rightarrow s_3 = (3 \times 3) + (0.5 \times 4 \times 3^2)$$

$$\therefore s_3 = 27\ m$$

$m = 5\ kg$
$u = 3\ ms^{-1}$
$F = 20\ N$
$t = 3\ s$

৫ সেকেন্ড পরে সরণ

আমরা জানি, **যখন** F=0 **তখন** u=v

যেহেতু ৩ সেকেন্ড পরে বল প্রযুক্ত ছিল না তাই,

৩ সেকেন্ড পরে বস্তুটি সমবেগে সরণ করেছিল অর্থাৎ

s_5 =প্রথম ৩ সে. ত্বরণে সরণ + পরের ২ সে. সমবেগে সরণ

$$\Rightarrow s_5 = 27 + (vt)$$

$$\Rightarrow s_5 = 27 + (15 \times 2)$$

$$\therefore s_5 = 57m$$

গাণিতিক সমস্যা

$1200\ kg$ ভরের একটি গাড়ি $20\ ms^{-1}$ দ্রুতিতে চলছিল। অতঃপর গাড়িটি $800\ kg$ ভরের একটি স্থির গাড়িকে ধাক্কা দিল। ধাক্কার পর গাড়ি দুটি একত্রিত হয়ে $120\ m$ পিছলিয়ে থেমে গেল। বাধাদানকারী বলের মান কত?

সমাধান:

$$m_1u_1 + m_2u_2 = (m_1 + m_2)v$$

বা, $v = \frac{m_1u_1+m_2u_2}{m_1+m_2}$

$$= \left(\frac{1200 \times 20 + 800 \times 0}{1200 + 800}\right) ms^{-1}$$

$$= 12ms^{-1}$$

এখানে,

১ম গাড়ির ভর, $m_1 = 1200$ kg

২য় গাড়ির ভর, $m_2 = 800$ kg

১ম গাড়ির আদিবেগ $\mathbf{u_1} = 20\ ms^{-1}$

২য় গাড়ির আদিবেগ, $u_2 = 0\ ms^{-1}$

গাড়ি দুটির মিলিত বেগ, v =?

ধাক্কার পর সরণ, $s = 120m$

বাধাদানকারী বলের মান, F =?

গাণিতিক সমস্যা

$1200\ kg$ ভরের একটি গাড়ি $20\ ms^{-1}$ দ্রুতিতে চলছিল। অতঃপর গাড়িটি $800\ kg$ ভরের একটি স্থির গাড়িকে ধাক্কা দিল। ধাক্কার পর গাড়ি দুটি একত্রিত হয়ে $120\ m$ পিছলিয়ে থেমে গেল। বাধাদানকারী বলের মান কত?

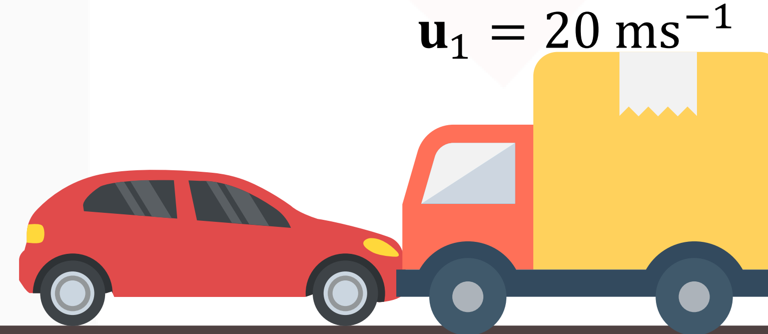
সমাধান:



গাণিতিক সমস্যা

$1200\ kg$ ভরের একটি গাড়ি $20\ ms^{-1}$ দ্রুতিতে চলছিল। অতঃপর গাড়িটি $800\ kg$ ভরের একটি স্থির গাড়িকে ধাক্কা দিল। ধাক্কার পর গাড়ি দুটি একত্রিত হয়ে $120\ m$ পিছলিয়ে থেমে গেল। বাধাদানকারী বলের মান কত?

সমাধান:



গাণিতিক সমস্যা

$1200\ kg$ ভরের একটি গাড়ি $20\ ms^{-1}$ দ্রুতিতে চলছিল। অতঃপর গাড়িটি $800\ kg$ ভরের একটি স্থির গাড়িকে ধাক্কা দিল। ধাক্কার পর গাড়ি দুটি একত্রিত হয়ে $120\ m$ পিছলিয়ে থেমে গেল। বাধাদানকারী বলের মান কত?

সমাধান:



গাণিতিক সমস্যা

$1200\ kg$ ভরের একটি গাড়ি $20\ ms^{-1}$ দ্রুতিতে চলছিল। অতঃপর গাড়িটি $800\ kg$ ভরের একটি স্থির গাড়িকে ধাক্কা দিল। ধাক্কার পর গাড়ি দুটি একত্রিত হয়ে $120\ m$ পিছলিয়ে থেমে গেল। বাধাদানকারী বলের মান কত?

সমাধান:

$$v' = 0\ \text{ms}^{-1}$$



$120\ m$

গাণিতিক সমস্যা

$1200\ kg$ ভরের একটি গাড়ি $20\ ms^{-1}$ দ্রুতিতে চলছিল। অতঃপর গাড়িটি $800\ kg$ ভরের একটি স্থির গাড়িকে ধাক্কা দিল। ধাক্কার পর গাড়ি দুটি একত্রিত হয়ে $120\ m$ পিছলিয়ে থেমে গেল। বাধাদানকারী বলের মান কত?

সমাধান: আবার,

$$v'^2 = v^2 + 2as$$

বা, $a = \frac{v'^2 - v^2}{2s}$

$$= \frac{(0)^2 - (12\ ms^{-1})^2}{2 \times 120\ m} = -\frac{144}{240}\ ms^{-2}$$

$$= -0.6\ ms^{-2}$$

এখানে,

আদিবেগ, $v = 12ms^{-1}$

শেষবেগ, $v' = 0ms^{-1}$

[থেমে গেল বলে।]

সরণ, $s = 120m$

গাণিতিক সমস্যা

$1200\ kg$ ভরের একটি গাড়ি $20\ ms^{-1}$ দ্রুতিতে চলছিল। অতঃপর গাড়িটি $800\ kg$ ভরের একটি স্থির গাড়িকে ধাক্কা দিল। ধাক্কার পর গাড়ি দুটি একত্রিত হয়ে $120\ m$ পিছলিয়ে থেমে গেল। বাধাদানকারী বলের মান কত?

সমাধান:

এখন বাধাদানকারী বল,

$$F = ma$$

$$= (m_1 + m_2)a$$

$$= (1200 + 800)\text{kg} \times (-0.6\text{ms}^{-2})$$

$$= -1200\text{N}$$ [বাধাদানকারী বল ঋণাত্মক বলে]

অতএব, বাধাদানকারী বলের মান $1200\ N$

গাণিতিক সমস্যা

সমত্বরণে ধাবমান $3\ kg$ ভরের একটি বস্তু এর গতির 5^{th} সেকেন্ডে ও 8^{th} সেকেন্ডে যথাক্রমে $0.18\ m$ এবং $0.30\ m$ দূরত্ব অতিক্রম করে। ক্রিয়াশীল বলের মান নির্ণয় কর?

সমাধান : ধরি, ক্রিয়াশীল বলের মান, F

এখানে,

$t_1 = 5s$

$s_{t_1} = 0.18\ \text{m}$

$t_2 = 8\ s$

$s_{t_2} = 0.30\ \text{m}$

বস্তুর ভর, $m = 3\ kg$

আমরা জানি, $s_{th} = u + \frac{1}{2}a(2t - 1)$

১ম ক্ষেত্রে আমরা পাই,

$$s_{t_1} = u + \frac{1}{2}a(2t_1 - 1)$$

বা, $0.18 = u + \frac{1}{2}a(2 \times 5 - 1)$

বা, $0.18 = \text{u} + \frac{9\text{a}}{2}$

$$2u + 9a = 0.36\ldots\ \ldots\ \ldots\ (১)$$

গাণিতিক সমস্যা

সমত্বরণে ধাবমান $3\ kg$ ভরের একটি বস্তু এর গতির 5^{th} সেকেন্ডে ও 8^{th} সেকেন্ডে যথাক্রমে $0.18\ m$ এবং $0.30\ m$ দূরত্ব অতিক্রম করে। ক্রিয়াশীল বলের মান নির্ণয় কর?

সমাধান : ধরি, ক্রিয়াশীল বলের মান, F

এখানে,

$t_1 = 5s$

$s_{t_1} = 0.18\ \text{m}$

$t_2 = 8\ s$

$s_{t_2} = 0.30\ \text{m}$

বস্তুর ভর, $m = 3\ kg$

আমরা জানি, $s_{th} = u + \frac{1}{2}a(2t - 1)$

$2u + 9a = 0.36 \ldots \ldots \ldots (১)$

২য় ক্ষেত্রে আমরা পাই,

$$s_{t_2} = u + \frac{1}{2}a(2t_2 - 1)$$

বা, $0.30 = \text{u} + \frac{1}{2}\text{a}(2 \times 8 - 1)$

বা, $0.30 = u + \frac{15a}{2}$

$2u + 15a = 0.6 \ldots \ldots \ldots (২)$

গাণিতিক সমস্যা

সমত্বরণে ধাবমান $3\ kg$ ভরের একটি বস্তু এর গতির 5^{th} সেকেন্ডে ও 8^{th} সেকেন্ডে যথাক্রমে $0.18\ m$ এবং $0.30\ m$ দূরত্ব অতিক্রম করে। ক্রিয়াশীল বলের মান নির্ণয় কর?

সমাধান : ধরি, ক্রিয়াশীল বলের মান, F

এখানে,

$t_1 = 5s$

$s_{t_1} = 0.18\ \text{m}$

$t_2 = 8\ s$

$s_{t_2} = 0.30\ \text{m}$

বস্তুর ভর, $m = 3\ kg$

আমরা জানি, $s_{th} = u + \frac{1}{2}a(2t - 1)$

$2u + 9a = 0.36 \ldots \ldots \ldots$ (১)

$2u + 15a = 0.6 \ldots \ldots \ldots$ (২)

(১) ও (২) সমাধান করে পাই

$u = 0\ \text{ms}^{-1}$

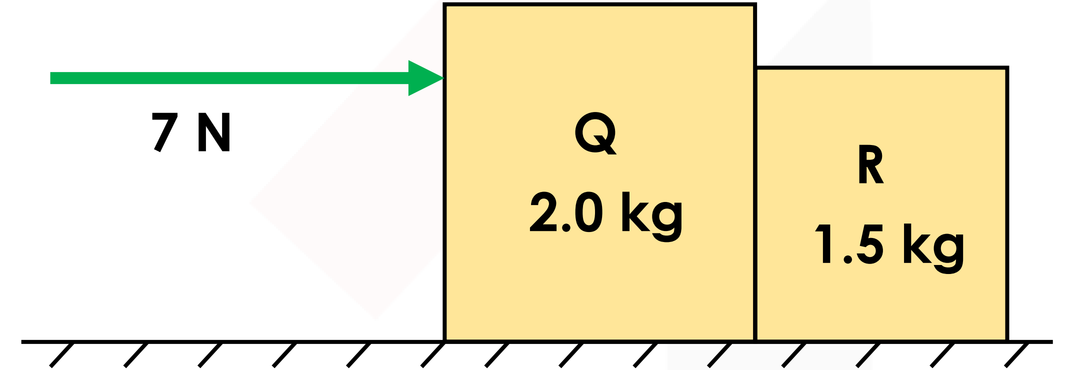
$\text{a} = 0.04\ \text{ms}^{-2}$

∴ ক্রিয়াশীল বলের মান $\text{F} = \text{ma} = 3 \times 0.04\ \text{ms}^{-2} = 0.12\ N$

গাণিতিক সমস্যা

2.0 kg এবং 1.5 kg ভরের দুটি কাঠের টুকরো চিত্রের ন্যায় একটি মসৃণ টেবিলের উপর অবস্থিত। 7.0 N বল Q এর উপর এমন ভাবে প্রয়োগ করা হলো যেন উভয় কাঠের টুকরা একত্রে ত্বরণ হল। R এর ওপর Q দ্বারা প্রযুক্ত অনুভূমিক বল কত?

সমাধান :



2 kg ও 1.5 kg ভরের কাঠের টুকরার উপর
7 N বল প্রয়োগ করলে উদ্ভুত ত্বরণ,

$$a = \frac{F}{m} = \frac{7N}{(2 + 1.5)kg} = 2ms^{-2}$$

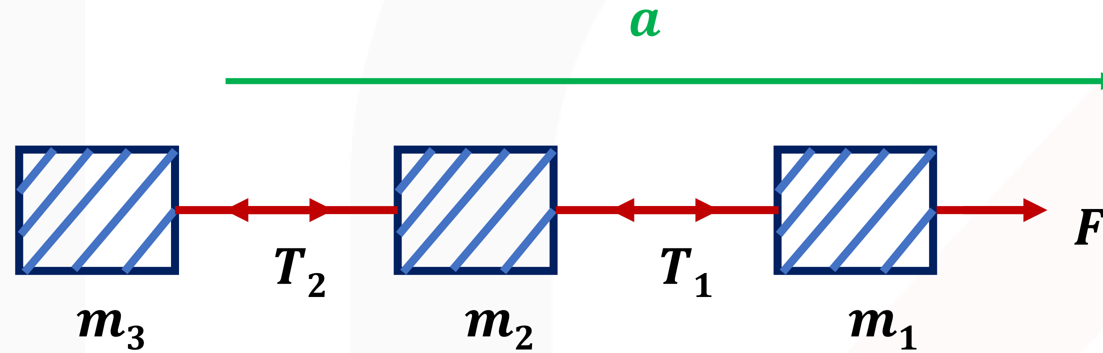
সুতরাং R এর ওপর Q দ্বারা প্রযুক্ত অনুভূমিক বল, $= m_R a = 1.5kg \times 2ms^{-2} = 3N$

অতএব, প্রযুক্ত আনুভূমিক বল $3N$

সংযুক্ত বস্তু সংক্রান্ত সমস্যা

- ফর্মুলা একটাই,
  নেট বল = ma

- পুরো সিস্টেমে
  ত্বরণ,বেগ ধ্রুবক

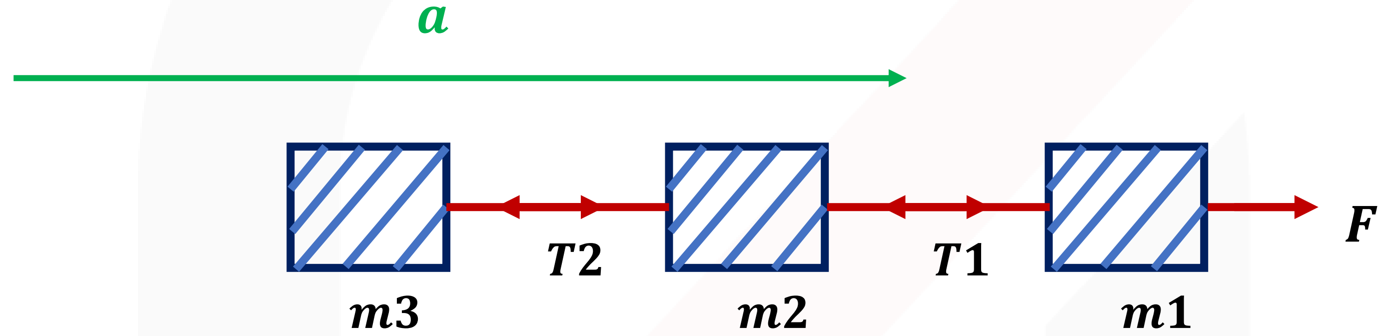


$$F = (m_1 + m_2 + m_3)a$$

সংযুক্ত বস্তু সংক্রান্ত সমস্যা

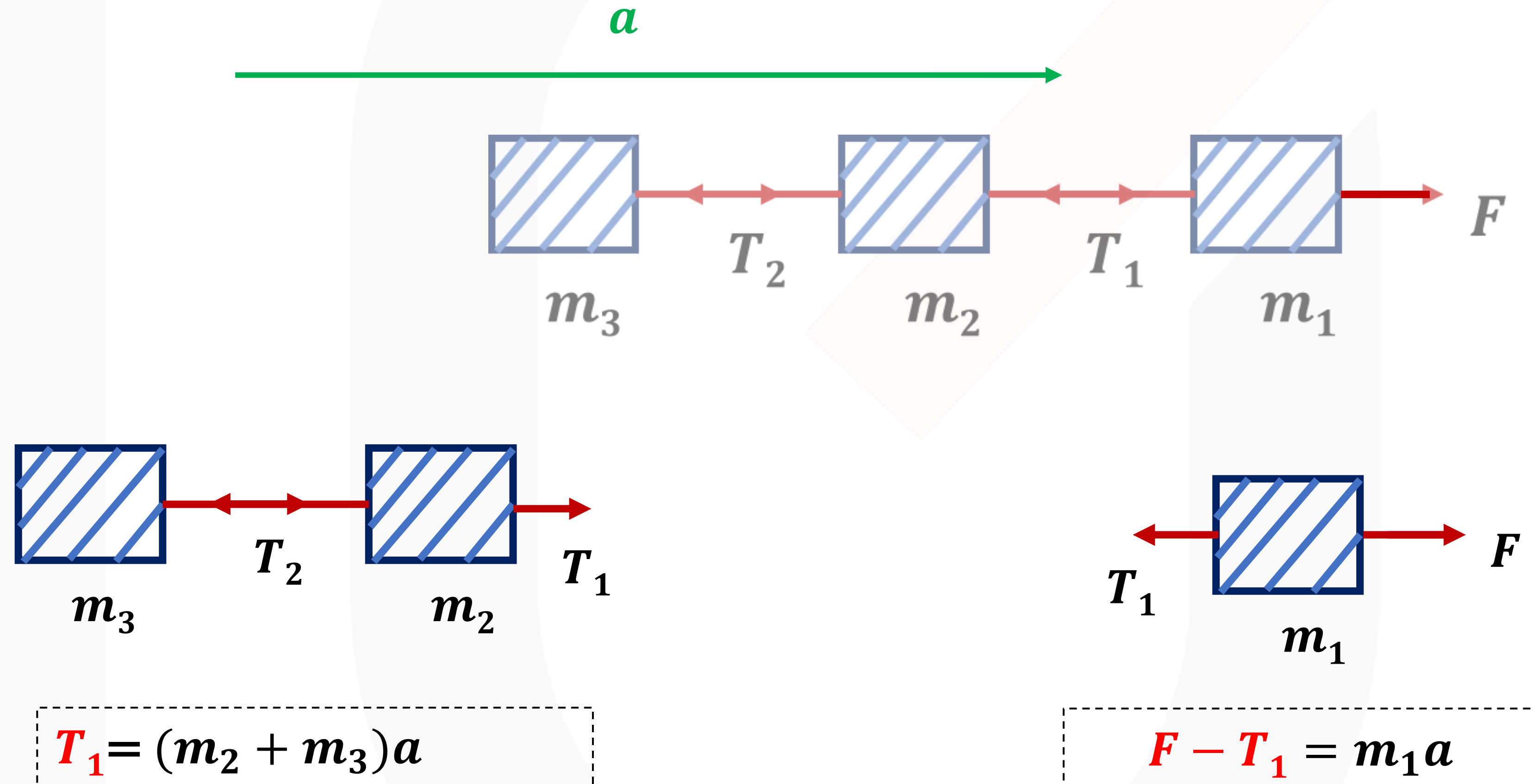
- ফর্মুলা একটাই, নেট বল = ma

- পুরো সিস্টেমে ত্বরণ,বেগ ধ্রুবক



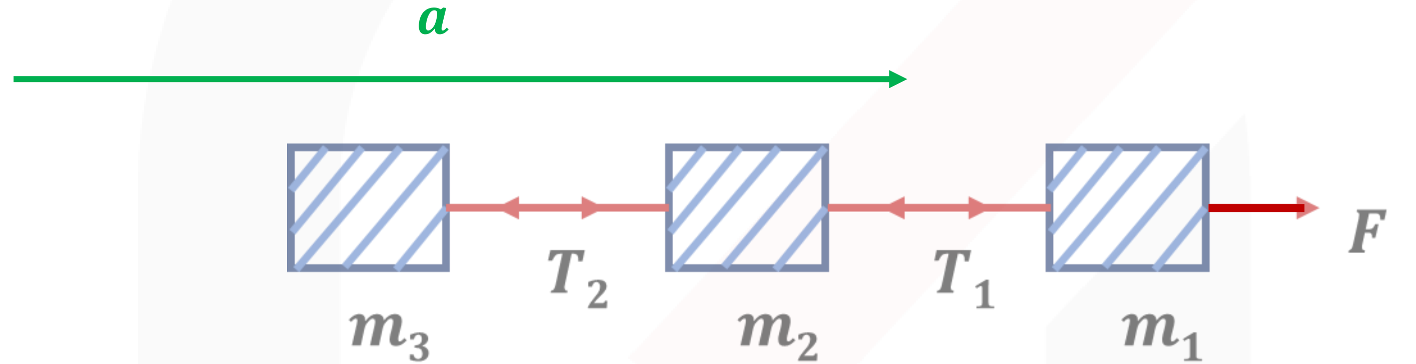
সংযুক্ত বস্তু সংক্রান্ত সমস্যা

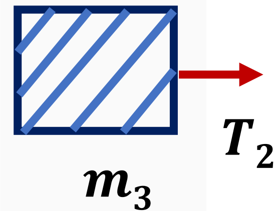
- ফর্মুলা একটাই, নেট বল = ma
- পুরো সিস্টেমে ত্বরণ,বেগ ধ্রুবক

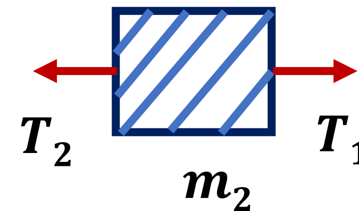


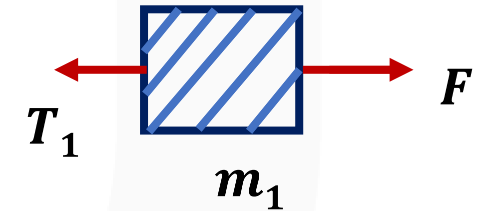
সংযুক্ত বস্তু সংক্রান্ত সমস্যা

- ফর্মুলা একটাই, নেট বল = ma
- পুরো সিস্টেমে ত্বরণ,বেগ ধ্রুবক









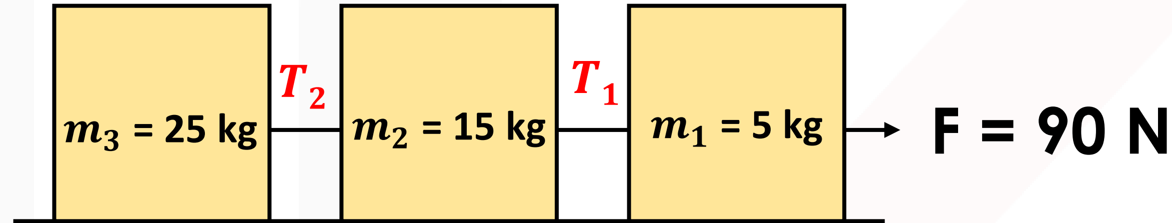
$$T_2 = m_3 a$$

$$T_1 - T_2 = m_2 a$$

$$F - T_1 = m_1 a$$

গাণিতিক সমস্যা

অনুভূমিক মসৃণ তলে একই সরলরেখা বরাবর 5, 15, 25 কেজি ভরের তিনটি বস্তু উপেক্ষণীয় ভরের দুটি তার দ্বারা পরস্পর যুক্ত আছে। 90 N অনুভূমিক বল প্রয়োগে সরলরেখা বরাবর ১ম বস্তুটিকে টানা হলে বস্তুটির ত্বরণ কত হবে? তার দুটিতে টান কত হবে?



সমাধান : এখানে, বস্তু তিনটির ভর, $m = m_1 + m_2 + m_3$

$$= (5 + 15 + 25) = 45kg$$

$\therefore$ ত্বরণ, $a = \frac{F}{m} = \frac{90N}{45kg} = 2ms^{-2}$

আবার, m_1 ও m_2 এর মধ্যস্থিত টান, $T_1 = (m_2 + m_3)a \quad = (15 + 25) \times 2 \quad = 80\,N$

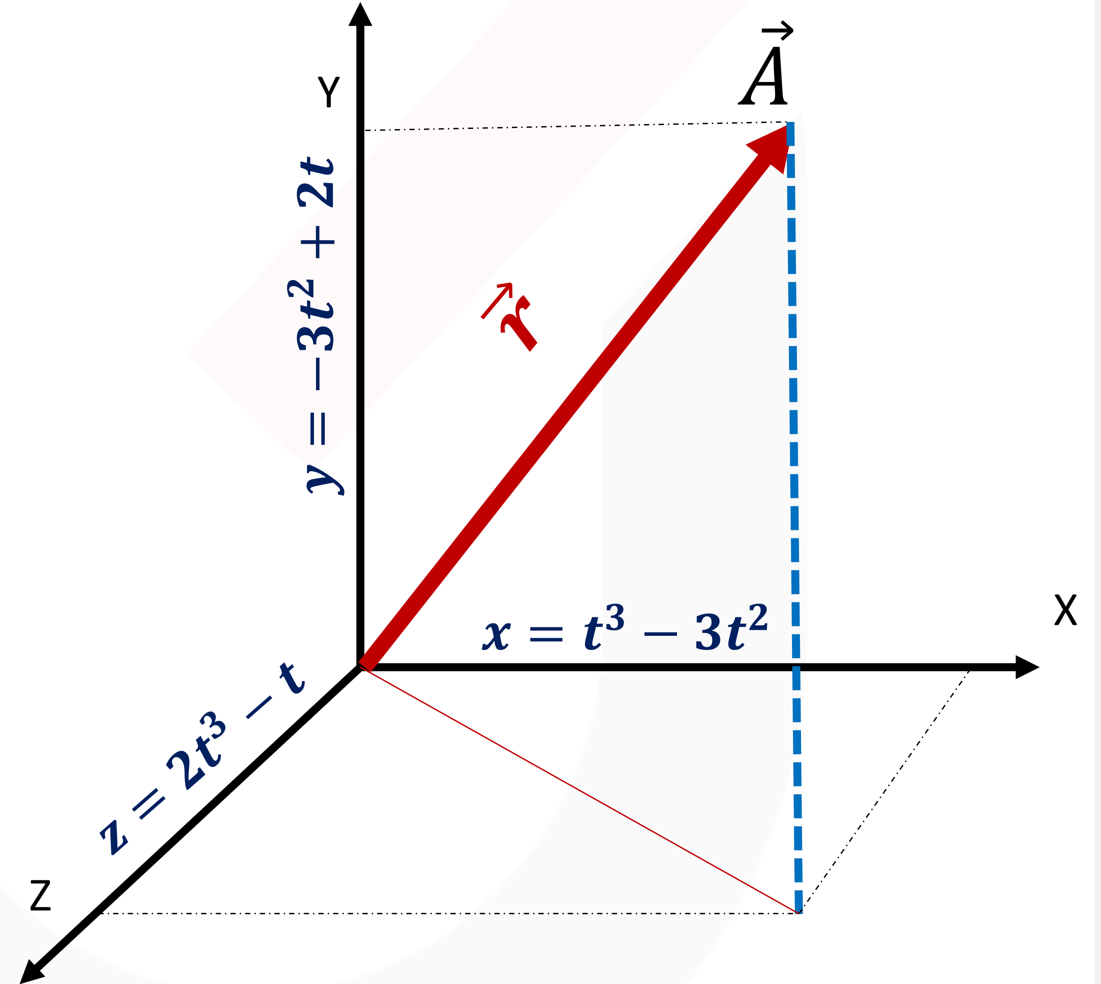
আবার, m_2 ও m_3 এর মধ্যস্থিত টান $T_2 = m_3 a = 25 \times 2 = 50\,N$

গাণিতিক সমস্যা

একক ভরের একটি বস্তুর চলোরেখার সমীকরণ $x = t^3 - 3t^2, y = -3t^2 + 2t,\ z = 2t^3 - t.$ $2\ s$ পর বস্তুটির উপর ক্রিয়াশীল বল নির্ণয় করো।

সমাধান : কণাটির অবস্থান ভেক্টর,

$$\vec{r} = (t^3 - 3t^2)\hat{\imath} + (-3t^2 + 2t)\hat{\jmath} + (2t^3 - t)\hat{k}$$



গাণিতিক সমস্যা

একক ভরের একটি বস্তুর চলোরেখার সমীকরণ $x = t^3 - 3t^2, y = -3t^2 + 2t,\ z = 2t^3 - t$. 2 s পর বস্তুটির উপর ক্রিয়াশীল বল নির্ণয় করো।

সমাধান : কণাটির অবস্থান ভেক্টর,

$$\vec{r} = (t^3 - 3t^2)\hat{\imath} + (-3t^2 + 2t)\hat{\jmath} + (2t^3 - t)\hat{k}$$

সুতরাং বেগ, $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}\{(t^3 - 3t^2)\hat{\imath} + (-3t^2 + 2t)\hat{\jmath} + (2t^3 - t)\hat{k}\}$

বা, $\vec{v} = (3t^2 - 6t)\hat{\imath} + (-6t + 2)\hat{\jmath} + (6t^2 - 1)\hat{k}$

গাণিতিক সমস্যা

একক ভরের একটি বস্তুর চলোরেখার সমীকরণ $x = t^3 - 3t^2, y = -3t^2 + 2t,\ z = 2t^3 - t.$ $2\ s$ পর বস্তুটির উপর ক্রিয়াশীল বল নির্ণয় করো।

সুতরাং বেগ, $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}\{(t^3 - 3t^2)\hat{\imath} + (-3t^2 + 2t)\hat{\jmath} + (2t^3 - t)\hat{k}\}$

বা, $\vec{v} = (3t^2 - 6t)\hat{\imath} + (-6t + 2)\hat{\jmath} + (6t^2 - 1)\hat{k}$

এবং ত্বরণ, $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}\{(3t^2 - 6t)\hat{\imath} + (-6t + 2)\hat{\jmath} + (6t^2 - 1)\hat{k}\}$

বা, $\vec{a} = (6t - 6)\hat{\imath} - 6\hat{\jmath} + 12t\hat{k}$

$\therefore$ $2\ s$ পর ত্বরণ, $\vec{a} = 6\hat{\imath} - 6\hat{\jmath} + 24\hat{k}$

গাণিতিক সমস্যা

একক ভরের একটি বস্তুর চলোরেখার সমীকরণ $x = t^3 - 3t^2, y = -3t^2 + 2t,\ z = 2t^3 - t.\ 2\ s$ পর বস্তুটির উপর ক্রিয়াশীল বল নির্ণয় করো।

$\therefore$ $2\ s$ পর ত্বরণ, $\vec{a} = 6\hat{i} - 6\hat{j} + 24\hat{k}$

$\therefore$ বল, $\vec{F} = m\vec{a}$

$= 1 \times (6\hat{i} - 6\hat{j} + 24\hat{k})$ [$\therefore$ ভর, m = 1 একক]

$= (6\hat{i} - 6\hat{j} + 24\hat{k})$

গাণিতিক সমস্যা

$$F = \frac{dp}{dt} = \frac{d}{dt}(mv)$$

$$F = m\frac{d\,(v)}{dt}$$

$$F = v\frac{d\,(m)}{dt}$$

(রকেটের সমস্যা)



$$F = ma$$

শুরুতে রকেটের মোট ভর,M_T = রকেটের Body ভর,M + রকেটের Fuel ভর,m

সময়ের সাথে সাথে fuel পুড়তে থাকে আর গ্যাস হয় যা ভূমিতে ধাক্কা প্রদান করতে থাকে

ধরি,প্রতি সেকেন্ডে জ্বালানি পুড়ে যাবার হার $= \frac{dm}{dt}$

এবং রকেটের সাপেক্ষে জ্বালানির আপেক্ষিক বেগ $= v_r$

$dm =$ যে পরিমান জ্বালানি পুড়ে তার ভর

$dt = dm$ পরিমান জ্বালানি পুড়তে যে সময়

যেহেতু আমরা জানি, F$= \frac{dp}{dt} = \frac{d(mv_r)}{dt}$

$= v_r \frac{dm}{dt}$ (এক্ষেত্রে $v_r =$ ধ্রুবক)

কিছু সময় পর

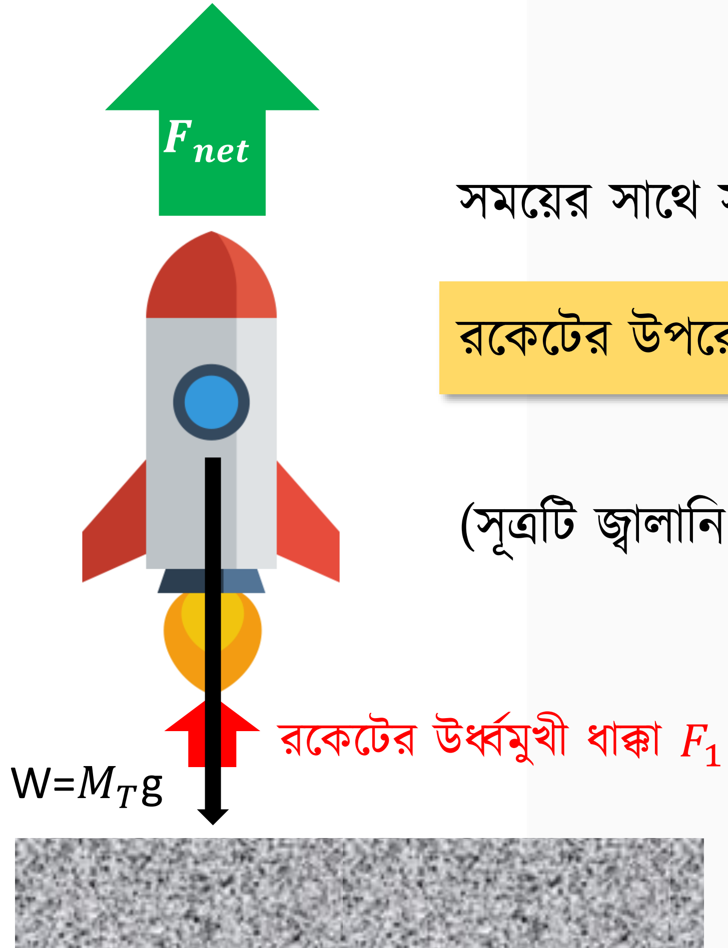


শুরুতে

∴রকেটের উর্ধ্বমুখী ধাক্কা $F_1 = (v_r)(\frac{dm}{dt})$

রকেটের উপরের দিকে লব্ধি বল $F_{net} = F_1 - W = (v_r)(\frac{dm}{dt}) - M_T g$

(সূত্রটি রকেট উড্ডয়নের শুরুতে, যখন রকেটের ভর = $M_T = M + m$ তখন প্রযোজ্য)



সময়ের সাথে সাথে m=0 হয়ে যাবে আর তখন,

রকেটের উপরের দিকে লব্ধি বল $F_{net} = F_1 - W = (v_r)(\frac{dm}{dt}) - Mg$

(সূত্রটি জ্বালানি শেষের মূহুর্তে ,যখন রকেটের ভর = $M_T = M$ তখন প্রযোজ্য)

গাণিতিক সমস্যা

একটি রকেট তার উড্ডয়নের প্রথম সেকেন্ডে তার ভরের $\frac{1}{50}$ ভাগ ভর $2200ms^{-1}$ বেগে বের করে দেয়। রকেটের ত্বরণ কত হবে?

সমাধান : এখানে, $dm = \frac{M_T}{50}$; $dt = 1s$

গ্যাসের বেগ, $v_r = 2200ms^{-1}$

রকেটের ত্বরণ, $a = ?$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8ms^{-2}$

রকেটের উপরের দিকে লব্ধি বল

$$F_{net} = (v_r)(\frac{dm}{dt}) - M_T g$$

$$\Rightarrow a = \frac{v_r}{M_T}\left(\frac{dm}{dt}\right) - g$$

$$= (\frac{2200}{M_T} \times \frac{M_T/50}{1}) - 9.8\ ms^{-2} \qquad = 34.2\ ms^{-2}$$

নিউটনের গতিসূত্র

❖ প্রথম সূত্রঃ

বাহ্যিক বল প্রয়োগে বস্তুও বাহ্যিক অবস্থার পরিবর্তন করতে বাধ্য না করলে স্থির বস্তু চিরকাল স্থিরই থাকবে এবং গতিশীল বস্তু সমবেগে অর্থাৎ সমদ্রুতিতে সরলপথে চলতে থাকবে।

❖ দ্বিতীয় সূত্রঃ

বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তনের হার প্রযুক্ত বলের সমানুপাতিক এবং বল যেদিকে ক্রিয়া করে বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তনও সেইদিকে ঘটে।

❖ তৃতীয় সুত্রঃ

প্রত্যেক ক্রিয়ারই একটি সমান ও বিপরীত প্রতিক্রিয়া আছে।



$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

নিউটনের গতিসূত্র

গতিশীল বস্তুর ভর ও বেগের গুনফল কে ভরবেগ বলে।

ভরবেগ, $\vec{P} = m\vec{v}$

$$\vec{F} \alpha \frac{d\vec{P}}{dt}$$

$$= k\frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$= k\frac{d}{dt}(m\vec{v})$$

$$= km\vec{a}$$

বস্তুর ওপর একাধিক বল প্রযুক্ত হলে, $\sum \vec{F} = \vec{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \vec{F_3} + \cdots + \vec{F_n}$

বা, $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

১ম সূত্র এবং ৩য় সূত্রের মধ্যে সম্পর্ক:

নিউটনের গতির ১ম সুত্র থেকে আমরা জানি বাহ্যিক বল ক্রিয়া না করলে ভরবেগ ধ্রুব থাকে।

অর্থাৎ ভরবেগ, $\vec{P} = m\vec{v} =$ ধ্রুবক

t এর সাপেক্ষে ব্যবকলন করে পাই,

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = m\frac{d(\vec{v})}{dt}$$

আবার দুটি বস্তুর মধ্যে একটি বস্তু যখন এপরটির উপর বল প্রয়োগ করে তখন লব্ধি ভরবেগের পরিবর্তনের হারের মান সমান ও বিপরীত হয়।

$$\therefore \frac{d\vec{P}_1}{dt} = -\frac{d\vec{P}_2}{dt}$$

$$\frac{d}{dt}(m_1\vec{v}_1) = -\frac{d}{dt}(m_2\vec{v}_2)$$

১ম সূত্র এবং ৩য় সূত্রের মধ্যে সম্পর্ক:

নিউটনের গতির ১ম সুত্র থেকে আমরা জানি বাহ্যিক বল ক্রিয়া না করলে ভরবেগ ধ্রুব থাকে।

অর্থাৎ ভরবেগ, $\vec{P} = m\vec{v} =$ ধ্রুবক

t এর সাপেক্ষে ব্যবকলন করে পাই,

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = m\frac{d(\vec{v})}{dt}$$

আবার দুটি বস্তুর মধ্যে একটি বস্তু যখন এপরটির উপর বল প্রয়োগ করে তখন লব্ধি ভরবেগের পরিবর্তনের হারের মান সমান ও বিপরীত হয়।

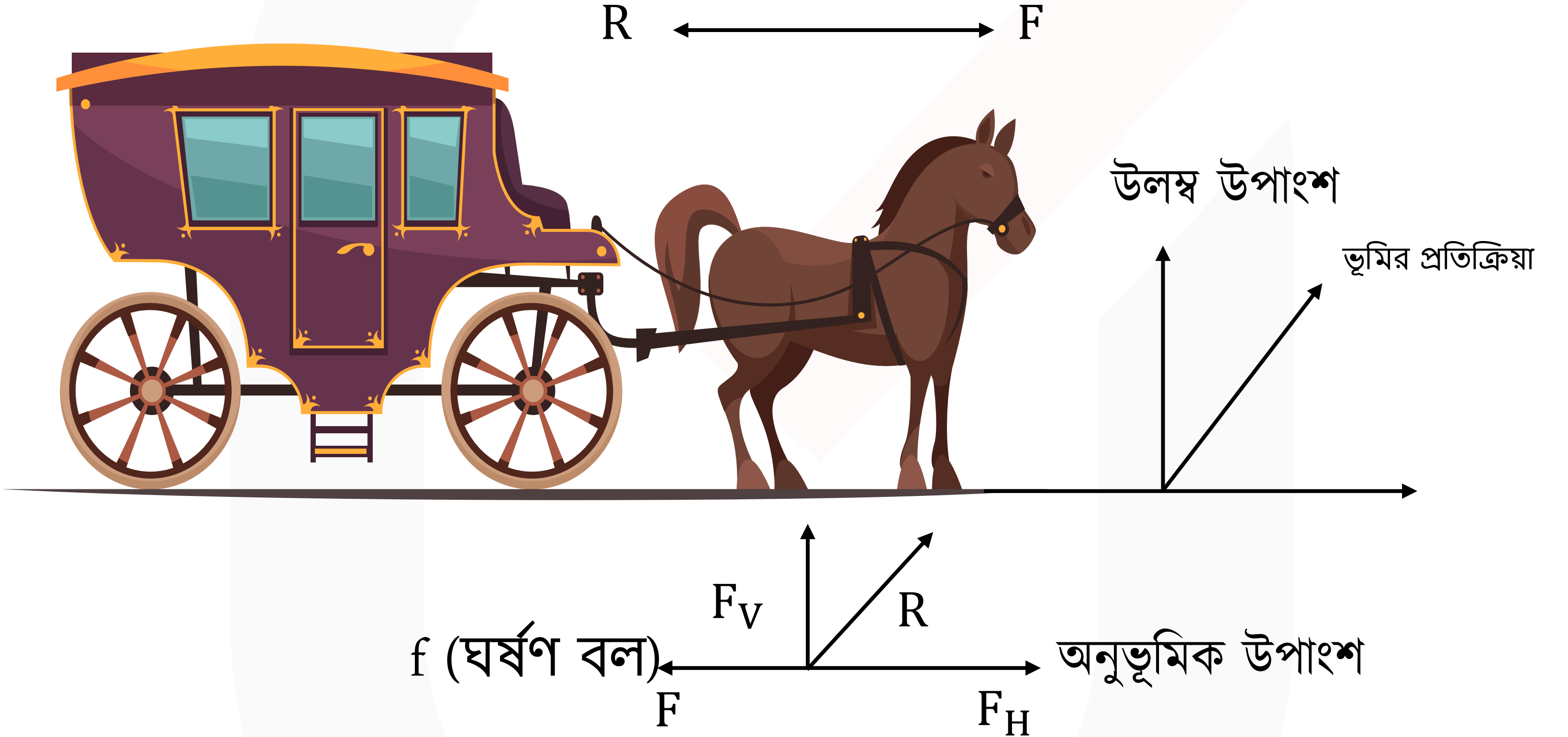
$$\therefore \frac{d\vec{P}_1}{dt} = -\frac{d\vec{P}_2}{dt}$$

$\frac{d}{dt}(m_1\vec{v}_1) = -\frac{d}{dt}(m_2\vec{v}_2)$ বা, $m_1\vec{a}_1 = -m_2\vec{a}_2$ বা, $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$, অর্থাৎ ক্রিয়া বল= প্রতিক্রিয়া বল।

নিউটনের গতিসূত্রের ব্যাবহার :

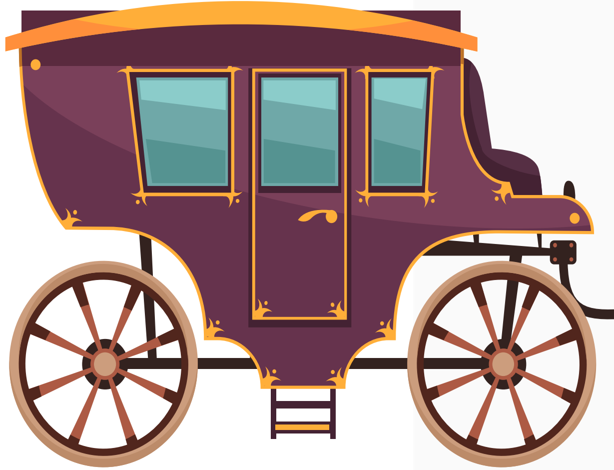
ঘোড়ার গাড়ির চলাচল :

আরোহীসহ গাড়িটি সামনের দিকে এগোয় কি করে? : গাড়িটিকে সামনের দিকে চালাবার জন্য ঘোড়া মাটির উপর তির্যকভাবে বল প্রয়োগ করে। সঙ্গে সঙ্গে মাটি ঘোড়ার উপর সমান ও বিপরীতমুখী প্রতিক্রিয়া বল R প্রয়োগ করে। এই বলকে অনুভূমিক দিকে এবং উলম্ব দিকে যথাক্রমে F_H এবং F_V উপাংশে বিশ্লেষণ করা যায়। উলম্ব উপাংশ F_V ঘোড়ার ওজনকে প্রশমিত করে।

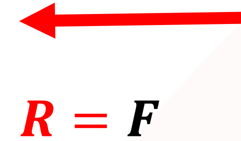


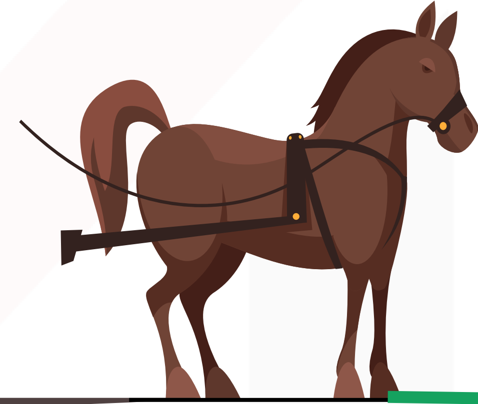
নিউটনের গতিসূত্রের ব্যাবহার :

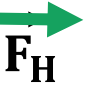
ঘোড়ার গাড়ির চলাচল :











f (ঘর্ষণ বল)

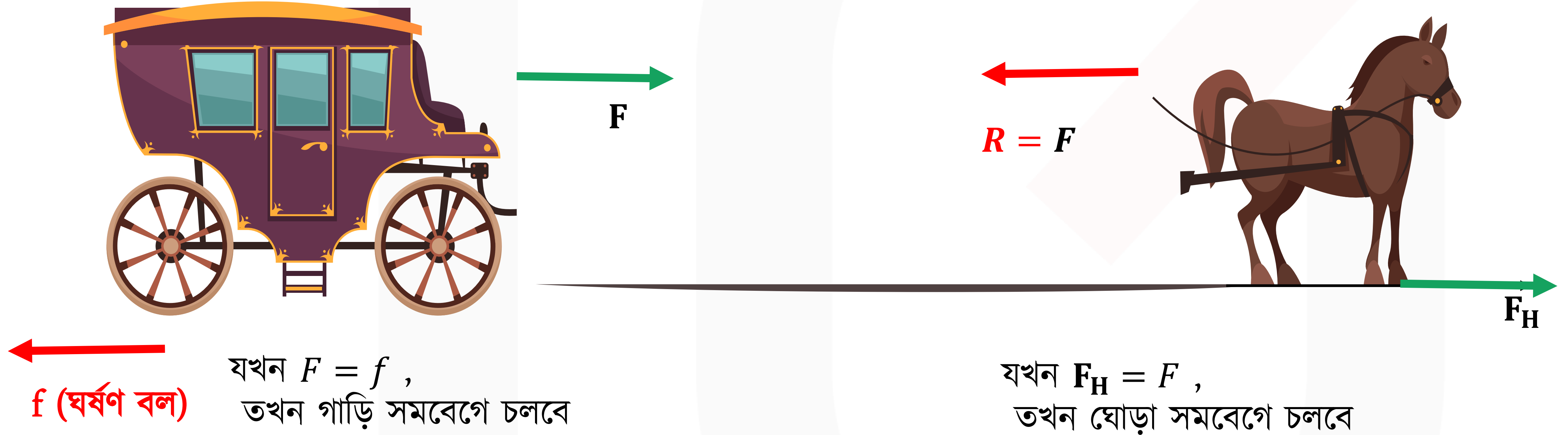
যখন $F > f$,
তখনই গাড়ি $F - f$ বলে সামনের দিকে চলতে শুরু করে

যখন $F_H > F$,
তখনই ঘোড়া $F_H - F$ বলে সামনের দিকে চলতে শুরু করে

চালকসহ গাড়ি ত্বরণ নিয়ে চললে ঘোড়ার ত্বরণ হবে $\frac{F_H - F}{M}$ এবং গাড়ির ত্বরণ হবে $\frac{F - f}{M_g}$

নিউটনের গতিসূত্রের ব্যাবহার :

ঘোড়ার গাড়ির চলাচল :



যখন $F = f$,
তখন গাড়ি সমবেগে চলবে

যখন $\mathbf{F_H} = F$,
তখন ঘোড়া সমবেগে চলবে

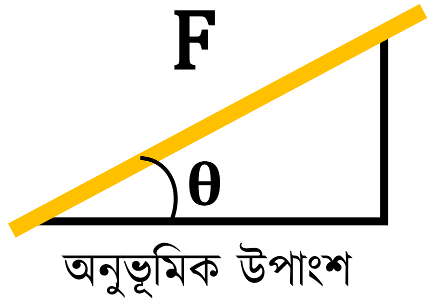
চালকসহ গাড়ি সমবেগ নিয়ে চললে $F_H = F = f$

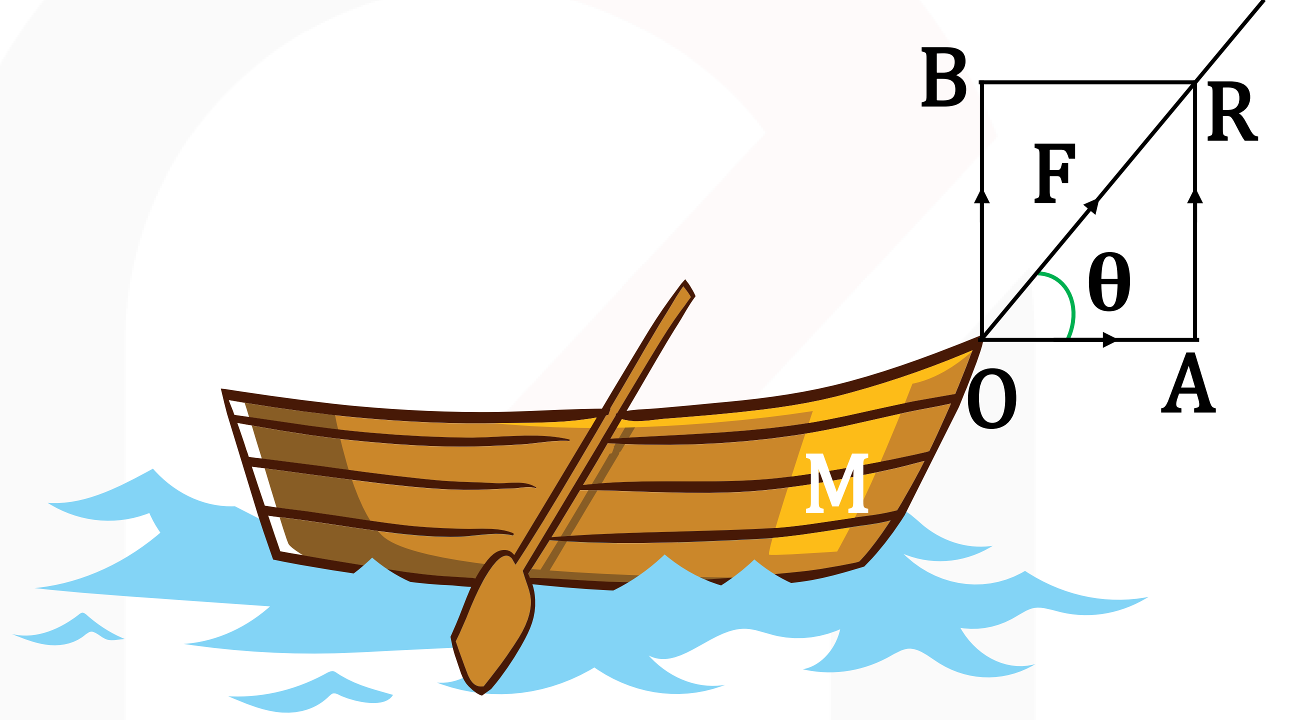
নিউটনের গতিসূত্রের ব্যাবহার :

নৌকার গুণ টানা :

অনুভূমিক উপাংশ $= F \cos\theta$, এর দিক OA বরাবর

উলম্ব উপাংশ $= F \sin\theta$, এর দিক OB বরাবর



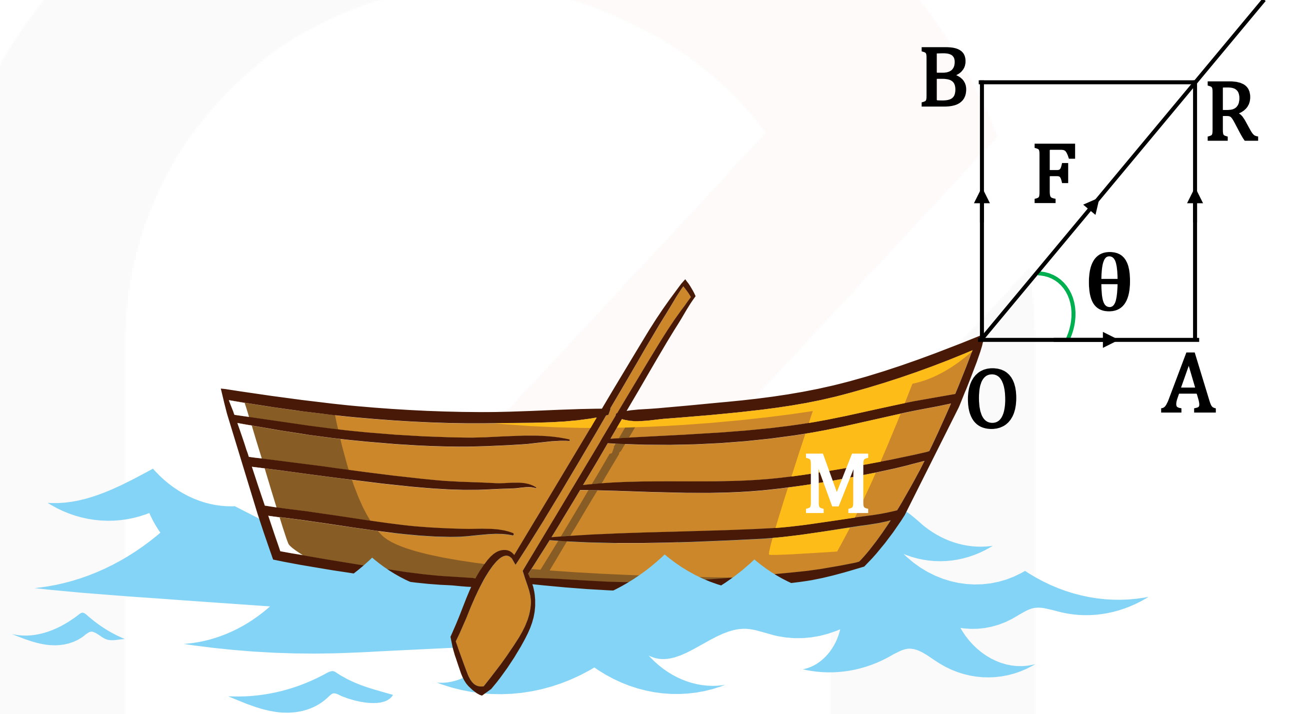


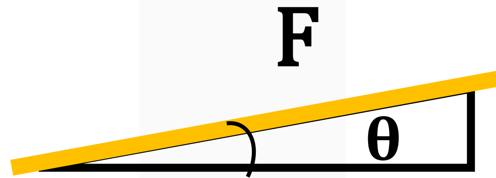
নিউটনের গতিসূত্রের ব্যাবহার :

নৌকার গুণ টানা :

অনুভূমিক উপাংশ $= F\cos\theta$, এর দিক OA বরাবর

উলম্ব উপাংশ $= F\sin\theta$, এর দিক OB বরাবর





অনুভূমিক উপাংশ

$$\theta\downarrow \rightarrow \cos\theta\uparrow \rightarrow F\cos\theta\uparrow$$

নিউটনের গতিসূত্রের ব্যাবহার :

বন্দুক থেকে গুলি ছোড়া :

M ভরের একটি বন্দুক হতে m ভরের একটি গুলি $\vec{v}$ বেগে বের হয়ে গেল। আবার মনে করি গুলি ছোঁড়ার পর বন্দুকের বেগ $= \vec{V}$



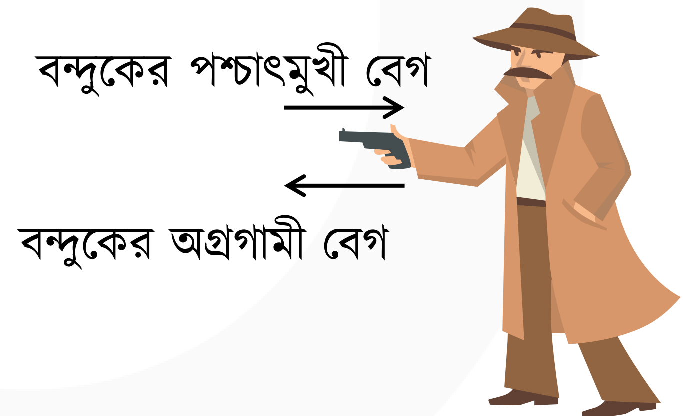
$\therefore$ গুলি ছোঁড়ার আগে তাদের মোট ভরবেগ $= 0$

কিন্তু ভরবেগের নিত্যতা সূত্র অনুসারে আগের ও পরের ভরবেগ সমান।

$$\therefore M\vec{V} + m\vec{v} = 0$$

$$\Rightarrow \vec{V} = -\frac{m\vec{v}}{M}$$

বন্দুকের বেগ



গাণিতিক সমস্যা

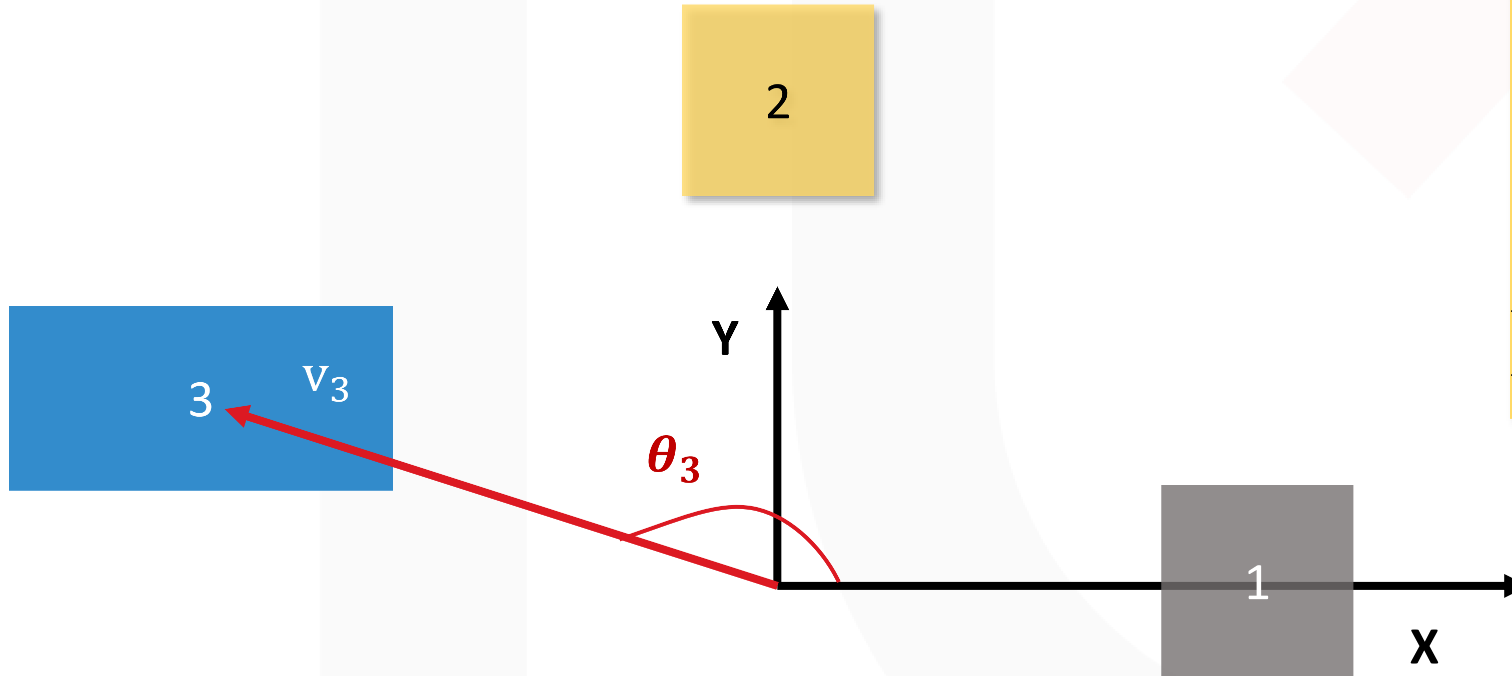
একটি স্থির কণা হঠাৎ বিস্ফোরিত হয়ে $m_1 = 1kg, m_2 = 1\,kg$ ও $m_3 = 3\,kg$ ভরের তিনটি অংশে বিভক্ত হয়ে গেল। সমান ভর দুটির উভয়ের বেগের মান $24ms^{-1}$ হলে এবং তারা পরস্পর সমকোণে চলতে থাকলে ভারী ভরটির বেগের মান ও গতির অভিমুখ নির্ণয় কর।



গাণিতিক সমস্যা

একটি স্থির কণা হঠাৎ বিস্ফোরিত হয়ে $m_1 = 1kg$, $m_2 = 1\ kg$ ও $m_3 = 3\ kg$ ভরের তিনটি অংশে বিভক্ত হয়ে গেল। সমান ভর দুটির উভয়ের বেগের মান $24ms^{-1}$ হলে এবং তারা পরস্পর সমকোণে চলতে থাকলে ভারী ভরটির বেগের মান ও গতির অভিমুখ নির্ণয় কর।

$m_1 = 1\text{kg}$
$m_2 = 1\text{kg}$
$m_3 = 3\text{kg}$
$\theta_1 = 0$
$\theta_2 = 90$
$\theta_3 = ?$
$u_1 = u_2 = u_3 = 0\ \text{ms}^{-1}$
$v_1 = v_2 = 24\text{ms}^{-1}$
$v_3 = ?$



গাণিতিক সমস্যা

একটি স্থির কণা হঠাৎ বিস্ফোরিত হয়ে $m_1 = 1kg$, $m_2 = 1\ kg$ ও $m_3 = 3\ kg$ ভরের তিনটি অংশে বিভক্ত হয়ে গেল। সমান ভর দুটির উভয়ের বেগের মান $24ms^{-1}$ হলে এবং তারা পরস্পর সমকোণে চলতে থাকলে ভারী ভরটির বেগের মান ও গতির অভিমুখ নির্ণয় কর।

সমাধান:

x অক্ষের দিকে ভরবেগের নিত্যতার নীতি অনুসারে,

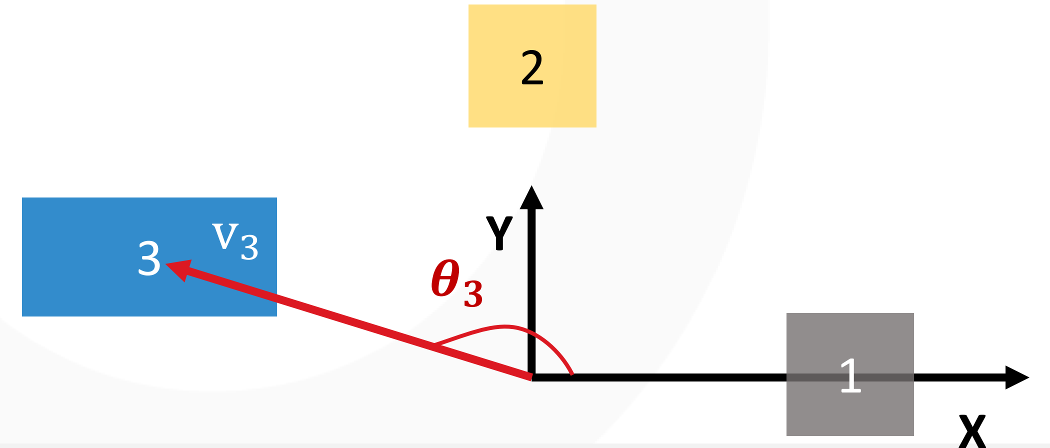
$$m_1 v_1 \cos\theta_1 + m_2 v_2 \cos\theta_2 + m_3 v_3 \cos\theta_3 = 0$$

বা, $1kg \times 24ms^{-1} \times \cos 0° + 1kg \times 24ms^{-1} \times \cos 90° + 3kg \times v_3 \cos\theta_3 = 0$

বা, $3kg \times v_3 \cos\theta_3 = -24kgms^{-1}$

বা, $v_3 \cos\theta_3 = \frac{-24}{3} ms^{-1}$

$\therefore v_3 \cos\theta_3 = -8ms^{-1}$ … … … (১)



গাণিতিক সমস্যা

একটি স্থির কণা হঠাৎ বিস্ফোরিত হয়ে $m_1 = 1kg, m_2 = 1\ kg$ ও $m_3 = 3\ kg$ ভরের তিনটি অংশে বিভক্ত হয়ে গেল। সমান ভর দুটির উভয়ের বেগের মান $24ms^{-1}$ হলে এবং তারা পরস্পর সমকোণে চলতে থাকলে ভারী ভরটির বেগের মান ও গতির অভিমুখ নির্ণয় কর।

সমাধান:

আবার, y অক্ষের দিকে ভরবেগের নিত্যতার নীতি অনুসারে,

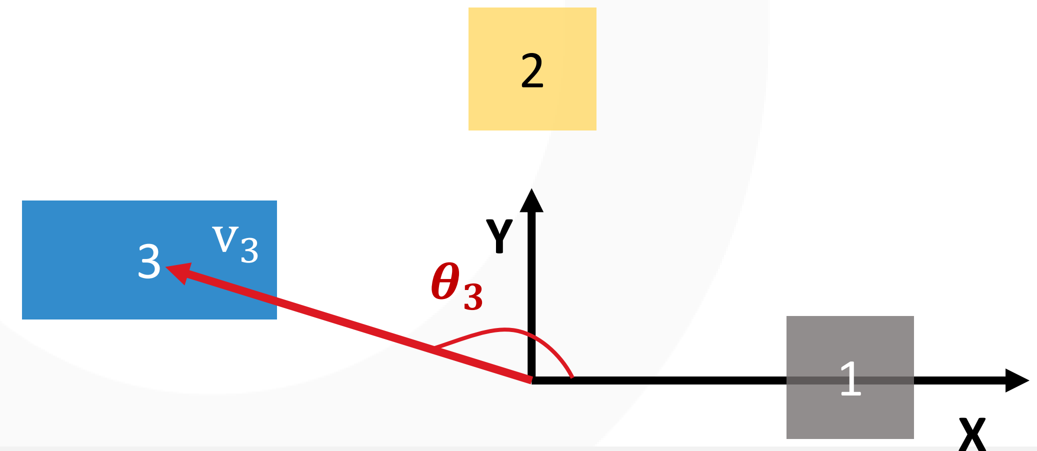
$$m_1v_1 \sin\theta_1 + m_2v_2\sin\theta_2 + m_3v_3\sin\theta_2 = 0$$

বা, $1kg \times 24ms^{-1} \times \sin 0° + 1kg \times 24ms^{-1}\sin 90° + 3kg \times v_3\sin\theta_3 = 0$

বা, $3kg \times v_3 \sin\theta_3 = -24kgms^{-1}$

বা, $v_3 \sin\theta_3 = -\frac{24}{3}ms^{-1}$

বা, $v_3 \sin\theta_3 = -8ms^{-1}$ … … … (২)



গাণিতিক সমস্যা

একটি স্থির কণা হঠাৎ বিস্ফোরিত হয়ে $m_1 = 1kg$, $m_2 = 1\ kg$ ও $m_3 = 3\ kg$ ভরের তিনটি অংশে বিভক্ত হয়ে গেল। সমান ভর দুটির উভয়ের বেগের মান $24ms^{-1}$ হলে এবং তারা পরস্পর সমকোণে চলতে থাকলে ভারী ভরটির বেগের মান ও গতির অভিমুখ নির্ণয় কর।

সমাধান:

(২) ÷ (১) নং হতে পাই,

$$\tan\theta_3 = 1,$$

$$\therefore \theta_3 = 45°$$

(১)^2+(২)^2 করে পাই,

$$(v_3)^2 = (-8)^2 + (-8)^2 = 128$$

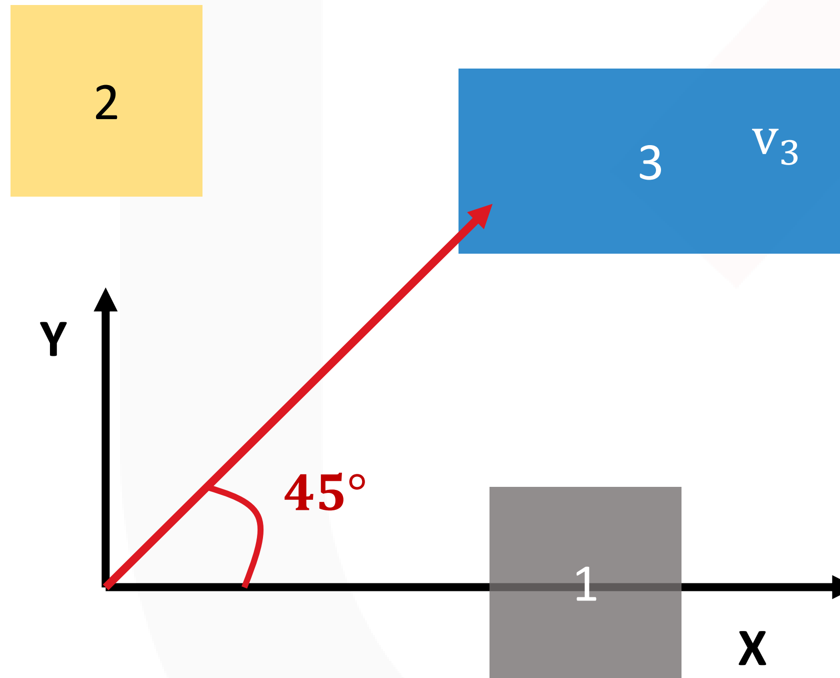
বা, $v_3 = \sqrt{128} = 11.314\ ms^{-1}$

সুতরাং ৩য় কণার বেগ $11.314\ \text{ms}^{-1}$ এবং গতির অভিমুখ $45°$

একটি স্থির কণা হঠাৎ বিস্ফোরিত হয়ে $m_1 = 1kg, m_2 = 1\ kg$ ও $m_3 = 3\ kg$ ভরের তিনটি অংশে বিভক্ত হয়ে গেল। সমান ভর দুটির উভয়ের বেগের মান $24ms^{-1}$ হলে এবং তারা পরস্পর সমকোণে চলতে থাকলে ভারী ভরটির বেগের মান ও গতির অভিমুখ নির্ণয় কর।



একটি স্থির কণা হঠাৎ বিস্ফোরিত হয়ে $m_1 = 1kg$, $m_2 = 1\ kg$ ও $m_3 = 3\ kg$ ভরের তিনটি অংশে বিভক্ত হয়ে গেল। সমান ভর দুটির উভয়ের বেগের মান $24ms^{-1}$ হলে এবং তারা পরস্পর সমকোণে চলতে থাকলে ভারী ভরটির বেগের মান ও গতির অভিমুখ নির্ণয় কর।



আকৃতিতে বড়

বেগ কম

Classical Mechanics

আকৃতিতে বড়

বেগ বেশি

Relativistic Mechanics

আকৃতিতে ছোট

বেগ কম

Quantum Mechanics

আকৃতিতে ছোট

বেগ বেশি

Quantum Field Theory

নিউটনের গতিসূত্রের সীমাবদ্ধতা :

- নিউটনের গতিসূত্র বৃহৎ আকৃতির বস্তুর জন্য প্রযোজ্য। যে সকল কণার ভর খুবই কম যেমন ইলেকট্রন, প্রোটন, নিউট্রন ইত্যাদির ক্ষেত্রে নিউটনের গতিসূত্র প্রযোজ্য নয়।

- ক্ষুদ্র ভর $(10^{-31} kg)$ বিশিষ্ট সকল কণার বেগ বেশি হয়, অর্থাৎ প্রায় আলোর বেগের কাছাকাছি হয় ফলে গতিশীল অবস্থায় এরা তরঙ্গ রূপ আচরণ করে। এ সকল বস্তুর ক্ষেত্রে নিউটনের গতিসূত্র প্রযোজ্য নয়। এসব ক্ষেত্রে আপেক্ষিকতা তত্ত্ব প্রযোজ্য।

- আবার বস্তুর ত্বরণ যখন খুব কম $(< 10^{-10} ms^{-2})$ হয় তখন নিউটনের গতিসূত্র প্রয়োগে ভালো ফল পাওয়া যায় না। এক্ষেত্রে বল ত্বরণের বর্গের সমানুপাতিক হয়। নিউটনের গতিসূত্র কেবলমাত্র বল ত্বরণের সমানুপাতিক ক্ষেত্রে প্রযোজ্য।

- কোনো বস্তু স্থির কাঠামোতে বা সমবেগে চলমান কাঠামোতে থাকলে তার উপর নিউটনের গতিসূত্র প্রযোজ্য হয়। অন্যথায় প্রযোজ্য হবে না।

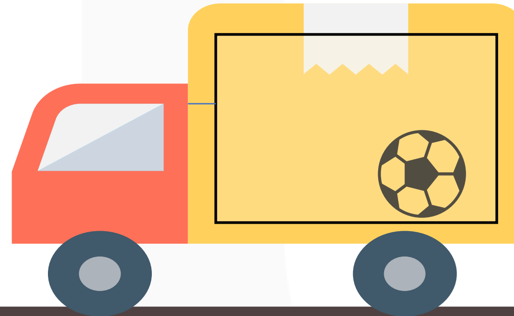
নিউটনের গতিসূত্রের সীমাবদ্ধতা :

- কোনো বস্তু স্থির কাঠামোতে বা সমবেগে চলমান কাঠামোতে থাকলে তার উপর নিউটনের গতিসূত্র প্রযোজ্য হয়। অন্যথায় প্রযোজ্য হবে না।



নিউটনের গতিসূত্রের সীমাবদ্ধতা :

- কোনো বস্তু স্থির কাঠামোতে বা সমবেগে চলমান কাঠামোতে থাকলে তার উপর নিউটনের গতিসূত্র প্রযোজ্য হয়। অন্যথায় প্রযোজ্য হবে না।



এক্ষেত্রে ট্রাকের মধ্যে ত্বরণ থাকায়, এর ভেতরে থাকা ফুটবলের উপর নিউটনের সূত্রগুলো প্রযোজ্য হবেনা।

IMPLULSIVE FORCE VS IMPULSE OF A FORCE

ঘাত বল	বলের ঘাত
এটি একটি বল যার ১)মান অনেক বেশি ২)ক্রিয়াকাল অনেক কম	এটি বলের একটি ধর্ম যা (বল মান × বলের ক্রিয়াকাল) দ্বারা সংজ্ঞায়িত। $J = F \times t$
মাত্রা - MLT^{-2}	মাত্রা - MLT^{-1}
একক – N	একক – Ns

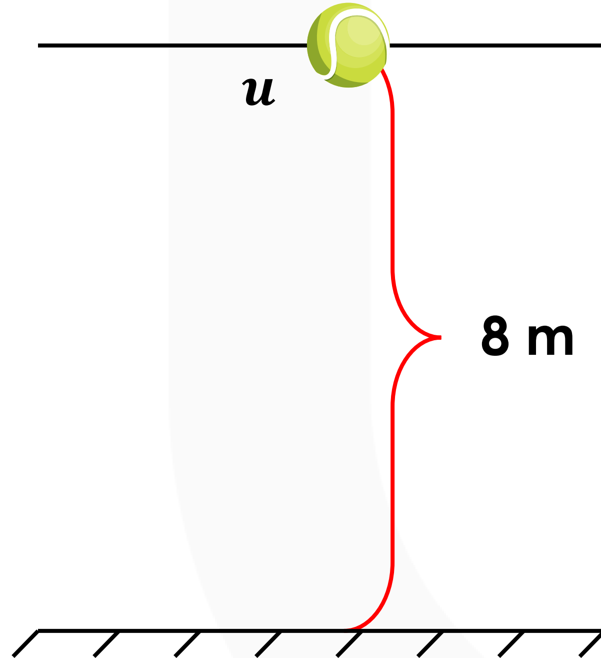
বলের ঘাত এর সূত্রাবলী

$$J = F \times t = mv - mu$$

J=বলের ঘাত
F=বলের মান
t=বলের ক্রিয়াকাল
m=যে ভরের উপর বল ক্রিয়াশীল
v=বল প্রয়োগের পর বেগ
u=বল প্রয়োগের আগে বেগ

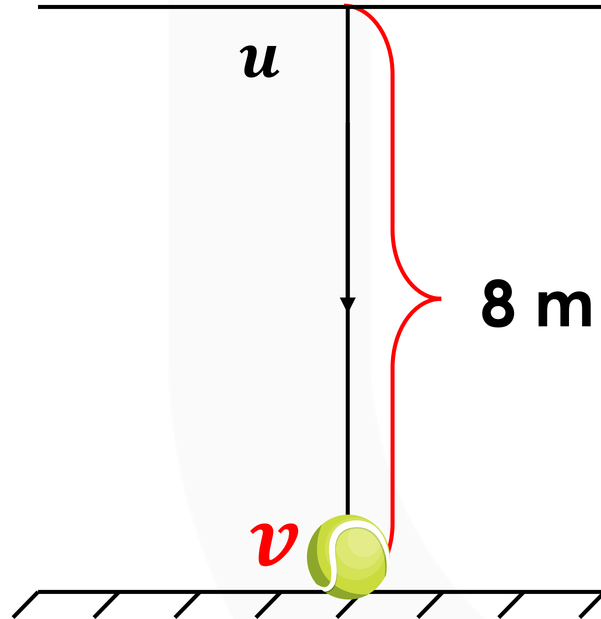
গাণিতিক সমস্যা

$8\ m$ উপর থেকে $80\ g$ ভরের একটি টেনিস বল ছেড়ে দেয়া হলো। ভূমিতে পড়ে তা আবার $6\ m$ পর্যন্ত উপরে উঠল। ভূমিতে সংঘর্ষণকালে বলের ঘাত কত? সংঘর্ষকাল $0.04\ s$ হলে গড় বল নির্ণয় কর।



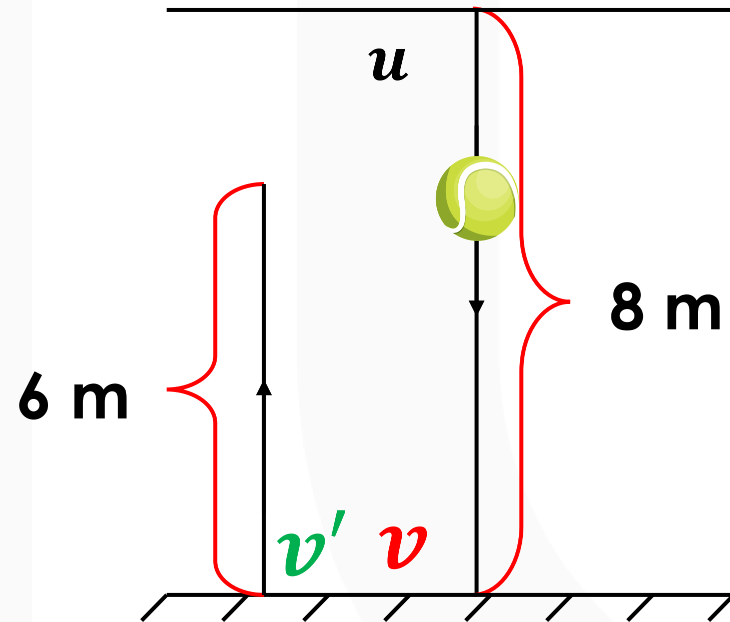
গাণিতিক সমস্যা

$8\ m$ উপর থেকে $80\ g$ ভরের একটি টেনিস বল ছেড়ে দেয়া হলো। ভূমিতে পড়ে তা আবার $6\ m$ পর্যন্ত উপরে উঠল। ভূমিতে সংঘর্ষণকালে বলের ঘাত কত? সংঘর্ষকাল $0.04\ s$ হলে গড় বল নির্ণয় কর।



গাণিতিক সমস্যা

$8\ m$ উপর থেকে $80\ g$ ভরের একটি টেনিস বল ছেড়ে দেয়া হলো। ভূমিতে পড়ে তা আবার $6\ m$ পর্যন্ত উপরে উঠল। ভূমিতে সংঘর্ষণকালে বলের ঘাত কত? সংঘর্ষকাল $0.04\ s$ হলে গড় বল নির্ণয় কর।



গাণিতিক সমস্যা

$8\ m$ উপর থেকে $80\ g$ ভরের একটি টেনিস বল ছেড়ে দেয়া হলো। ভূমিতে পড়ে তা আবার $6\ m$ পর্যন্ত উপরে উঠল। ভূমিতে সংঘর্ষণকালে বলের ঘাত কত? সংঘর্ষকাল $0.04\ s$ হলে গড় বল নির্ণয় কর।

সমাধান : ধরি, বলটি $8m$ উপর থেকে পড়ে v বেগে ভূমিতে আঘাত করে।

$$v^2 = u^2 + 2as$$

$$\therefore v = \sqrt{2gh}$$

$$= \sqrt{2 \times 9.8 \times 8}\ \text{ms}^{-1}$$

$$= 12.52\ \text{ms}^{-1}$$

এখানে,

ভর, $m = 80\ g = 0.08\ kg$

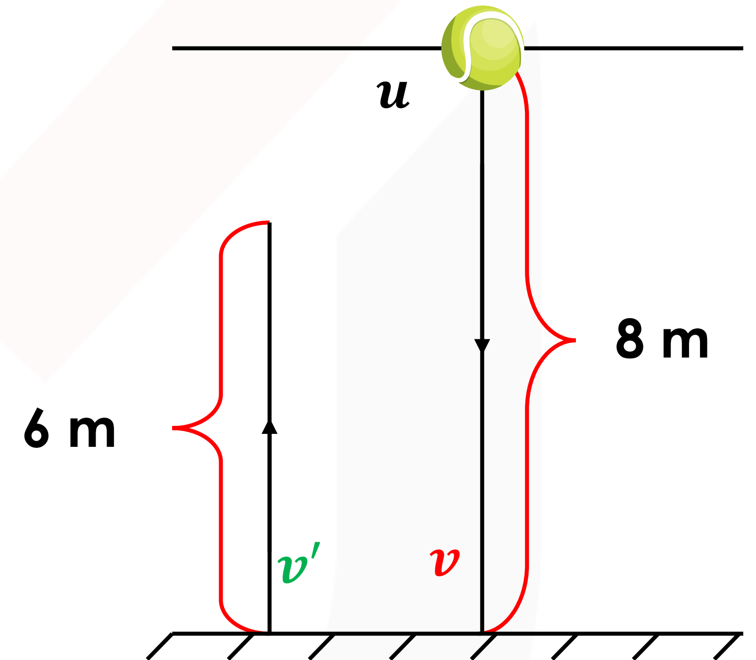
সংঘর্ষকাল, $t = 0.04s$

আবার, যদি বলটি v' বেগে $6\ m$ উপরে উঠে তবে,

$$0^2 = v'^2 - 2gh$$

$$v' = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 9.8 \times 6}\ \text{ms}^{-1}$$

$$= 10.84\ \text{ms}^{-1}$$



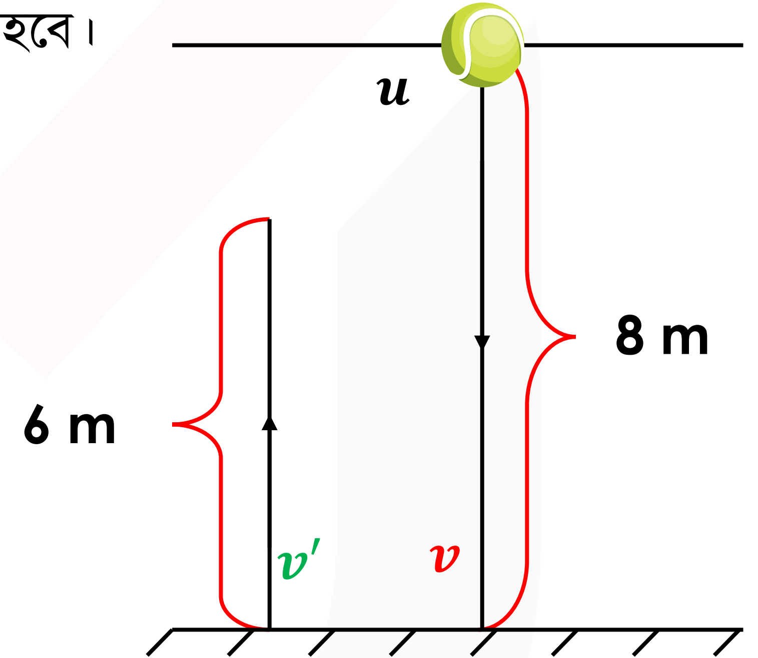
DOWNLOAD THE APP

গাণিতিক সমস্যা

10 MINUTE SCHOOL

$8\ m$ উপর থেকে $80\ g$ ভরের একটি টেনিস বল ছেড়ে দেয়া হলো। ভূমিতে পড়ে তা আবার $6\ m$ পর্যন্ত উপরে উঠল। ভূমিতে সংঘর্ষণকালে বলের ঘাত কত? সংঘর্ষকাল $0.04\ s$ হলে গড় বল নির্ণয় কর।

সমাধান : এখন যদি উপরে উঠার বেগ ধনাত্মক ধরি তবে নিচে নামার বেগ ঋণাত্মক হবে।



এখানে, শেষবেগ $v' = 10.84\ \text{ms}^{-1}$ এবং আদিবেগ $v = -12.52\ \text{ms}^{-1}$

এখন, বলের ঘাত, $\mathbf{J = mv - mu}$

$$= m(v' - v)$$

$$= 0.08\ \{(10.84 - (-12.52)\}$$

$$= 0.08\ (10.84 + 12.52)$$

$$= 1.87\ \text{kgms}^{-1}$$

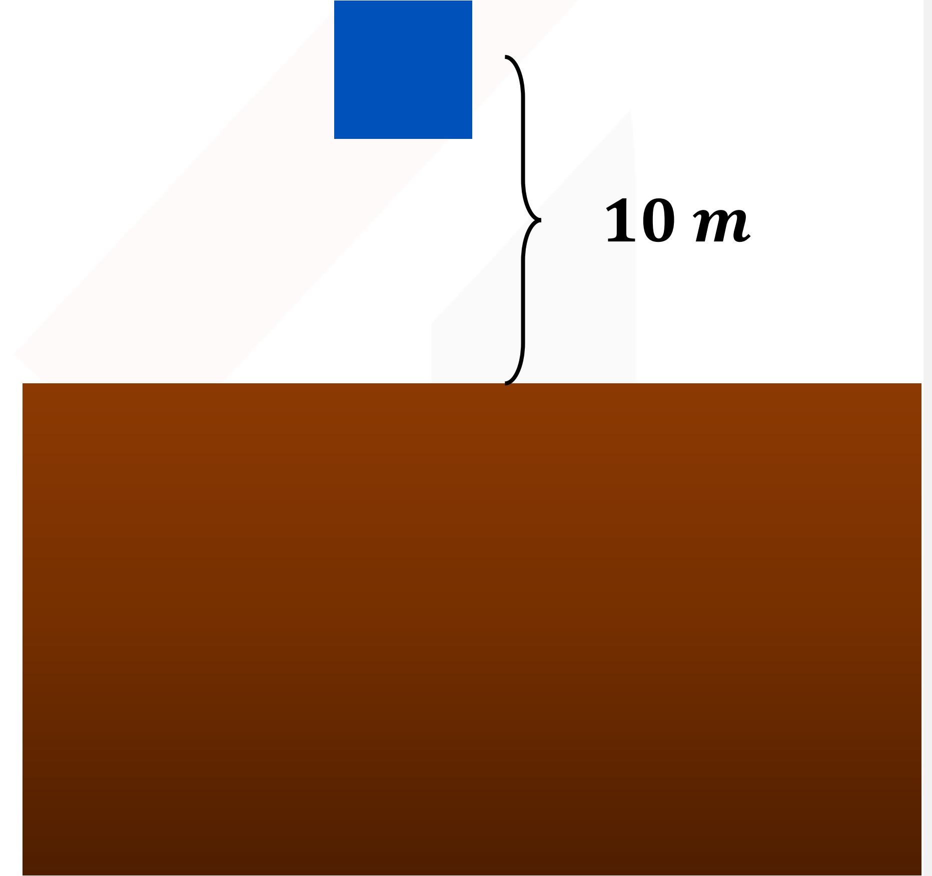
এখন, গড় বল, $\mathbf{F} = \frac{J}{t} = \frac{1.87}{0.04}\text{N} = 46.75\ \text{N}$

অতএব, বলের ঘাত $1.87\ \text{kgms}^{-1}$ এবং গড় বল 46.75N।

গাণিতিক সমস্যা

8 কেজি ভরের একটি বস্10 মিটার উপর পড়ে বালিতে 50 সেন্টিমিটার প্রবেশ করে থেমে গেল। বস্র ওপর বালির গড় বাধা নির্ণয় কর?

সমাধানঃ



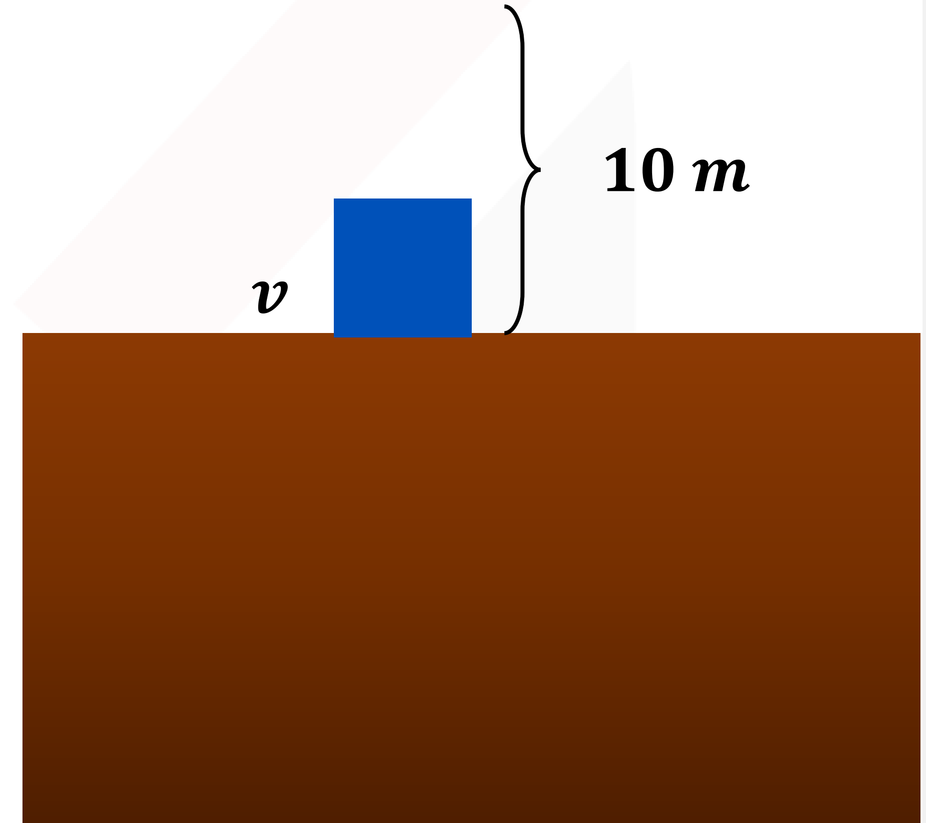
গাণিতিক সমস্যা

8 কেজি ভরের একটি বস্10 মিটার উপর পড়ে বালিতে 50 সেন্টিমিটার প্রবেশ করে থেমে গেল। বস্তর ওপর বালির গড় বাধা নির্ণয় কর?

সমাধানঃ

$$v^2 = u^2 + 2as$$

বালুতে পড়ার মুহূর্তের বেগ, $v = \sqrt{2 \times 9.8 \times 10} = 14ms^{-1}$ **(নিচে)**



গাণিতিক সমস্যা

8 কেজি ভরের একটি বস্10 মিটার উপর পড়ে বালিতে 50 সেন্টিমিটার প্রবেশ করে থেমে গেল। বস্র ওপর বালির গড় বাধা নির্ণয় কর?

সমাধানঃ

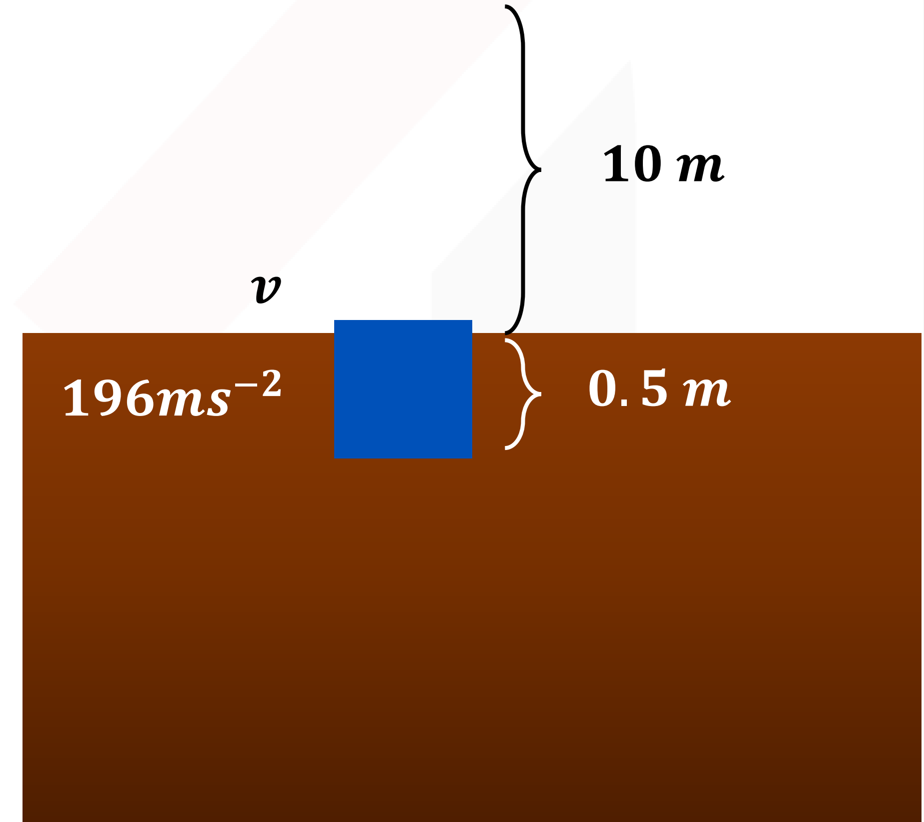
$$v^2 = u^2 + 2as$$

বালুতে পড়ার মুহূর্তের বেগ, $v = -\sqrt{2 \times 9.8 \times 10} = 14ms^{-1}$ **(নিচে)**

বালির ভেতরে **ত্বরণ** a হলে, $0 = v^2 + (2a \times 0.5)$

$$\Rightarrow \boldsymbol{a} = -\frac{14^2}{2\times 0.5} = -\mathbf{196}\boldsymbol{ms^{-2}}$$

অর্থাৎ বাধাদানকারী ত্বরণ $\mathbf{196}\boldsymbol{ms^{-2}}$যা উপরের দিকে কাজ করছে



গাণিতিক সমস্যা

8 কেজি ভরের একটি বস্10 মিটার উপর পড়ে বালিতে 50 সেন্টিমিটার প্রবেশ করে থেমে গেল। বস্র ওপর বালির গড় বাধা নির্ণয় কর?

সমাধানঃ

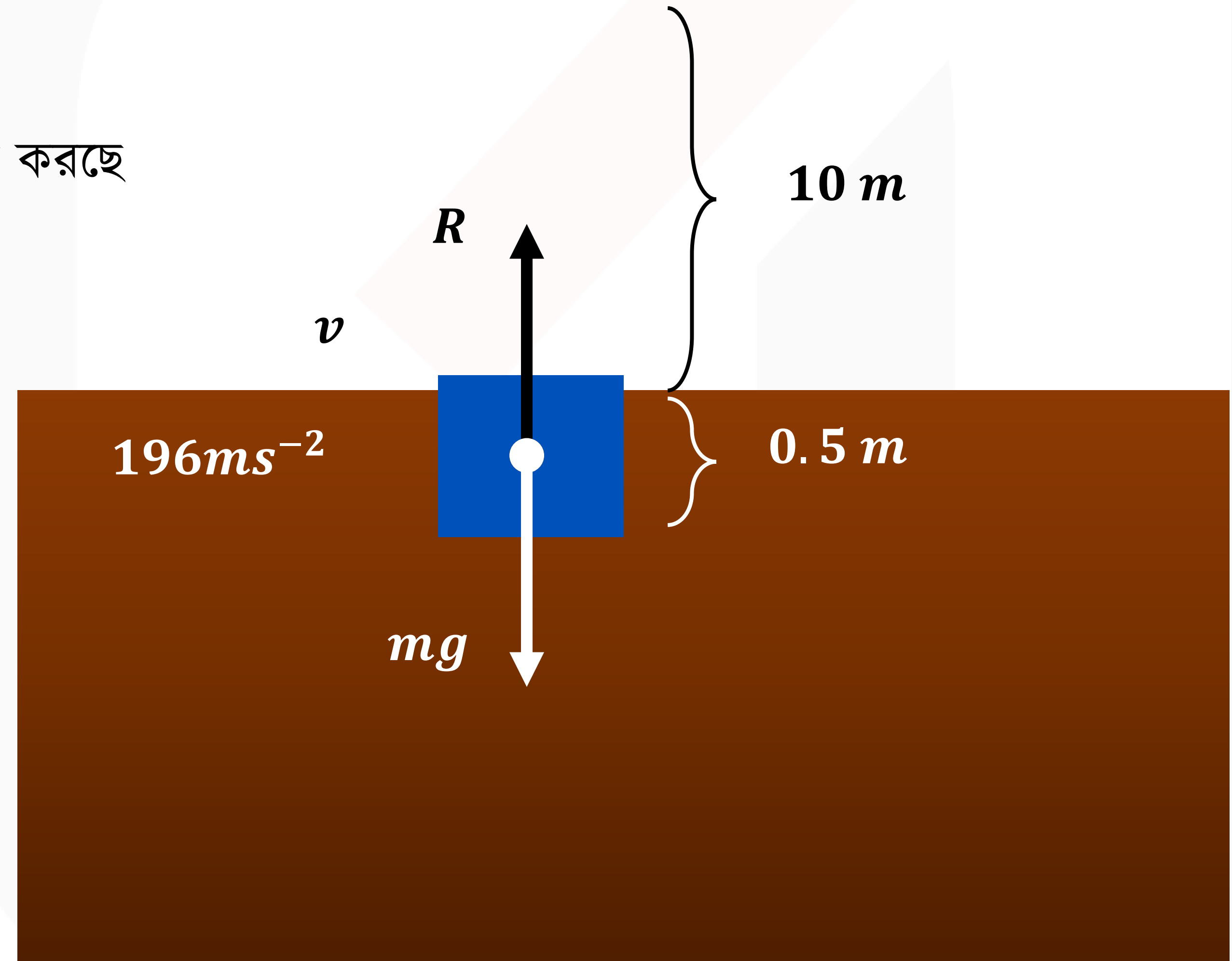
অর্থাৎ বাধাদানকারী ত্বরণ $196ms^{-2}$ যা উপরের দিকে কাজ করছে

$$\sum F_y = ma$$ (উপরের দিকে ধনাত্মক ধরে)

$$\Rightarrow R - mg = ma$$

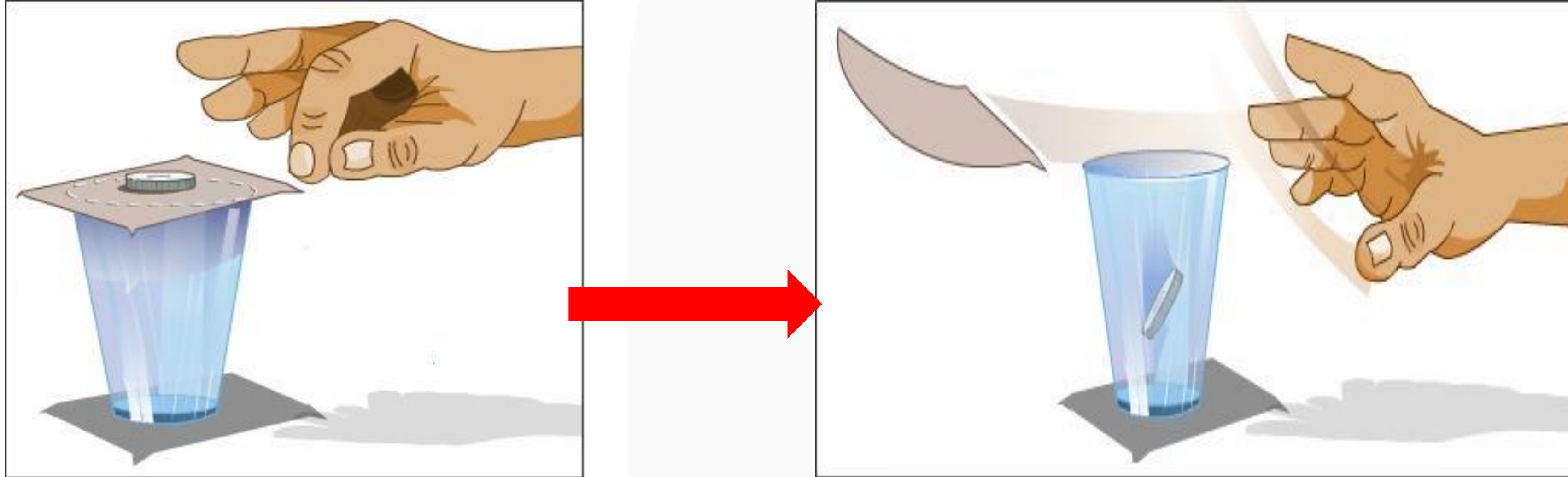
$$\Rightarrow R = m(g + a)$$

$$\therefore R = 8(9.8 + 196) = 1646.4\ N$$



জড়তা(INERTIA)

“কোন স্থির বস্তুর স্থির থাকতে চাওয়ার প্রবণতা ও গতিশীল বস্তুর গতি বজায় রাখতে চাওয়ার প্রবণতার নামই বস্তুটির জড়তা”



COIN এর ভর যত বেশি তত তার জড়তা বেশি।অর্থাৎ এক্ষেত্রে তত স্থির থাকতে চাইবে।

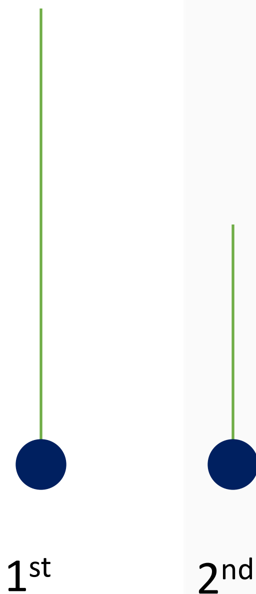
জড়তা ∝ ভর

জড়তার ভ্রামক

গতিশীল ⇔ ঘূর্ণনশীল

তেমনি ঘূর্ণনশীল জিনিসের ঘুরতে থাকতে চাওয়ার যে প্রবণতা তাই জড়তার ভ্রামক.
আবার একে এভাবেও বলা যায়, স্থির বস্তুর ঘুরতে না চাওয়ার যে প্রবণতা।

I দ্বারা প্রকাশিত।

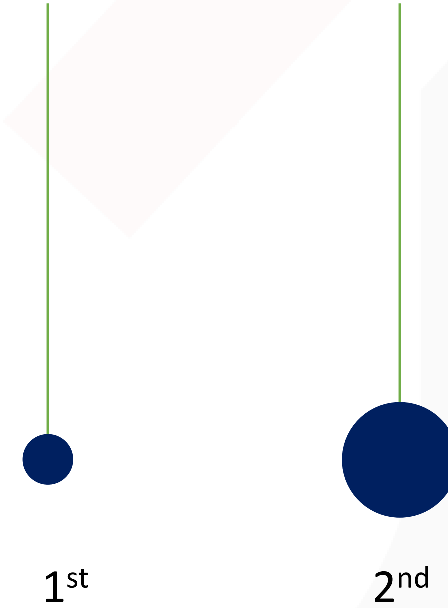


$$I \propto r^2$$

কার I বেশি?

= 1st case

$I \propto mr^2$



$I \propto m$

কার I বেশি?

= 2nd case

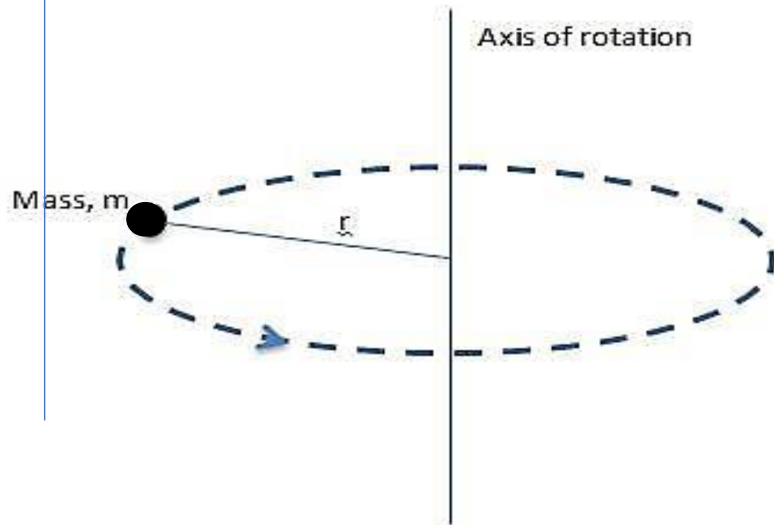
কণার জড়তার ভ্রামক

রৈখিক গতিতে ভর যা করে
কৌণিক গতির ক্ষেত্রে জড়তার ভ্রামক তাই করে।

COMBINING THEM-

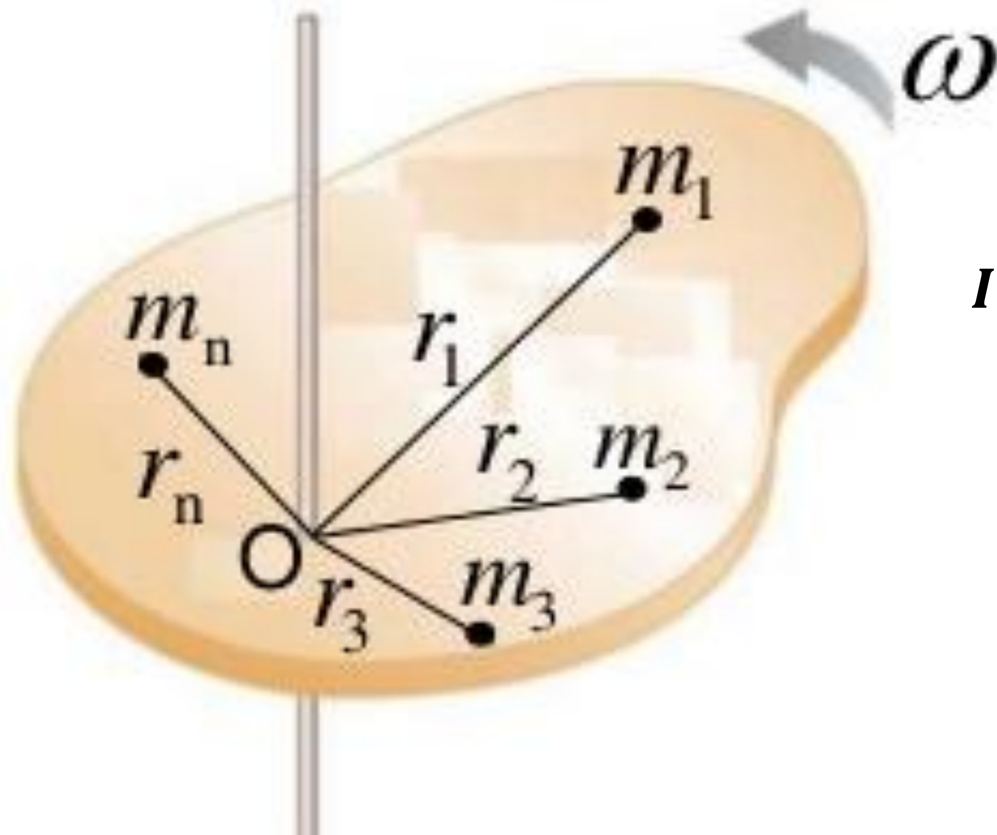
$$I = mr^2$$

$$I \propto mr^2$$



I=জড়তার ভ্রামক
m=কণার ভর
r=ঘূর্ণন বিন্দু বা অক্ষ হতে দূরত্ব

বস্তুর ক্ষেত্রে জড়তার ভ্রামক

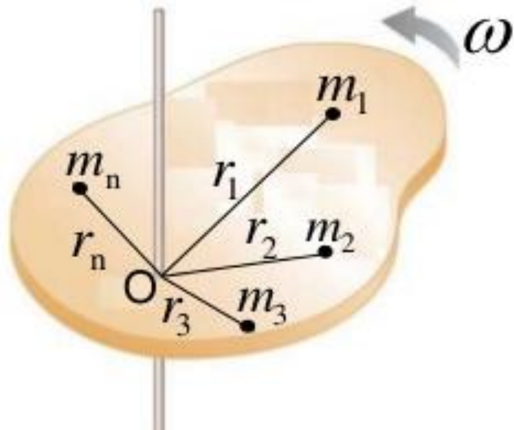


$$I = m_1 r_1{}^2 + m_2 r_2{}^2 + \ldots\ldots$$

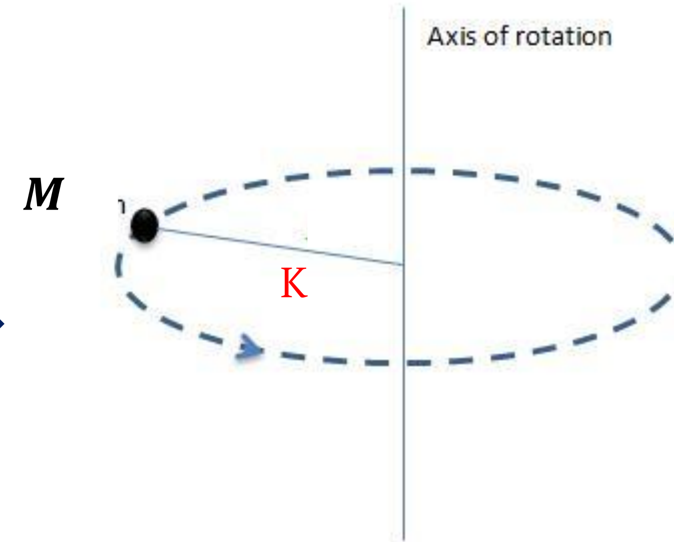
$$I = \sum m_i r_i{}^2$$

চক্রগতির ব্যাসার্ধ (K)

TOTAL MASS $\mathbf{M} = \sum m_i$



চেপে কনাতে পরিণত করা



$$I = m_1 r_1{}^2 + m_2 r_2{}^2 + \ldots\ldots.$$



$$I = \sum m_i r_i{}^2$$

পূর্বের জড়তার ভ্রামক মান রক্ষা করতে প্রাপ্ত কণাটিকে একই ঘূর্ণন অক্ষ থেকে যে ব্যাসার্ধে রাখতে হয় তা-ই বস্তুটির চক্রগতির ব্যাসার্ধ।

$$\mathbf{I} = \sum \mathbf{m_i r_i}^2 = \mathbf{Mk^2}$$

জড়তার ভ্রামক ও চক্রগতির ব্যাসার্ধ সংক্রান্ত সমস্যা

I. একটি 5gm কণাকে সূতায় বেঁধে ঘোরানো হলে কণাটির জড়তার ভ্রামক $10kgm^2$ হলে কণাটি কত ব্যাসার্ধ পথে ঘুরছিল?

কণা বলে,

$$I = mr^2$$

$\Rightarrow r = \text{ans}$

$m = 5\ gm = 0.005$ kg
$I = 10\ kgm^2$
$r = ?$

II. একটি 5 kg বস্তুকে কোনো অক্ষের সাপেক্ষে ঘুরালে বস্তুর জড়তার ভ্রামক $100kgm^2$ হলে বস্তুর চক্রগতির ব্যাসার্ধ কত?

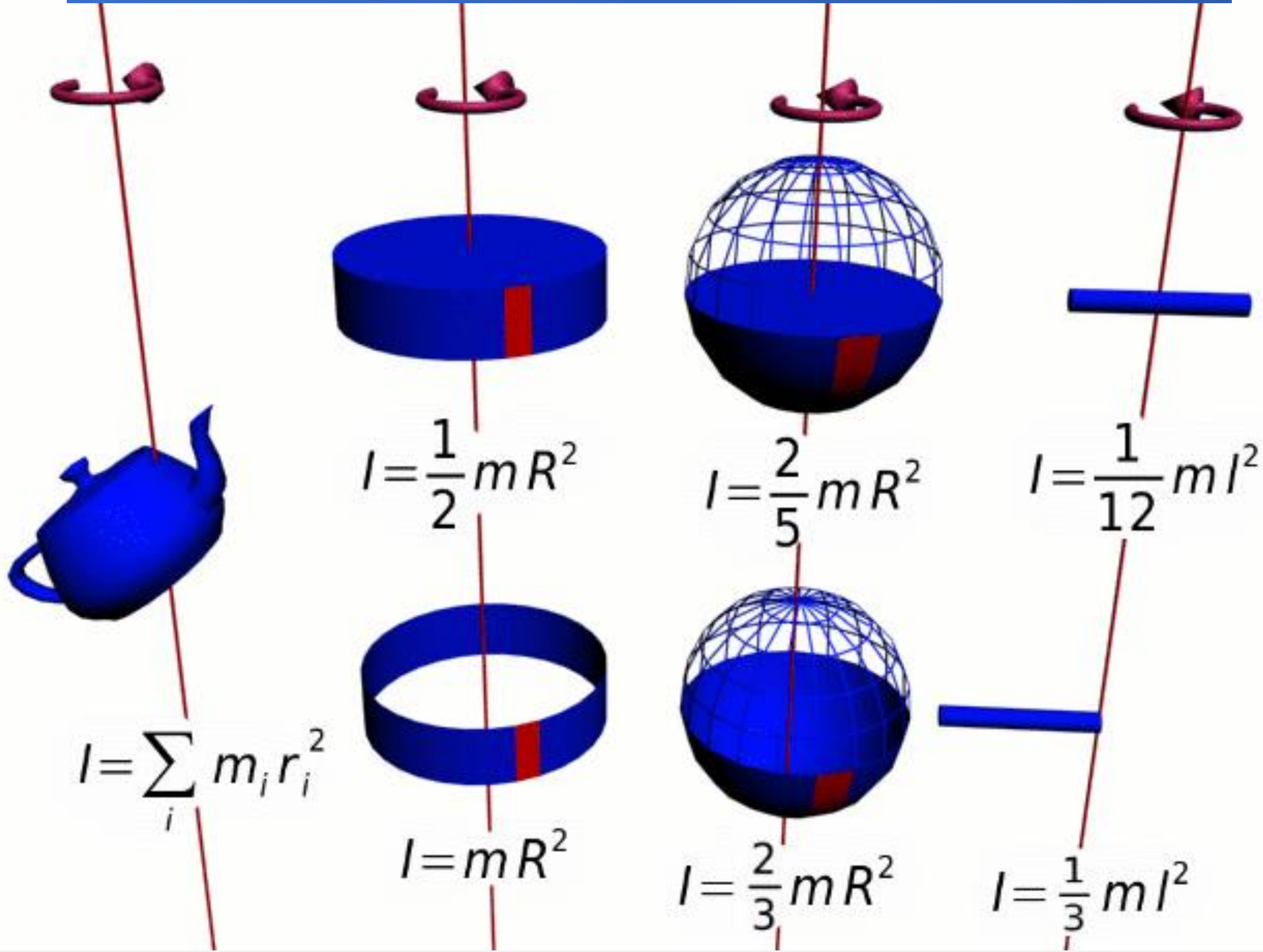
বস্তু বলে,

$$I = MK^2$$

$\Rightarrow K = \text{ans}$

$M = 5\ kg$
$I = 100\ kgm^2$
$K = ?$

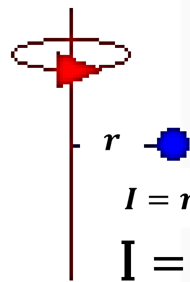
বস্তুর ক্ষেত্রে জড়তার ভ্রামকের কিছু সূত্রাবলী



বস্তুর ক্ষেত্রে জড়তার ভ্রামকের কিছু সূত্রাবলী

কণা আকৃতি

Particle

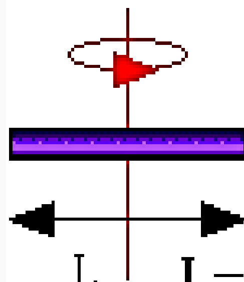


$I = mr^2$

$I = MR^2$

সরু দন্ড

Thin rod

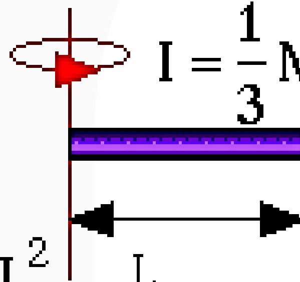


$I = \frac{1}{12}ML^2$

সরু দন্ড

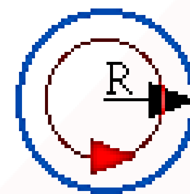
Thin rod

$I = \frac{1}{3}ML^2$



রিং আকৃতি

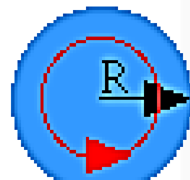
Hoop or nng



$I = MR^2$

নিরেট বৃত্তাকৃতি

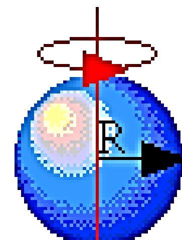
Solid cylinder or disk



$I = \frac{1}{2}MR^2$

নিরেট গোলকাকৃতি

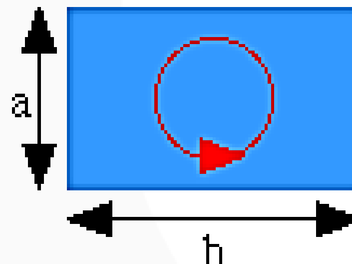
Solid sphere



$I = \frac{2}{5}MR^2$

চতুর্ভুজ প্লেট আকৃতি

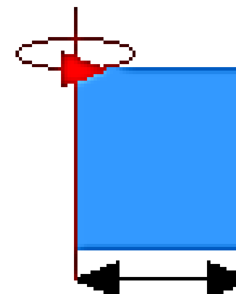
Rectangular plate



$I = \frac{1}{12}M(a^2 + b^2)$

চতুর্ভুজ প্লেট আকৃতি

Rectangular sheet



$I = \frac{1}{3}ML^2$

জড়তার ভ্রামক সংক্রান্ত দুটি উপপাদ্য

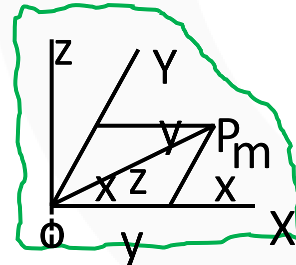
কোনো একটি বিশেষ অক্ষের সাপেক্ষে দৃঢ় বস্তুর জড়তার ভ্রামক নির্ণয়ের দুটি সহজ উপপাদ্য আছে।

উপপাদ্য দুটির একটিকে (১) লম্ব অক্ষসমূহের উপপাদ্য এবং অপরটিকে (২) সমান্তরাল অক্ষসমূহের উপপাদ্য বলে। নিম্নে পাত আকৃতির বস্তুর ক্ষেত্রে উপপাদ্য দুটি আলোচনা করা হলো।

(১) লম্ব অক্ষ উপপাদ্য (Perpendicular axes theorem) : কোনো পাতলা সমতল পাতের তলে অবস্থিত দুটি পরস্পর লম্ব অক্ষের সাপেক্ষে পাতটির জড়তার ভ্রামকদ্বয়ের সমষ্টি ঐ পাতে অবস্থিত দুই অক্ষের ছেদ বিন্দুতে অঙ্কিত লম্ব অক্ষ সাপেক্ষে পাতটির জড়তার ভ্রামকের সমান হবে।

অঙ্কন : একটি পাতলা সমতল পাত নিই। এই পাতের উপর OX এবং OY দুটি পরস্পর লম্ব অঙ্কন করি [চিত্র ৪.২৬]।

ব্যাখ্যা : মনে করি কোনো সমতল পাতের উপর অবস্থিত দুটি লম্ব অক্ষ OX এবং OY বরাবর এদের জড়তার ভ্রামক যথাক্রমে I_x ও I_y। ধরি ঐ পাতে অবস্থিত দুই অক্ষের ছেদ বিন্দুতে অঙ্কিত লম্ব OZ বরাবর পাতের জড়তার ভ্রামক I_z। প্রমাণ করতে হবে যে, $I_x + I_y = I_z$



এখন OX এবং OY অক্ষ দুটির ছেদ O-তে পাতের উপর লম্ব টানি।

প্রমাণ : সমতল পাতের উপর P একটি বিন্দু নিই যার ভুজ কোটি x, y এবং z। এখন P বিন্দুতে m ভরের একটি কণা বিবেচনা করি। OZ অক্ষ সাপেক্ষে কণাটির জড়তার ভ্রামক $= mz^2$।

∴ OZ অক্ষ সাপেক্ষে সমগ্র পাতের জড়তার ভ্রামক

$I_2 = \Sigma mz^2 = \Sigma m(x^2 + y^2) = \Sigma mx^2 + \Sigma my^2$ … … … … … (4.37)

কিন্তু, $\Sigma my^2 = \mathrm{I}_x$ এবং $\Sigma mx^2 = \mathrm{I}_y$

অতএব সমীকরণ (4.37) হতে পাই

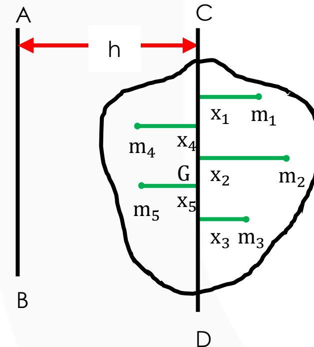
$I_z = I_y + I_x$

বা, $I_z = I_x + I_y$

∴ উপপাদ্যটি প্রমাণিত হলো।

(১) সমান্তরাল অক্ষ উপপাদ্য (Parallel axes theorem) : যে কোনো অক্ষের সাপেক্ষে কোনো সমতল পাতলা পাতের জড়তার ভ্রামক পাতটির ভারকেন্দ্রগামী তার সমান্তরাল অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক এবং পাতের ভর ও ঐ দুই অক্ষের মধ্যবর্তী দূরত্বের বর্গের গুণফলের সমষ্টির সমান।

ব্যাখা : ধরা যাক কাগজের তলে অবস্থিত AB কোনো একটি অক্ষ এবং CD তার সমান্তরাল আর একটি অক্ষ। CD অক্ষটি M ভরের পাতলা সমতল পাতের ভারকেন্দ্র G দিয়ে অতিক্রান্ত [চিত্র ৪.২৭]। যদি সমান্তরাল অক্ষদ্বয় AB ও CD-এর মধ্যবর্তী দূরত্ব h এবং AB ও CD-এর সাপেক্ষে পাতটির জড়তার ভ্রামক যথাক্রমে I ও I_G হয় তবে উপপাদ্য অনুসারে প্রমাণ করতে হবে যে, $\mathrm{I} = \mathrm{I_G} + \mathrm{Mh^2}$



প্রমাণ : ধরি পাতটি $m_1, m_2,$ m_3 ইত্যাদি ভরের বস্তুকণার সমন্বয়ে গঠিত। CD অক্ষ হতে কণাগুলোর দূরত্ব যথাক্রমে x_1, x_2, x_3 ইত্যাদি। তা হলে AB অক্ষের সাপেক্ষে m_1 ভরের কণার জড়তার ভ্রামক

$= m_1(x_1 + h)^2 = m_1x_1^2 + m_1h^2 + 2m_1x_1h$

অনুরূপভাবে AB অক্ষের সাপেক্ষে m_2 ভরের কণার জড়তার ভ্রামক

$= m_2x_2^2 + m_2h^2 + 2m_2x_2h$

m_3 ভরের কণার জড়তার ভ্রামক

$= m_3x_3^2 + m_3h^2 + 2m_3x_3h$ ইত্যাদি।

$\therefore AB$ অক্ষের সাপেক্ষে সমগ্র পাতের জড়তার ভ্রামক 1 হলে উপরোক্ত জড়তার ভ্রামকগুলোর সমষ্টির সমান।

$$\therefore I = m_1x_1^2 + m_1h^2 + 2m_1x_1h + m_2x_2^2 + m_2h^2 + 2m_2x_2h + m_3x_3^2 + m_3h^2 + 2m_3x_3h + \cdots \ldots$$
$$= \Sigma mx^2 + h^2\Sigma m + 2h\Sigma mx$$

এখানে, $\Sigma mx = CD$ অক্ষের সাপেক্ষে সমগ্র পাতের ভর ভ্রামক। কিন্তু সমগ্র পাতের ওজন G বিন্দু দিয়ে CD রেখা বরাবর নিম্নমুখে ক্রিয়া করায় CD অক্ষের সাপেক্ষে পাতটির ভর ভ্রামক,

$\Sigma mx = 0$ আবার $\Sigma m = \mathrm{M}$ ও $\mathrm{I_G} = \Sigma mx^2$

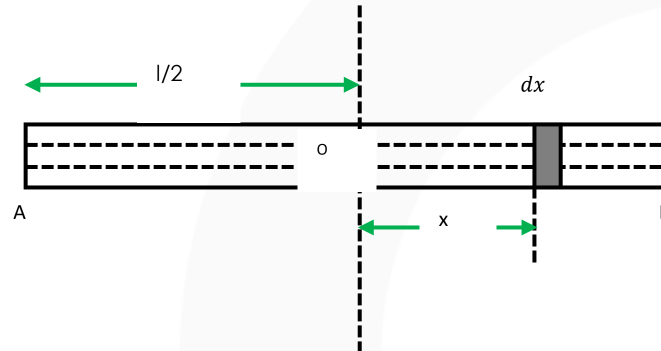
$$\therefore I = I_G + Mh^2$$

কয়েকটি বিশেষ ক্ষেত্রে জড়তার ভ্রামক ও চক্রগতির ব্যাসার্ধ নির্ণয়

(১) সরু ও সুষম দণ্ডের মধ্যবিন্দু দিয়ে ও তার দৈর্ঘ্যের অভিলম্বভাবে অতিক্রান্ত অক্ষের সাপেক্ষে ঘূর্ণায়মান ঐ দণ্ডের জড়তার ভ্রামক

ধরি l দৈর্ঘ্য ও M ভরবিশিষ্ট একটি সুষম সরু দণ্ড AB-এর দৈর্ঘ্যের মধ্যবিন্দু O দিয়ে ও দৈর্ঘ্যের লম্বভাবে অতিক্রান্ত অক্ষ CD-এর চতুর্দিকে ঘুরছে [চিত্র ৪.২৮]। এই অক্ষের সাপেক্ষে তার জড়তার ভ্রামক ও চক্রগতির ব্যাসার্ধ নির্ণয় করতে হবে।

দণ্ডটি সুষম হেতু তার প্রতি একক দৈর্ঘ্যের ভর $= \frac{M}{l}$। কাজেই CD অক্ষ হতে x দূরে অবস্থিত dx দৈর্ঘ্যের একটি ক্ষুদ্র অংশের ভর dM হলে $dM = \frac{M}{l}dx$। dx অংশটি ক্ষুদ্র হওয়ায় তার প্রতিটি কণা CD অক্ষ হতে x দূরে অবস্থিত গণ্য করা যায়। সুতরাং CD অক্ষের সাপেক্ষে dx অংশের জড়তার ভ্রামক $= dM \times x^2 = \frac{M}{l} \times dx \times x^2$ এবং একে $x = \frac{1}{2}$ এবং $x = -\frac{1}{2}$ সীমার মধ্যে সমাকলন করলে সমগ্র দণ্ডের জড়তা ভ্রামক পাওয়া যাবে।



$\therefore CD$ অক্ষের সাপেক্ষে সমগ্র দণ্ডটির জড়তার ভ্রামক,

$$I = \int_{-l/2}^{l/2} \left(\frac{M}{l}\right) \times dx \times x^2 = \frac{M}{l}\int_{-1/2}^{l/2} x^2 dx = \frac{M}{l}\left[\frac{x^3}{3}\right]_{-l/2}^{l/2}$$

$$= \frac{M}{3l}\left[\left(\frac{l}{2}\right)^3 - \left(-\frac{l}{2}\right)^3\right] = \frac{M}{3l}\left(\frac{l^3}{8} + \frac{l^3}{8}\right)$$

$$\therefore I = \frac{M}{12} l^2$$

ধরি চক্রগতির ব্যাসার্ধ K

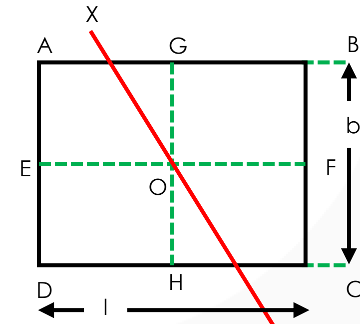
$$\therefore MK^2 = \frac{M}{12} l^2$$

$$\therefore K = \frac{1}{\sqrt{12}} = \frac{1}{2\sqrt{3}}$$

ধরি একটি সুষম পাতলা আয়তাকার পাত $ABCD$ [চিত্র ৪.২৯]। এর ভর M, দৈর্ঘ্য $l = AB = CD$ ও প্রস্থ $b = AD = BC$। পাতটি তার কেন্দ্রবিন্দু বা ভার কেন্দ্র O দিয়ে লম্বভাবে অতিক্রান্ত অক্ষ XOY অক্ষের সাপেক্ষে ঘুরছে।

এখন EF অক্ষ O বিন্দুগামী এবং AB বাহুর সমান্তরাল এবং GX অক্ষ O বিন্দুগামী এবং AD বাহুর সমান্তরাল। EF এবং GH পরস্পর লম্ব। XOY অক্ষ EF ও GH এর উপর লম্ব।

লম্ব-অক্ষ উপপাদ্য অনুসারে XOY অক্ষের সাপেক্ষে ঐ পাতের জড়তার ভ্রামক,



$$I = \frac{Ml^2}{12} + \frac{Mb^2}{12}$$

বা, $I = \frac{M}{12}(l^2 + b^2)$

আবার, $I = MK^2$

বা, $MK^2 = I = \frac{M}{12}(l^2 + b^2)$

বা, $K^2 = \frac{l^2+b^2}{12}$

বা, $K = \sqrt{\frac{l^2+b^2}{12}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{l^2+b^2}{3}}$

∴ চক্রগতির ব্যাসার্ধ, $K = \frac{1}{2}$ ……………… (4.41)

(২) নিজ অক্ষের চতুর্দিকে ঘূর্ণায়মান একটি নিরেট চোঙের জড়তার ভ্রামক বা চক্রগতির ব্যাসার্ধ

ধরি একটি সুষম নিরেট চোঙ C-এর ভর M, দৈর্ঘ্য l ও ব্যাসার্ধ r [চিত্র ৪.৩০]। এটি নিজ অক্ষ PQ-এর চতুর্দিকে ঘুরছে। PQ সাপেক্ষে এর জড়তার ভ্রামক ও চক্রগতির ব্যাসার্ধ নির্ণয় করতে হবে। বর্ণনা অনুসারে চোঙটির আয়তন $\pi r^2 \times l$।

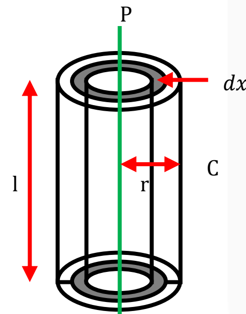
$$\text{চোঙের উপাদানের ঘনত্ব} = \frac{\text{ভর}}{\text{আয়তন}} = \frac{M}{\pi r^2 l}$$

PQ-এর চতুর্দিকে x ব্যাসার্ধ ও dx বিস্তারবিশিষ্ট আকটি ফাঁপা সমাক্ষীয় পাতলা চোঙ বিবেচনা করি।

এই পাতলা চোঙের প্রস্থচ্ছেদ $= 2\pi x dx$, আয়তন $= 2\pi x \times dx \times l$ ভর = আয়তন $\times$ ঘনত্ব

$$= 2\pi x \times dx \times l \times \frac{\mathrm{M}}{\pi r^2 l}$$

$$= \frac{2\mathrm{M}xdx}{r^2}$$



dx বিস্তারের এই চোঙটি পাতলা হেতু তার প্রতিটি কণা PQ হতে x দূরে বিবেচনা করা যায়। কাজেই PQ হতে x দূরে বিবেচনা করা যায়। কাজেই PQ এর সাপেক্ষে এই পাতলা চোঙের জড়তার ভ্রামক

$$= \frac{2Mxdx}{r^2} \times x^2 = \frac{2M}{r^2} x^3 dx$$

সমগ্র চোঙটিকে সমাক্ষীয় অনুরূপ অনেকগুলো পাতলা ফাঁপা চোঙের সমন্বয়ে গঠিত বিবেচনা করা যায়।

কাজেই $x = 0$ ও $x = r$ এই সীমার মধ্যে উপরোক্ত ফাঁপা চোঙের জড়তার ভ্রামককে সমাকলন করলে নিজ অক্ষ PQ-এর সাপেক্ষে সমগ্র চোঙটির জড়তার ভ্রামক I পাওয়া যাবে।

$$\therefore I = \int_0^r \frac{2M}{r^2} x^3 dx = \frac{2M}{r^2} \int_0^r x^3 dx = \frac{2M}{r^2} \left[\frac{x^4}{4}\right]_0^r$$

$$= \frac{2M}{4r^2} [r^4 - 0]$$

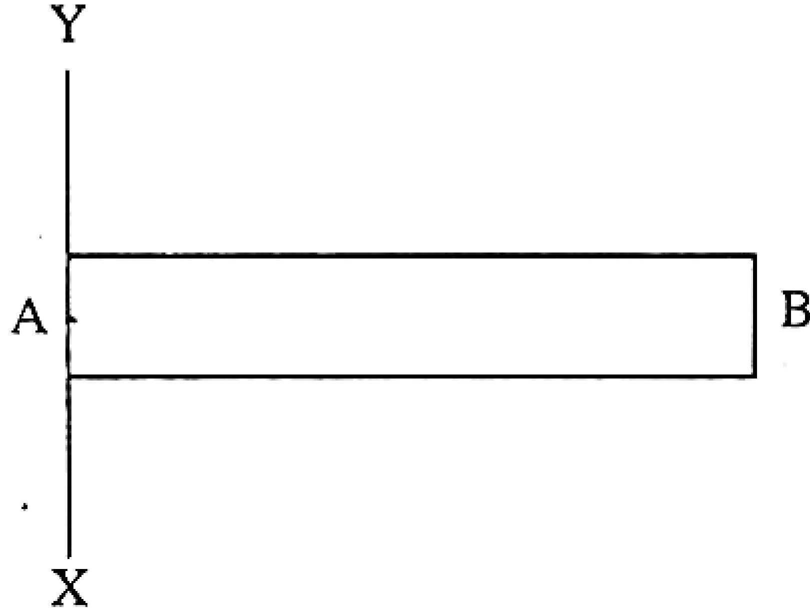
$$\therefore I = \frac{1}{2} M \ldots\ldots\ldots (4.42)$$

এক্ষেত্রে চক্রগতির ব্যাসার্ধ K হলে,

$$\mathrm{MK}^2 = \frac{1}{2} \mathrm{M} r^2$$

$$\therefore K = \frac{r}{\sqrt{2}}$$

জড়তার ভ্রামক ও চক্রগতির ব্যাসার্ধ সংক্রান্ত বোর্ড সমস্যা



চিত্রে AB দন্ডটির ভর 2 kg এবং দৈর্ঘ্য 30 cm। XY ঘূর্ণন অক্ষ।

গ) উদ্দীপকে দন্ডটির জড়তার ভ্রামক নির্ণয় কর। ৩

ঘ) উদ্দীপকে দন্ডটির ঘূর্ণন অক্ষ একপ্রান্ত থেকে মধ্যবিন্দুতে নিয়ে গেল দন্ডটির চক্রগতির ব্যাসার্ধের কিরূপ পরিবর্তন হবে— গাণিতিক বিশ্লেষণ কর। ৪

(গ)যেহেতু ঘূর্ণন অক্ষ কিনারে,

$$I = \frac{1}{3}ML^2$$

$$\Rightarrow I = \frac{1}{3} \times 2 \times (0.3)^2$$

$$\therefore I = 0.06\ kgm^2$$

$M = 2kg$
$L = 30cm = 0.3m$

(ঘ) ঘূর্ণন অক্ষ যখন কিনারে তখন
$I = 0.06\ kgm^2$ (গ হতে)

আবার বস্তু বলে, $I = MK^2$

$$\therefore K = \sqrt{\frac{I}{M}} = 0.173\ m$$

২য় ক্ষেত্রে ঘূর্ণন অক্ষ মধ্যবিন্দুতে,

$$I' = \frac{1}{12}ML^2$$

$$\Rightarrow I' = \frac{1}{12} \times 2 \times (0.3)^2$$

$$\therefore I' = 0.015\ kgm^2$$

$M = 2kg$
$L = 30cm = 0.3m$

আবার বস্তু বলে, $I' = MK'^2$

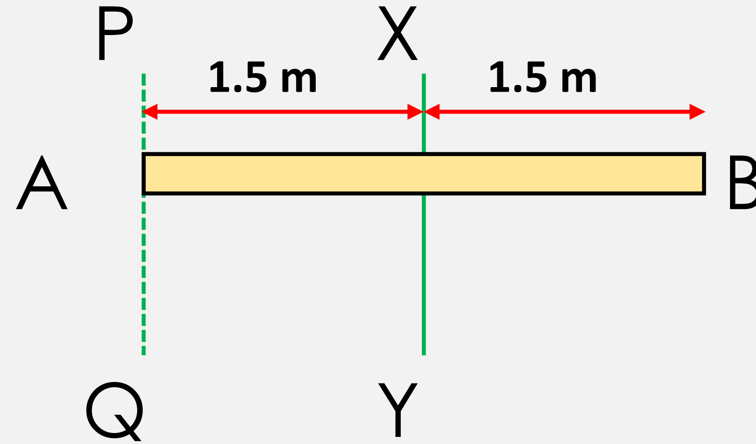
$$\therefore K' = \sqrt{\frac{I'}{M}} = 0.087\ m$$

চক্রগতির ব্যাসার্ধের পরিবর্তন $\Delta K = (K' - K) = -0.086\ m$

(অর্থাৎ হ্রাস পেয়েছে)

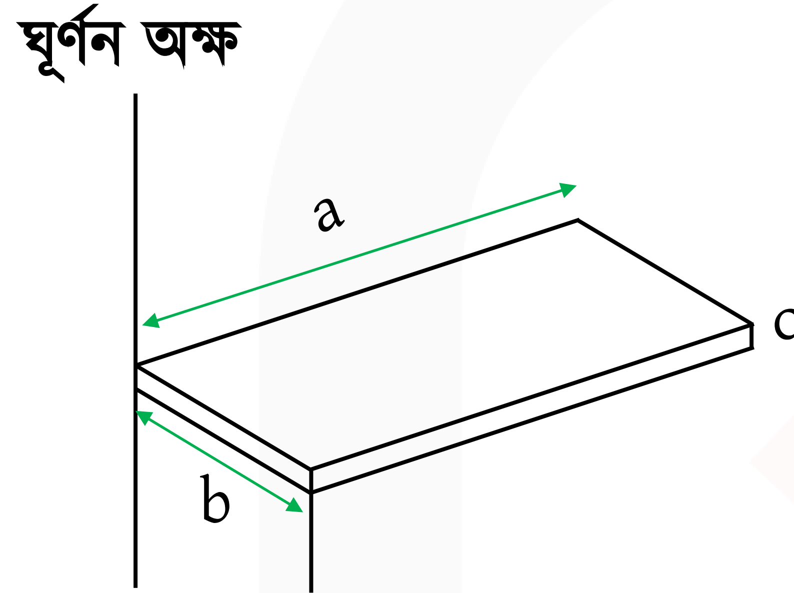
গাণিতিক সমস্যা

চিত্রের দন্ডের ভর $3\ kg$, XY ঘূর্ণন অক্ষ।



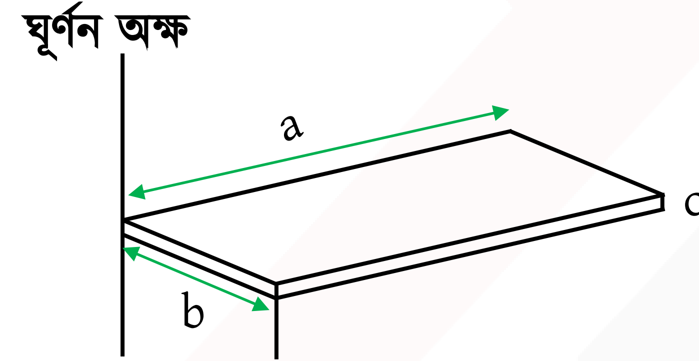
গ. দণ্ডটিকে XY অক্ষের সাপেক্ষে ঘুরালে চক্রগতির ব্যাসার্ধ কত হবে ?

ঘ. XY অথবা PQ-কোন অক্ষ সাপেক্ষে দণ্ডটিকে ঘুরানো অধিকতর সহজ হবে, গাণিতিক ভাবে ব্যাখ্যা কর ।



উপরের চিত্রে একটি $0.172kg$ সুষম ঘনবস্তুর ধারগুলোর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে $a = 8.4cm$, $b = 3.5cm$, উচ্চতা, $c = 1.4cm$, বস্তুটির জড়তার ভ্রামক নির্ণয় কর যার ঘূর্ণন অক্ষ বস্তুটির এক প্রান্তে অবস্থিত।

উপরের চিত্রে একটি $0.172kg$ সুষম ঘনবস্তুর ধারগুলোর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে $a = 8.4cm$, $b = 3.5cm$, উচ্চতা, $c = 1.4cm$, বস্তুটির জড়তার ভ্রামক নির্ণয় কর যার ঘূর্ণন অক্ষ বস্তুটির এক প্রান্তে অবস্থিত।



(খ) এখানে, ঘনবস্তুর ভর, $M = 0.172kg$

ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, $a = 8.4cm = 0.084m$

ঘনবস্তুর প্রস্থ, $b = 3.5cm = 0.036m$

ঘনবস্তুর পুরুত্ব, $c = 1.4cm = 0.014m$

দৈর্ঘ্য বরাবর জড়তার ভ্রামক, $I_a = \frac{Ma^2}{3}$

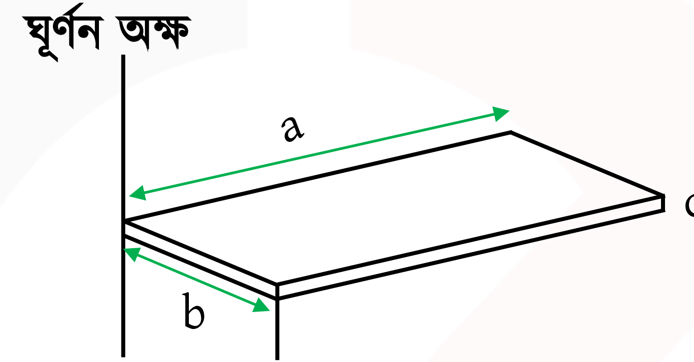
$$= \frac{0.172\times\ (0.084)^2}{3}$$

$$= 4.045 \times 10^{-4} kgm^2$$

প্রস্থ বরাবর জড়তার ভ্রামক, $I_b = \frac{Mb^2}{3}$

$$= \frac{0.172\times\ (0.035)^2}{3}$$

$$= 7.02 \times 10^{-5} kgm^2$$



উপরের চিত্রে একটি $0.172kg$ সুষম ঘনবস্তুর ধারগুলোর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে $a = 8.4cm$, $b = 3.5cm$, উচ্চতা, $c = 1.4cm$, বস্তুটির জড়তার ভ্রামক নির্ণয় কর যার ঘূর্ণন অক্ষ বস্তুটির এক প্রান্তে অবস্থিত।

দৈর্ঘ্য বরাবর জড়তার ভ্রামক, $I_a = \frac{Ma^2}{3}$

$$= \frac{0.172\times\ (0.084)^2}{3}$$

$$= 4.045 \times 10^{-4} kgm^2$$

প্রস্থ বরাবর জড়তার ভ্রামক, $I_b = \frac{Mb^2}{3}$

$$= \frac{0.172\times\ (0.035)^2}{3}$$

$$= 7.02 \times 10^{-5} kgm^2$$

পুরুত্ব ও ঘূর্ণন অক্ষ পরস্পর সমান্তরাল হওয়ায় পুরুত্ব বরাবর জড়তার ভ্রামক, $I_c = 0$

∴ মোট জড়তার ভ্রামক, $I = I_a + I_b + I_c$

$$= 4.045 \times 10^{-4} + 7.02 \times 10^{-5}$$

$$= 4.7 \times 10^{-4} kgm^2$$

লম্ব অক্ষ উপপাদ্য

I_x =x অক্ষ বরাবর জড়তার ভ্রামক

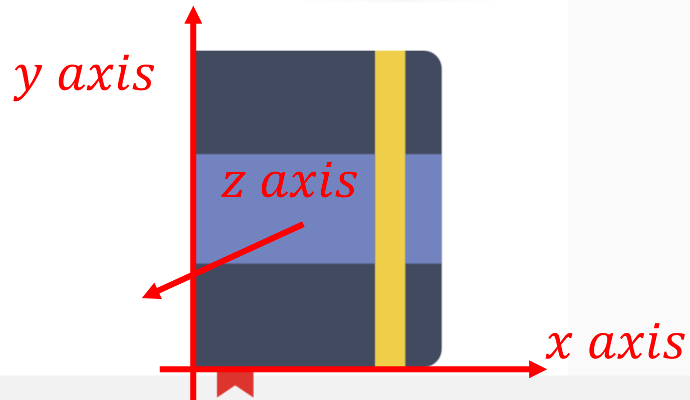
I_y = y অক্ষ বরাবর জড়তার ভ্রামক

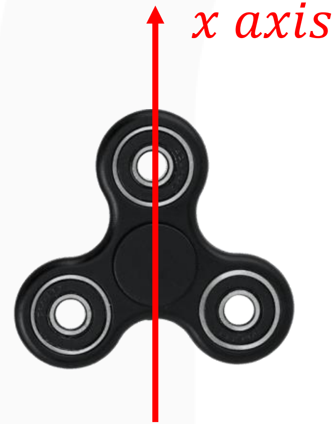
I_z = z অক্ষ বরাবর জড়তার ভ্রামক

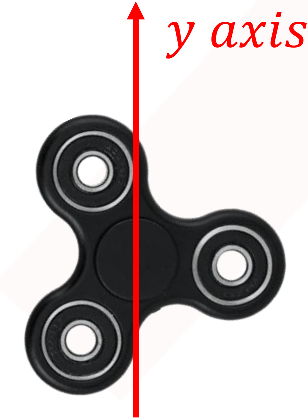
(উপপাদ্যটি দ্বিমাত্রিক বস্তু(পৃষ্ঠা,পাতা) এর ক্ষেত্রে প্রযোজ্য)
এখানে বোঝানোর সুবিধার্থে ত্রিমাত্রিক বস্তু(বই) এর সাহায্য নেয়া হয়েছে

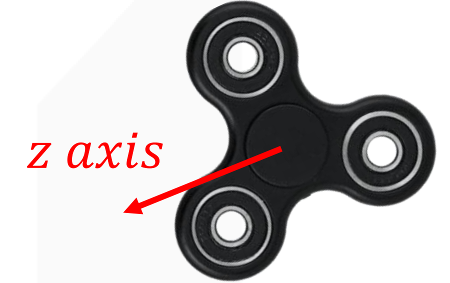


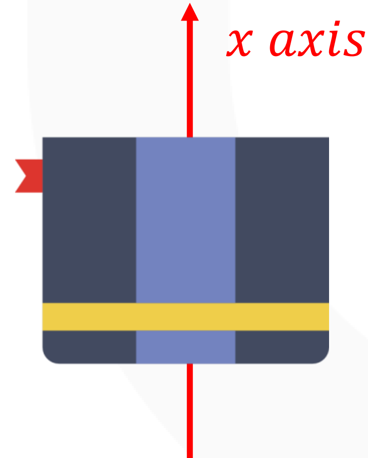


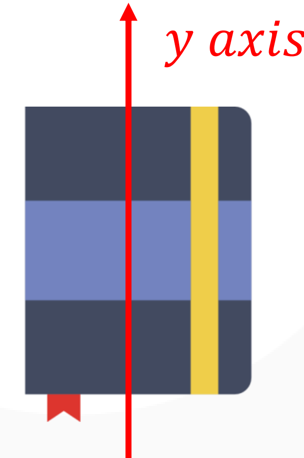


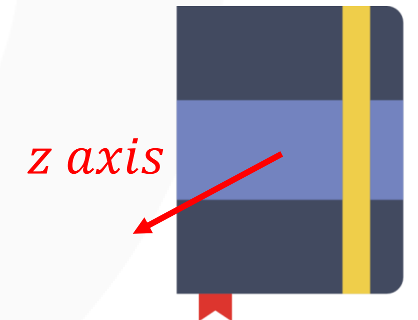








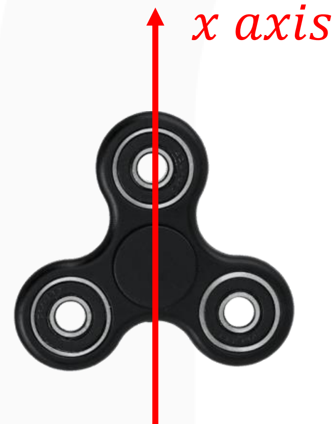




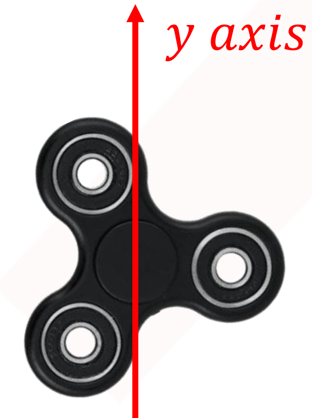
লম্ব অক্ষ উপপাদ্য

I_x = x অক্ষ বরাবর জড়তার ভ্রামক
I_y = y অক্ষ বরাবর জড়তার ভ্রামক
I_z = z অক্ষ বরাবর জড়তার ভ্রামক





$I_x = 10\ kgm^2$



$I_y = 10\ kgm^2$

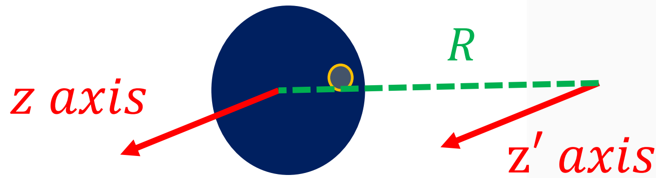


$I_z = 10 + 10 = 20\ kgm^2$

অর্থাৎ

$$I_z = I_x + I_y$$

সমান্তরাল অক্ষ উপপাদ্য



M = বস্তুটির ভর

R = z ও z' সমান্তরাল অক্ষদ্বয়ের মধ্যে দূরত্ব

I_z = z অক্ষ বরাবর জড়তার ভ্রামক

$I_{z'}$ = z' অক্ষ বরাবর জড়তার ভ্রামক

সমান্তরাল অক্ষ উপপাদ্যের ফলাফল অনুসারে,

$$I_{z'} = I_z + MR^2$$

M → বস্তুটির ভর

R^2 → অক্ষদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব

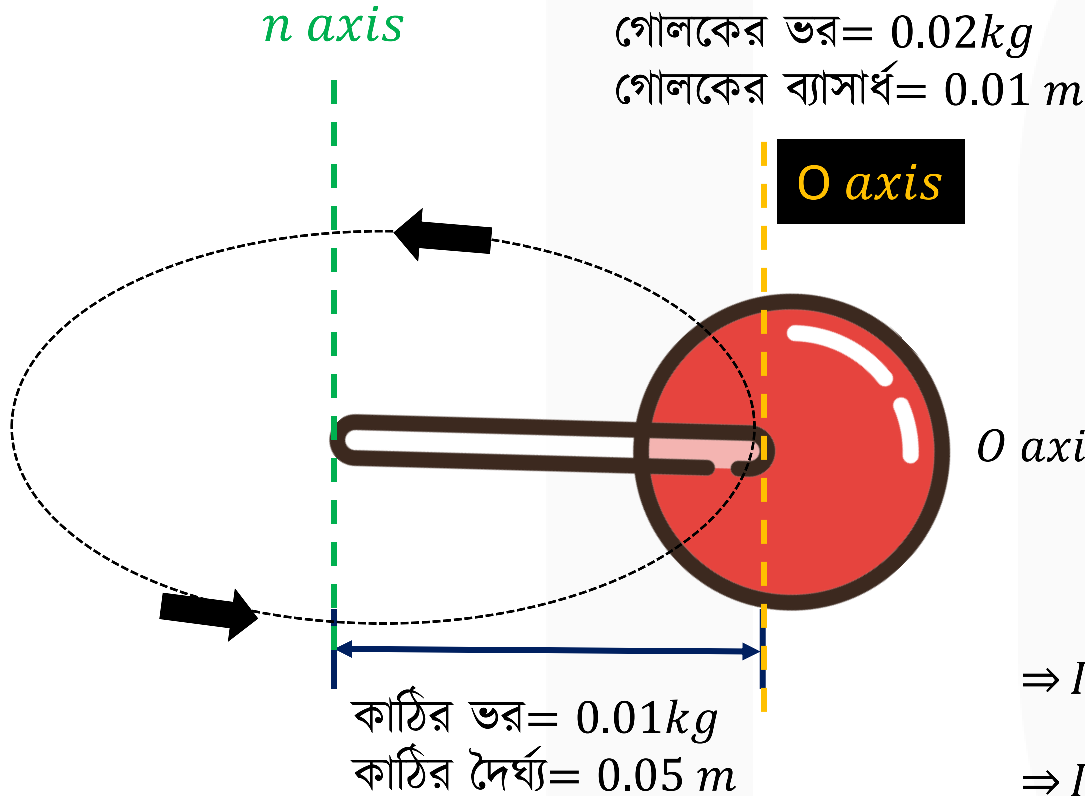
$I_{z'}$ → কেন্দ্র হতে দূরবর্তী অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক

I_z → কেন্দ্রগামী অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক

(কেন্দ্র হতে দূরবর্তী অক্ষ ও কেন্দ্রগামী অক্ষ অবশ্যই সমান্তরালে থাকতে হবে)

সমান্তরাল অক্ষ উপপাদ্য সংক্রান্ত সমস্যা

- $n\ axis$ সাপেক্ষে সিস্টেমটির জড়তার ভ্রামক নির্ণয় কর?





$n\ axis$ সাপেক্ষে কাঠিটির জড়তার ভ্রামক,

$$I_{\text{কাঠি}} = \frac{1}{3} M_{\text{কাঠি}} (L_{\text{কাঠি}})^2$$

$$\Rightarrow I_{\text{কাঠি}} = \frac{1}{3}(0.01)\ (0.05)^2 = 8.33 \times 10^{-6}\ kgm^2$$

$O\ axis$ সাপেক্ষে গোলকের জড়তার ভ্রামক,

$$I_O = \frac{2}{5} M_{\text{গোলক}} (R_{\text{গোলক}})^2$$

$$\Rightarrow I_O = \frac{2}{5}(0.02)\ (0.01)^2$$

$$\Rightarrow I_O = 8 \times 10^{-7}\ kgm^2$$

$n\ axis$ সাপেক্ষে গোলকের জড়তার ভ্রামক,

$$I_{\text{গোলক}} = I_O + M_{\text{গোলক}}(L_{\text{কাঠি}})^2$$

$$\Rightarrow I_{\text{গোলক}} = 8 \times 10^{-7} + 0.02(0.05)^2$$

$$\therefore I_{\text{গোলক}} = 5.08 \times 10^{-5} kgm^2$$

$n\ axis$ সাপেক্ষে সিস্টেমটির জড়তার ভ্রামক,

$$I_n = I_{\text{কাঠি}} + I_{\text{গোলক}} = (8.33 \times 10^{-6}) + (5.08 \times 10^{-5})$$

$$\therefore I_n = 5.91 \times 10^{-5} kgm^2$$

রৈখিক ও কৌণিক রাশিমালা

	রৈখিক	কৌণিক
সরণ	s	θ
বেগ	v	ω
ত্বরণ	a	α
ভর	m	I
ভরবেগ	mv	$I\omega$
বল	$F = ma$	$\tau = I\alpha$
গতিশক্তি	$E_K = \frac{1}{2}mv^2$	$E_K = \frac{1}{2}I\omega^2$

রৈখিক ক্ষেত্রে গতির সূত্রসমূহ

সমবেগ	$s = vt$
অসমবেগ	$v = u + at$
	$s = (\frac{u+v}{2}) \times t$
	$s = ut + \frac{1}{2}at^2$
	$v^2 = u^2 + 2as$

কৌণিক ক্ষেত্রে গতির সূত্রসমূহ

সমবেগ	$\theta = \omega t$
অসমবেগ	$\omega_f = \omega_i + \alpha t$
	$\theta = (\frac{\omega_i + \omega_f}{2}) \times t$
	$\theta = \omega_i t + \frac{1}{2}\alpha t^2$
	${\omega_f}^2 = {\omega_i}^2 + 2\alpha\theta$

গাণিতিক সমস্যা

মিনিটে 58 বার আবর্তিত অবস্থায় একটি গ্রামোফোনে সুইচ বন্ধ করে দেওয়ার পর গ্রামোফোনটি 25 সেকেন্ডে থেমে যায়। গ্রামোফোনটির ত্বরণ কত? এ সময়ে এটি কতবার আবর্তিত হয়?

এখানে, আদি কৌণিক বেগ,

$$\omega_0 = -\frac{58\times2\pi}{60} = 1.93\pi\ rad\ s^{-1}$$

শেষ কৌণিক বেগ, $\omega_f = 0$

সময়, $t = 25\ s$

কৌণিক ত্বরণ, $\alpha = ?$

ঘূর্ণন সংখ্যা $= ?$

সমাধান: আমরা জানি,

$$\boldsymbol{\omega_f = \omega_0 + at}$$

বা, $0 = 1.93\pi + \alpha \times 25$

বা, $\alpha = -\frac{1.93\pi}{25}$

$= -0.242 rad\ s^{-2}$

আবার, $\boldsymbol{\omega_f{}^2 = \omega_0{}^2 + 2\alpha\theta}$

বা, $0 = (1.93\pi)^2 + 2 \times (-0.242) \times \theta$

বা, $\theta = \frac{(1.93\pi)^2}{2\times0.242} rad = 75.957\ rad$

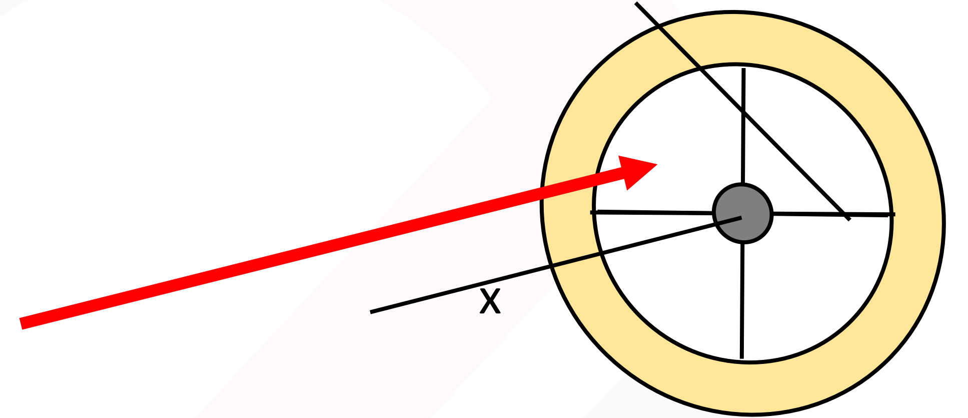
$\therefore$ ঘূর্ণন সংখ্যা $= \frac{75.957\ rad}{2\pi\ rad} = 12.089 \approx 12\ rev$

নির্ণেয় কৌণিক ত্বরণ, $-0.242\ rads^{-2}$ এবং ঘূর্ণন সংখ্যা $12\ rev.$



গাণিতিক সমস্যা

একটি $30\ cm$ ব্যাসার্ধের চাকা সমান আটটি স্পোক এ বিভক্ত। চাকাটি নির্দিষ্ট অক্ষের সাপেক্ষে $2.5\ rev/s$ বেগে ঘুরছে। তুমি $20\ cm$ লম্বা একটি চিকন তীর চাকাটির ঘূর্ণন অক্ষের সমান্তরালে এমন ভাবে ছুঁড়তে চাও যেন তীরটি চাকাটির ভিতরের কোনো স্পোককে স্পর্শ না করে স্পোকের মধ্য দিয়ে চলে যায় । নূন্যতম কত বেগে নিক্ষেপ করতে হবে?



সমাধান:

কৌণিক বেগ, $\omega = 2.5\ rev/s$

$$= (2.5 \times 2\pi)\ rad/s = 5\pi\ rad/s$$

আট স্পোকে বিভক্ত হওয়ায় প্রতিটি অংশের কৌণিক ব্যবধান, $\theta = \frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4} rad$

এখন, $\theta = \omega t$

$$\Rightarrow t = {}^{\omega}/_{\theta} = {}^{\frac{\pi}{4}}/_{5\pi} = \frac{1}{20}\ s$$

আমরা জানি, $s = vt$

এখন, তীরের দৈর্ঘ্য, $s = 20cm = 0.2m$

$$\therefore v = \frac{s}{t} = \frac{0.2}{1/20} = 0.2 \times 20 = 4ms^{-1}$$





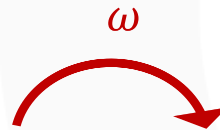
SSC পর্যন্ত যেভাবে বল পড়ে যেতো সেখানে শুধু রৈখিক গতি ছিল





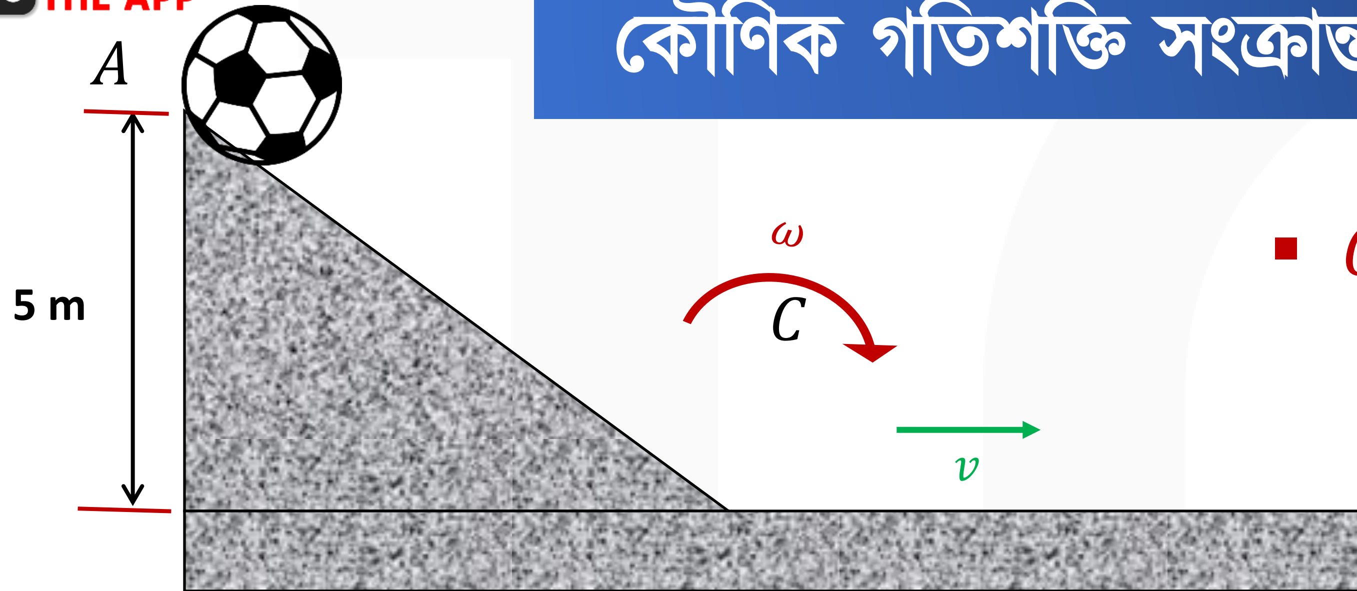


HSC তে বল পড়ে যাবার ঘটনাতে রৈখিক গতির সাথে কৌণিক গতিও থাকবে;





কৌণিক গতিশক্তি সংক্রান্ত সমস্যাবলী



- C অবস্থানে বলটির রৈখিক বেগ কত?

➡ A ও C অবস্থানে শক্তির নিত্যতা সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

A তে মোট শক্তি $=$ C তে মোট শক্তি

$$\Rightarrow E_{P_A} + E_{K_A} = E_{P_C} + E_{K_C}$$

$$\Rightarrow mgh_A + 0 = 0 + \left(\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2\right)$$

$$\Rightarrow mgh_A = \left(\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}mr^2\right)\left(\frac{v}{r}\right)^2\right)$$

$$\Rightarrow mgh_A = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{5}m\,v^2$$

$$\Rightarrow gh_A = \frac{1}{2}v^2 + \frac{1}{5}v^2$$

$$\Rightarrow gh_A = \frac{7}{10}v^2$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{10}{7}gh_A}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{10}{7} \times 9.8 \times 5} = 8.36\,ms^{-1}$$

গাণিতিক সমস্যা

একটি চাকার ভর $6kg$ এবং চক্র গতির ব্যাসার্ধ $40cm$। চাকাটি প্রতি মিনিটে 300 বার ঘুরে । এর ঘূর্ণন গতিশক্তি নির্ণয় কর।

সমাধান: এখানে, চাকার ভর $M = 6kg$

চক্রগতির ব্যাসার্ধ, $K = 40cm = 0.04m$

চাকার কৌণিক বেগ, $\omega = \frac{300\times 2\pi}{60} rad\ s^{-1} = 31.42\ rad\ s^{-1}$

ঘূর্ণন গতিশক্তি, $E_K = ?$

এবং, $E_K = \frac{1}{2} I\omega^2$

আমরা জানি,

$I = Mk^2$

$= 6kg \times (0.04m)^2 = 0.96kgm^2$

$= \frac{1}{2} \times 0.96 \times (31.42)^2$

$= 473.86\ J$

অতএব, ঘূর্ণন গতিশক্তি $473.86\ J$

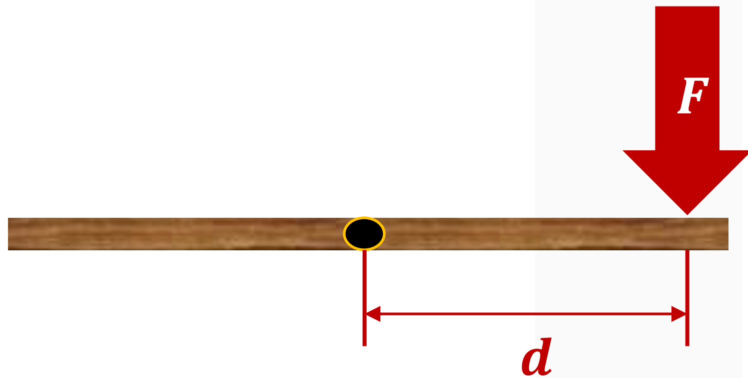
টর্ক

"যা কোন স্থির বস্তুকে ঘুরাতে চায় বা ঘূর্ণনরত বস্তুর ঘূর্ণন হার বাড়াতে বা কমাতে চায়।"

একই বল দিলেও সব দরজা কিন্তু সমানভাবে ঘোরানো যায়না। অর্থাৎ কতটুকুন ঘোরানো যাবে তা শুধু বলের ওপর নির্ভর করেনা বরং কোথায় বল দিচ্ছি তার ঘূর্ণন বিন্দু হতে দূরত্বের ওপর নির্ভর করে।

F = প্রযুক্ত বল

d =বল থেকে ঘূর্ণন কেন্দ্র পর্যন্ত লম্ব দূরত্ব



$\tau \propto F$

$\tau \propto d$

$\tau \propto Fd$

$$\tau = F \times d$$

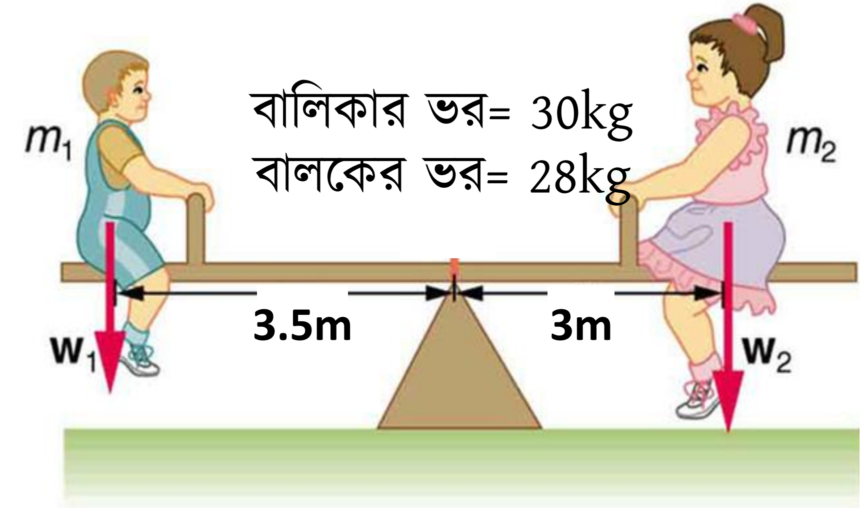
গাণিতিক সমস্যা

কে উপরে উঠবে বালকটি না বালিকাটি?

বালকের জন্য সৃষ্ট টর্ক, $\tau_1 = F \times d = (28 \times 9.8) \times 3.5$

$$\therefore \tau_1 = 960.4\ Nm$$

$\tau_1 = (+ve)$ কেননা বালকের জন্য বোর্ডটি counter-clockwise ঘুরবে



বালিকার জন্য সৃষ্ট টর্ক, $\tau_2 = F' \times d' = (30 \times 9.8) \times 3$

$$\therefore \tau_2 = -882\ Nm$$

$\tau_2 = (-ve)$ কেননা বালিকার জন্য বোর্ডটি clockwise ঘুরবে

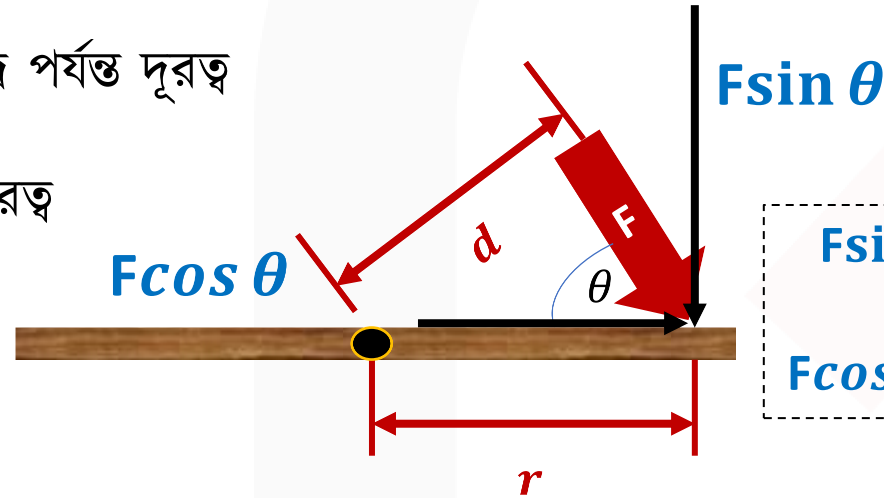
$$\tau_{net} = \tau_1 + \tau_2$$

$$\therefore \tau_{net} = 960.4 + (-882) = 78.4\ Nm$$

যেহেতু $\tau_{net} = (+ve)$ কাজেই বোর্ডটি counter-clockwise ঘুরবে। অর্থাৎ বালক-বালিকা বসে থাকলে বোর্ডটির বালিকার পার্শ্বটি উপরে উঠবে

যদি বল লম্ব ভাবে না থাকে

F = প্রযুক্ত বল
r =বলের প্রয়োগবিন্দু থেকে ঘূর্ণন কেন্দ্র পর্যন্ত দূরত্ব
θ = বল ও তলের মধ্যবর্তী কোণ
d =বল থেকে ঘূর্ণন কেন্দ্র পর্যন্ত লম্ব দূরত্ব

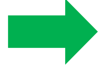


$F\sin\theta$ উপাংশটি ঘোরানোর জন্য দায়ী
কিন্তু
$F\cos\theta$ উপাংশটি ঘোরানোর জন্য দায়ী নয়

তাই এক্ষেত্রে F এর বদলে $F \sin\theta$ ব্যাবহার করে পূর্বের ফর্মুলা ব্যবহার করে উক্ত বলের ফলে যে টর্ক হয় তা বের করা যাবে

$$\tau = F\sin\theta \times r$$

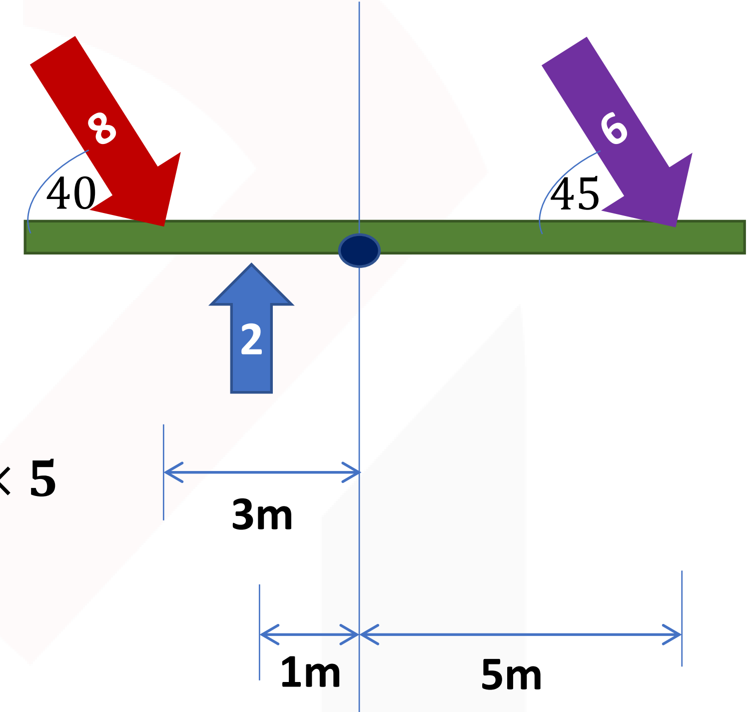
লব্ধি টর্ক?



2 N বলের জন্য সৃষ্ট টর্ক, $\tau_1 = F \times d = 2 \times 1$

$\therefore \tau_1 = -2\ Nm$

$\tau_1 = (-ve)$ কেননা বোর্ডটি clockwise ঘুরবে



6 N বলের জন্য সৃষ্ট টর্ক, $\tau_2 = F' \sin\theta \times r' = 6 \sin 45 \times 5$

$\therefore \tau_2 = -21.21 Nm$

$\tau_2 = (-ve)$ কেননা বোর্ডটি clockwise ঘুরবে

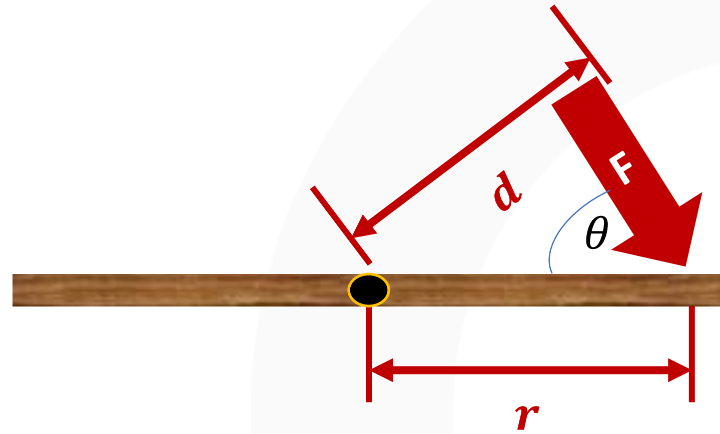
8 N বলের জন্য সৃষ্ট টর্ক, $\tau_3 = F'' \sin\theta \times r'' = 8 \sin 40 \times 3$

$\therefore \tau_3 = 15.42\ Nm$

$\tau_3 = (+ve)$ কেননা বোর্ডটি counter-clockwise ঘুরবে

$$\tau_{net} = \tau_1 + \tau_2 + +\tau_3 = -7.79\ Nm$$

যেহেতু $\tau_{net} = (-ve)$ কাজেই বোর্ডটি clockwise ঘুরবে



$$\tau = F\sin\theta \times r$$

$$\tau = Fr\sin\theta$$

$$\therefore\ \vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

গাণিতিক সমস্যা

$\vec{r} = 3\hat{\imath} + \hat{\jmath} + 2\hat{k}$ এবং $\vec{F} = \hat{\imath} - 3\hat{\jmath} + 4\hat{k}$ হলে, প্রযুক্ত টর্ক এর মান বের কর?

সমাধান: আমরা জানি,

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$= \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & -3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{\imath}(4+6) + \hat{\jmath}(2-12) + \hat{k}(-9-1)$$

$$= 10\hat{\imath} - 10\hat{\jmath} - 10\hat{k}$$

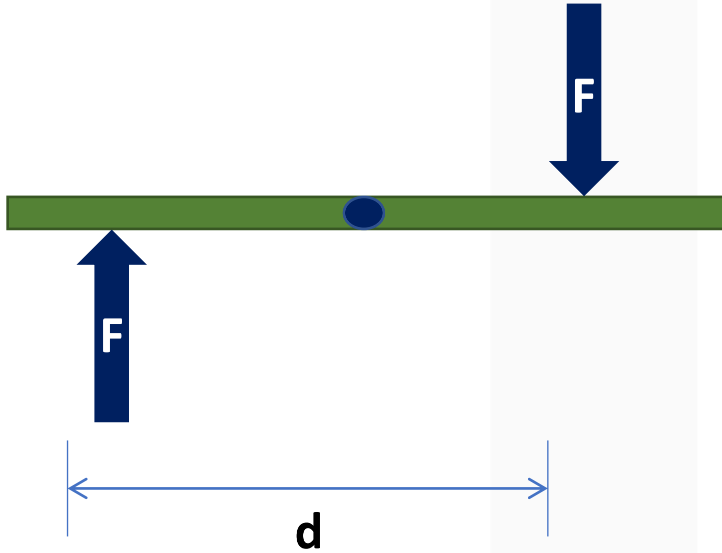
∴ প্রযুক্ত টর্ক এর মান, $\tau = \sqrt{(10)^2 + (-10)^2 + (-10)^2}$

$$= \sqrt{100 + 100 + 100}$$

$$= \sqrt{300} = \sqrt{10^2 \times 3} = 10\sqrt{3}$$

∴ প্রযুক্ত টর্কের মান $10\sqrt{3}$

COUPLE (দ্বন্দ্ব)



দুটি বল যদি-

- সমমানের
- বিপরীত
- সমান্তরাল
- প্রয়োগবিন্দু ভিন্ন

তবে তাদের দ্বারা সৃষ্ট লব্ধি টর্ককে দ্বন্দ্ব বলে।

$\tau_{net} = F \times d$

F=যেকোনো একটি বলের মান
d=বলদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব
τ_{net}=বলদ্বয় দ্বারা সৃষ্ট দ্বন্দ্ব

Newton এর কৌণিক বলের সূত্র-

Newton এর বলের সূত্র-

1^{st} → যখন F=0 তখন u=v

2^{nd} → $\frac{dP}{dt} \propto F$ —অনুসিদ্ধান্ত→ F=ma

3^{rd} → সংঘর্ষের বেলায় $\vec{F_1} = -\vec{F_2}$

↓ অনুসিদ্ধান্ত

P= CONSTANT

$\sum P_i = \sum P_f$

$\rightarrow \sum mu = \sum mv$

1^{st} → If τ =0 then $\omega_i = \omega_f$

2^{nd} → $\frac{dL}{dt} \propto \tau$ —অনুসিদ্ধান্ত→ τ =Iα

3^{rd} → সংঘর্ষের বেলায়- $\vec{\tau_1} = -\vec{\tau_2}$

↓ অনুসিদ্ধান্ত

L= CONSTANT

$\sum L_i = \sum L_f$

$\rightarrow \sum I\omega_i = \sum I\omega_f$

বোর্ড সমস্যা

60kg ভরের একজন নৃত্যশিল্পী দুহাত প্রসারিত করে মিনিটে ২০ বার ঘুরতে পারেন। তিনি একটি সংগীত এর সাথে তাল মেলানোর চেষ্টা করছিলেন।

গ. নৃত্যশিল্পীকে সংগীত এর সাথে ঐকতানিক হতে মিনিটে 30 বার ঘুরলে জড়তার ভ্রামকদ্বয়ের তুলনা কর। ৩

কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষন সূত্র মতে,

$$I_i\omega_i = I_f\omega_f$$

$$\Rightarrow I_i(\frac{2}{3}\pi) = I_f(\pi)$$

$$\Rightarrow \frac{I_f}{I_i} = \frac{2}{3}$$

$$\therefore I_f = \frac{2}{3} I_i$$

এখানে,

$m = 60kg$

$\omega_i = 20\ rpm$

$= 20 \times \frac{2\pi}{60}\ rads^{-1} = \frac{2}{3}\pi\ rads^{-1}$

$\omega_f = 30\ rpm$

$= 30 \times \frac{2\pi}{60}\ rads^{-1} = \pi\ rads^{-1}$

গাণিতিক সমস্যা

আনুভূমিক কাঠের ওপর একটি পেরেক উলম্ব ভাবে রাখা আছে। **1kg** ভরের একটি হাতুড়ি দ্বারা পেরেকটিকে খাড়া নিচের দিকে 4 ms^{-1} বেগে আঘাত করা হলো পেরেক্টি কাঠের মধ্যে ঢুকে গেলে গড় বাধাদানকারী বল নির্ণয় করো। **[RUET'05-06]**

সমাধানঃ

$12mv^2$ = FScos $\theta \Rightarrow F\times0.015\cos 0\circ$

$=12\times1\times(4)2\Rightarrow F=533.33$

∴ বাধাদানকারী $R=Mg+F$

$=1 \times 9.8 + 533.33$

$= 543.13N$

(Ans)

গাণিতিক সমস্যা

একটি 10N বল 2kg ভর বিশিষ্ট একটি স্থির বস্তুর উপর ক্রিয়া করে।যদি 5 সেকেন্ড পর বলের ক্রিয়া বন্ধ হয়ে যায় তবে প্রথম 12 হতে সেকেন্ডে বস্তুটি কত দূরত অতিক্রম করবে?

সমাধানঃ

$$F=ma \Rightarrow a=Fm=10/2=5ms^{-2}$$

$$v=at=5\times5=25ms^{-1}$$

$$s2-vt=25(12-5)=175m$$

$$s1=\frac{1}{2}\times 5\times 5^2=\frac{125}{5}m$$

$$v=at=5\times5=25ms^{-1}$$

$$s2-vt=25(12-5)=175m$$

$$s=s1+s2=62.5+175=237.5m$$

(Ans)

গাণিতিক সমস্যা

$200ms^{-1}$ বেগে আগত $0.2kg$ ভরের ক্রিকেট বলকে একজন খেলোয়াড় ক্যাচ ধরে $0.1sec$ সেকেন্ড সময়ের মধ্যে থামিয়ে দিল। খেলোয়াড় কত্রিক প্রযুক্ত গড় বল কত?

সমাধানঃ

$$F = ma = \frac{m(v_0 - v)}{t}$$

$$= \frac{0.2 \times (200 - 0)}{0.1} = 400N$$

$m = 0.2kg$

$v_0 = 200ms^{-1}$

$t = 0.1sec$

(Ans)

গাণিতিক সমস্যা

$1.91\times10^{-31}kg$ ভরের একটি স্থির ইলেক্ট্রনের ওপর 10^{-11} বল ধরে কাজ করে। এই সময়ে শেষে ইলেক্ট্রন ও বেগ কতো হবে?

সমাধানঃ

আমরা জানি, $V = V_0 + at$

আবার, $F = ma \Rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{2.8\times10^{-16}}{1.91\times10^{-31}} = 3.077 \times 10^{14}ms^{-2}$

$v = 0 + (1.76 \times 10^{14}) \times (10^{-11}) = 1760ms^{-1}$

(Ans)

গাণিতিক সমস্যা

পরস্পরের 120^0 কোণে $88N$ ও $12N$ মানে দ্টি বল একটি চার কেজি ভরের বস্তুও উপর ক্রিয়া করে থেমে গেল। এরপর বস্তুটি সঙ্গে চলে প্রথম আট সেকেন্ডে বস্তুটি কতদূর যাবে?

সমাধানঃ

লব্ধি বল, $F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 F_2 \cos\theta}$

$= (88)^2 + (12)^2 + 2.88 \cdot 12 \cos 120 = 10.538N$

ত্বরণ, $a = FM = 10.583 = 2.646ms^2$

$4s$ এ অর্জিত বেগ, $V = V_0 + at = 0+2.646\times4=10.583ms^{-1}$

গাণিতিক সমস্যা

পরস্পরের 120^0 কোণে $88N$ ও $12N$ মানে দুটি বল একটি চার কেজি ভরের বস্তুও উপর ক্রিয়া করে থেমে গেল। এরপর বস্তুটি সঙ্গে চলে প্রথম আট সেকেন্ডে বস্তুটি কতদূর যাবে?

সমাধানঃ

প্রথম চার সেকেন্ডে সমত্বরণে চলে, এক্ষেত্রে অতিক্রান্ত দূরত্ব $s_1 = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \times 2.646 \times 4^2 = 21.168m$

পরের 4s সমবেগে চলে, এক্ষেত্রে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s_2 = v \times t' = 10.583 \times 4 = 42.332m$

প্রথম 8s এ অতিক্রান্ত দূরত্ব, $S = s_1 + s_2 = 21.168 + 42.332 = 63.5m$

(Ans)

গাণিতিক সমস্যা

একটি অতি মসৃণ (ঘর্ষণ বিহীন) টেবিলের ওপর দক্ষিণ দিকে $5ms$ বেগে গতিশীল $0.5kg$ ভরের বস্তুর উপর $6N$ বলে কি দিকে এক সেকেন্ড ধরে প্রয়োগ করা হলো

(i) 1 সেকেন্ডে বস্তুর বেগ কত?

সমাধানঃ

$(i) = \frac{F}{m} = \frac{6}{0.5} = 12ms^{-2}$ (দক্ষিণ); 1s পড়ে বেগ, $v = v_0 + at = 5 + 12 \times 1 = 17ms^{-1}$

(Ans)

গাণিতিক সমস্যা

একটি অতি মসৃণ (ঘর্ষণ বিহীন) টেবিলের ওপর দক্ষিণ দিকে $5ms$ বেগে গতিশীল $0.5kg$ ভরের বস্তুর উপর $6N$ বলে কি দিকে এক সেকেন্ড ধরে প্রয়োগ করা হলো

(ii) $6N$ দক্ষিণ দিকের পরিবর্তে পশ্চিমদিকে প্রয়োগে করলে বেগ কত হবে?

সমাধানঃ

(ii) $6N$ বল পশ্চিম দিকে প্রয়োগে করলে, পশ্চিম দিকে ত্বরণ, $a = \frac{F}{m} = 12ms^{-2}$(পশ্চিমে)।

পশ্চিম দিকে বেগ, $v' = v'_0 + at$, যেহেতু বস্তুটি দক্ষিণদিকে গতিশীল ছিল,

সেহেতু পশ্চিম দিকে আদিবেগ = ০।

পশ্চিম দিকে বেগ, $v' = v'_0 + at = at = 12ms^{-2} \times 1s = 12ms^{-1}$

গাণিতিক সমস্যা

একটি অতি মসৃণ (ঘর্ষণ বিহীন) টেবিলের ওপর দক্ষিণ দিকে $5ms$ বেগে গতিশীল $0.5kg$ ভরের বস্তুর উপর $6N$ বলে কি দিকে এক সেকেন্ড ধরে প্রয়োগ করা হলো

(ii) $6N$ দক্ষিণ দিকের পরিবর্তে পশ্চিমদিকে প্রয়োগে করলে বেগ কত হবে?

সমাধানঃ

$1s$ পর বেগের মান, $v = \sqrt{(v_0)^2+(v')^2+2v_0v'\cos 90^\circ} = \sqrt{(v_0)^2+(v')^2}$

$$= \sqrt{(5)^2+(12)^2}ms^{-1} = 13ms^{-1}$$

আবার,

$$\tan\theta = \frac{v'}{v_0} = \frac{12}{5} = 2.4$$

$$\therefore \theta = 67.38^\circ$$ **(Ans)**

গাণিতিক সমস্যা

সমত্বরণ এ ধাবমান $5kg$ ভরের একটি বস্তু এর গতির পঞ্চম ও অষ্টম সেকেন্ডে যথাক্রমে $0.16\ m$ এবং $0.30m$ দূরত্ব অতিক্রম করে | বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল বল নির্ণয় করো?

সমাধানঃ

t তম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s_{th} = u + \frac{1}{2}a(2t - 1)$

পঞ্চম সেকেন্ডের ক্ষেত্রে, $0.16 = u + \frac{1}{2}a(2 \times 5 - 1)$

$$\Rightarrow 0.16 = u + \frac{9a}{2} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (i)$$

অষ্টম সেকেন্ডের ক্ষেত্রে,$0.30 = u + \frac{1}{2}a(2 \times 8 - 1)$

$$\Rightarrow 0.3 = u + \frac{15a}{2} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (ii)$$

গাণিতিক সমস্যা

সমত্বরণ এ ধাবমান $5kg$ ভরের একটি বস্তু এর গতির পঞ্চম ও অষ্টম সেকেন্ডে যথাক্রমে $0.16\ m$ এবং $0.30m$ দূরত্ব অতিক্রম করে | বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল বল নির্ণয় করো?

সমাধানঃ

$(ii) - (i)$;

$$0.12 = 3a \Rightarrow a = 0.04ms^{-2}$$

ক্রিয়াশীল বল, $F = ma = 5\ x\ 0.04 = 0.2N$

গাণিতিক সমস্যা

একক ভরের একটি বস্তুর চল রেখার সমীকরণ $x = t^2 - 3t^2, y = -3t^2 + 2t, Z = 2t^3 - t$। 2 সেকেন্ড পর বস্তুর ওপর ক্রিয়াশীল বল নির্ণয় কর?

সমাধানঃ

কণাটির অবস্থান ভেক্টর,

$$r = (t' - 3t^2)\hat{i} + (-3t^2 + 2t)\hat{j} + (2t^3 - t)\hat{k}$$

সুতরাং বেগ, $\hat{v} = \frac{dr}{dt} = \frac{d}{dt}\{(t^3 - 3t^2)\hat{i} + (-3t^2 + 2t)\hat{j} + (2t^3 - t)\hat{k}\}$

বা, $v = (3t^2 - 6t)\hat{i} + (-6t + 2)\hat{j} + (6t^2 - 1)\hat{k}$

গাণিতিক সমস্যা

একক ভরের একটি বস্তুর চল রেখার সমীকরণ $x = t^2 - 3t^2, y = -3t^2 + 2t, Z = 2t^3 - t$। 2 সেকেন্ড পর বস্তুর ওপর ক্রিয়াশীল বল নির্ণয় কর?

সমাধানঃ

ত্বরণ, $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\{(3t^2 - 6t)\hat{i} + (-6t + 2)\hat{j} + (6t^2 - 1)\hat{k}\}$

বা, $a = (6t - 6)\hat{i} - 6\hat{j} + 12\hat{k}$

$\therefore$ $2s$ পর ত্বরণ, $a = 6i - 6j + 24k$

$\therefore$ বল $F = ma = 1 \times (6\hat{i} - 6\hat{j} + 24\hat{k})$ [ভর,m =1 একক]

$= (6\hat{i} - 6\hat{j} + 24\hat{k})$

(Ans)

গাণিতিক সমস্যা

$0.5\ kg$ ভরের একটি বস্তুর সরণের সমীকরণ $x = 2t^4 + 5t^2 + 3t$ হলে গতির ৫ম সেকেন্ডে বস্তুটির উপর প্রযুক্ত বল কত?

সমাধানঃ

$$x = 2t^4 + 5t^2 + 3t$$

$$\therefore V = \frac{dv}{dt} = 8t^3 + 5t + 3;$$

$$a = \frac{dv}{dt} = 24t^2 + 10$$

$\therefore$ ৫ম সেকেন্ডে $a = 610ms^{-2}$

$\therefore$ প্রযুক্ত বল, F = 0.5 x 610N = 305 N

(Ans)

গাণিতিক সমস্যা

$26\ kg$ ভরের একটি বস্তুর উপর কি পরিমাণ সমবল ক্রিয়া করলে তার বেগ ৪ s এ $\left(4\hat{i} - 5\hat{j} + 3\hat{k}\right) ms^{-1}$ থেকে $\left(8\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}\right) ms^{-1}$ হবে?

সমাধানঃ

$$\text{ত্বরণ} = \frac{\left(8\hat{i}+3\hat{j}-5\hat{k}\right)-\left(4\hat{i}-5\hat{j}+3\hat{k}\right)}{8}$$

$$\text{বল, } \vec{F} = m\vec{a} = 26 \times \frac{\left(4i-8\hat{j}-8\hat{k}\right)}{8}$$

$$= 13(\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k})$$

$$\therefore \left|\vec{F}\right| = 39N$$

(Ans)

গাণিতিক সমস্যা

$36\ kg$ ভরের একটি বস্তুর উপর কত বল প্রযুক্ত হলে 2 min এ এর বেগ $18\ km/h$ বৃদ্ধি পাবে?

সমাধানঃ

দেওয়া আছে, ভর, $m = 36kg$

সময় ব্যবধান, $\Delta t = 2min = 2\ x\ 60s = 120s$

বেগ বৃদ্ধি, $\Delta v = 18kmh^{-1}$

$$= \frac{18 \times 1000}{3600}$$

$$= 5ms^{-1}$$

আমরা জানি, $F = m\frac{\Delta v}{\Delta t} = 36 \times \frac{5}{120} = 1.5gms^{-2} = 1.5N$

(Ans)

গাণিতিক সমস্যা

একটি বল 100 kg ভরের একটি বস্তুর উপর 10 s ক্রিয়া করে একে স্থিতিশীল অবস্থা হতে 100 m টেনে নিয়ে যায়। বলের মান নির্ণয় কর।

ব্যাখ্যা :

যেহেতু বস্তুটি স্থিতিশীল সেহেতু বস্তুটির আদিবেগ শূন্য। একটি বল বস্তুটির উপর 10 সেকেন্ড ক্রিয়া করে বস্তুটিকে স্থির অবস্থা হতে 100 মিটার টেনে নিয়ে যায় ফলে নিউটনের গতির প্রথম সূত্র হতে বলা যায় বস্তুটির মধ্যে ত্বরণ সৃষ্টি হয়েছে । যেহেতু বস্তুটির সরণ এবং ওই দূরত্ব অতিক্রম করতে প্রয়োজনীয় সময়ের মান দেওয়া আছে সেহেতু গতির তৃতীয় সমীকরণ অর্থাৎ অবস্থান বা সরণ, ত্বরণ ও গতিকালের। সম্পর্ক সূত্র ব্যবহার করে অজানা ত্বরণের মান বের করা যাবে। এরপর বল = ভর x ত্বরণ এই সূত্র ব্যবহার করে বস্তুর উপর বলের মান বের করা যাবে

গাণিতিক সমস্যা

একটি বল 100 kg ভরের একটি বস্তুর উপর 10 s ক্রিয়া করে একে স্থিতিশীল অবস্থা হতে 100 m টেনে নিয়ে যায়। বলের মান নির্ণয় কর।

সমাধানঃ

দেওয়া আছে, ভর, $m = 100kg$

সরণ, $S = 100\ m$

সময়, $t = 10s$

বল, $F = ?$

আমরা জানি,

$$s = ut + \frac{1}{2}at^2$$

বা, $s = 0 + \frac{1}{2}at^2$

বা, $a = \frac{2s}{t^2} = \frac{2 \times 100m}{(10s)^2} = 2ms^{-2}$

আবার, $F = ma = 100kg\ x\ 2ms^{-2} = 200\ N$

(Ans)

গাণিতিক সমস্যা

$50\ g$ ভরের এক ব্যক্তি $1950\ kg$ ভরের একটি গাড়ি স্থির অবস্থা থেকে প্রথম $10\ s$ সমত্বরণে চালাল। অতঃপর $10\ minute$ সমবেগে চালানোর পর ব্রেক চেপে $1\ s$ এর মধ্যে গাড়িটা থামাল। যাত্রা শুরুর $4s$ পর গাড়ির বেগ $8\ m/s$ হলে গাড়ি কর্তৃক অতিক্রান্ত মোট দূরত্ব এবং গাড়ি থামাতে প্রযুক্ত বলের মান নির্ণয় কর।

সমাধানঃ

এখানে ভর, $m = 1950kg + 50kg = 2000kg$

আমরা জানি,

$$v = u + at$$

বা, $a = \frac{v-u}{t}$

$$= \frac{8ms^{-1}}{4s}$$

$$= 2ms^{-2}$$

$u = 0\ ms^{-1}$

$v = 8\ ms^{-1}$

$t = 4\ s$

গাণিতিক সমস্যা

$50\ g$ ভরের এক ব্যক্তি $1950\ kg$ ভরের একটি গাড়ি স্থির অবস্থা থেকে প্রথম $10\ s$ সমত্বরণে চালাল। অতঃপর $10\ minute$ সমবেগে চালানোর পর ব্রেক চেপে $1\ s$ এর মধ্যে গাড়িটা থামাল। যাত্রা শুরুর $4s$ পর গাড়ির বেগ $8\ m/s$ হলে গাড়ি কর্তৃক অতিক্রান্ত মোট দূরত্ব এবং গাড়ি থামাতে প্রযুক্ত বলের মান নির্ণয় কর।

সমাধানঃ

$\therefore$ $10s$ পড়ে বেগ, $v = 0ms^{-1} + 2ms^{-2} - 2\ x\ 10s = 20ms^{-1}$

$\therefore$ $10s$ এ অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s_1 = ut + \frac{1}{2}at^2$

$$= \frac{1}{2} \times 2\ ms^{-1} \times (10s)^2 = 100m$$

গাড়িটি সমবেগে 10 min চললে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s_2 = vt$

$$= 20ms^{-1} \times (10 \times 60)s$$

$$= 1200m$$

গাণিতিক সমস্যা

$50\ g$ ভরের এক ব্যক্তি $1950\ kg$ ভরের একটি গাড়ি স্থির অবস্থা থেকে প্রথম $10\ s$ সমত্বরণে চালাল। অতঃপর $10\ minute$ সমবেগে চালানোর পর ব্রেক চেপে $1\ s$ এর মধ্যে গাড়িটা থামাল। যাত্রা শুরুর $4s$ পর গাড়ির বেগ $8\ m/s$ হলে গাড়ি কর্তৃক অতিক্রান্ত মোট দূরত্ব এবং গাড়ি থামাতে প্রযুক্ত বলের মান নির্ণয় কর।

সমাধানঃ

$1s$ এর মধ্যে গাড়িটি ব্রেক করে থামানো হলে,

$$v = u - at$$

বা, $0 = u - at$

বা, $a = \frac{u}{t} = \frac{20ms^{-1}}{1s} = 20ms^{-1}$

গাণিতিক সমস্যা

50 g ভরের এক ব্যক্তি 1950 kg ভরের একটি গাড়ি স্থির অবস্থা থেকে প্রথম 10 s সমত্বরণে চালাল। অতঃপর 10 $minute$ সমবেগে চালানোর পর ব্রেক চেপে 1 s এর মধ্যে গাড়িটা থামাল। যাত্রা শুরুর 4s পর গাড়ির বেগ 8 m/s হলে গাড়ি কর্তৃক অতিক্রান্ত মোট দূরত্ব এবং গাড়ি থামাতে প্রযুক্ত বলের মান নির্ণয় কর।

সমাধানঃ

$$\therefore s = ut + \frac{1}{2}at^2$$

$$= 20ms^{-1} \times 1s - \frac{1}{2} \times 20ms^{-1} \times (1s)^2 = 10m$$

∴ মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$$s = s_1 + s_2 + s_3$$

$$= 100m + 12000m + 10m$$

$$= 12110\, m$$ **(Ans)**

গাণিতিক সমস্যা

$50\ g$ ভরের এক ব্যক্তি $1950\ kg$ ভরের একটি গাড়ি স্থির অবস্থা থেকে প্রথম $10\ s$ সমত্বরণে চালাল। অতঃপর $10\ minute$ সমবেগে চালানোর পর ব্রেক চেপে $1\ s$ এর মধ্যে গাড়িটা থামাল। যাত্রা শুরুর $4s$ পর গাড়ির বেগ $8\ m/s$ হলে গাড়ি কর্তৃক অতিক্রান্ত মোট দূরত্ব এবং গাড়ি থামাতে প্রযুক্ত বলের মান নির্ণয় কর।

সমাধানঃ

গাড়িটি থামতে প্রযুক্ত বল,

$$F = ma$$

$$= 2000\ \text{kg} \times 20ms^{-2}$$

$$= 40000\text{N}$$

(Ans)

ঘাত বল ও বলের ঘাত

❖ ঘাত বল :

খুব অল্প সময়ের জন্য খুব বড় মানের যে বল কোন বস্তুর ওপর প্রযুক্ত হয় তাকে ঘাত বল (Impulsive Force) বলে।

❖ বলের ঘাত :

কোন বল ও ঐ বলের ক্রিয়াকালের গুণফলকে ঐ বলের ঘাত (Impulse of Force) বলে।

বলের ঘাত,

$$j = f\Delta t$$

$$= \Delta p$$

$$= m\,\Delta v$$

অর্থাৎ বলের ঘাত = বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তন

গাণিতিক সমস্যা

1. একটি বস্তু স্থির অবস্থায় ছিল। $15N$ এর ওপর $4\ sec$ ধরে কাজ করে এবং তারপর আর কোন কাজ করলো। বস্তুটি এরপর $9\ sec$ এ $54\ m$ দূরত্ব গেল। বস্তুর ভর বের কর। [RUET'12-13]

সমাধানঃ

বল প্রয়োগে না হলে, $\frac{dV}{dt} = 0 \quad \therefore 54 = 9v \quad \therefore v = 6ms^{-1}$

আবার, $v = v_0 + at \Rightarrow 6 = 0 + a \times 4 \quad \therefore a = \frac{3}{2}ms^{-2}$

$\therefore m = \frac{F}{a} = \frac{15}{\frac{3}{2}} = 10\text{kg}$

গাণিতিক সমস্যা

2. স্থির পানির উপর ভাসমান একটি নৌকা হতে একজন লোক আনুভূমিক দিকে লাফ দিয়ে তীরে পৌঁছাল। বাকি লোকসহ নৌকার ভর $300\,kg$. লাফ দেয়া লোকের ভর $60\,kg$. লাফের বেগ $20\,\frac{m}{sec}$. এমতাবস্থায় নৌকায় অবস্থিত $0.75\,kg$ ভরের একটি স্থির বলকে কিক মারা হলো। ফলে ফুটবলটি একই দিকে $18\,\frac{m}{sec}$ বেগপ্রাপ্ত হল। পা কর্তৃক প্রযুক্ত বলের ঘাত নির্ণয় করো।

[RUET'05-06]

ব্যাখ্যা :

এখানে নৌকা থেকে লাফ দেয়া ব্যক্তির বেগ যদি ধনাত্মক ধরা হয় তাহলে নৌকার বেগ হবে ঋণাত্মক কারণ ব্যক্তিটি যে দিকে লাফ দিয়েছে নৌকাটির তার বিপরীত দিকে সরে যাবে । নিউতনের গতির তৃতীয় সূত্র থেকে এই ধারণাটি পাওয়া যায়। যেহেতু কিক মারার আগে ফুটবলটির নিজস্ব কোন বেগ ছিল না সেহেতু নৌকার বেগই হবে ফুটবল টির আদিবেগ । অতএব কিক মারার আগে ভরবেগ হবে ফুটবলের ভর ও নৌকার বেগের গুণফলের মান এবং কিক মারার পরের ভরবেগ হবে ফুটবলের ভর ও ফুটবলের বেগের গুণফলের মান । এরপর ভরবেগের পরিবর্তন বের করে বলের ঘাত = ভরবেগের পরিবর্তন সূত্রটি ব্যবহার করে সমস্যার সমাধান করা যাবে ।

গাণিতিক সমস্যা

2. স্থির পানির উপর ভাসমান একটি নৌকা হতে একজন লোক আনুভূমিক দিকে লাফ দিয়ে তীরে পৌঁছাল। বাকি লোকসহ নৌকার ভর $300\ kg$. লাফ দেয়া লোকের ভর $60\ kg$. লাফের বেগ $20\ \frac{m}{sec}$. এমতাবস্থায় নৌকায় অবস্থিত $0.75\ kg$ ভরের একটি স্থির বলকে কিক মারা হলো। ফলে ফুটবলটি একই দিকে $18\frac{m}{sec}$ বেগপ্রাপ্ত হল। পা কর্তৃক প্রযুক্ত বলের ঘাত নির্ণয় করো।

সমাধানঃ **[RUET'05-06]**

ধরি, নৌকার বেগ $= v$

$\therefore 300x(v) = 60x200$

$\Rightarrow v = -4ms$

আবার কিকের আগে ভরবেগ $mv_1 = -4\ x\ 0.75 = -3kgms^{-1}$

কিকের পরে ভরবেগ $mv_2 = 18 \times 0.75 = -3kgms^{-1}$

গাণিতিক সমস্যা

2. স্থির পানির উপর ভাসমান একটি নৌকা হতে একজন লোক আনুভূমিক দিকে লাফ দিয়ে তীরে পৌঁছাল। বাকি লোকসহ নৌকার ভর $300\ kg$. লাফ দেয়া লোকের ভর $60\ kg$. লাফের বেগ $20\ \frac{m}{sec}$. এমতাবস্থায় নৌকায় অবস্থিত $0.75\ kg$ ভরের একটি স্থির বলকে কিক মারা হলো। ফলে ফুটবলটি একই দিকে $18\ \frac{m}{sec}$ বেগপ্রাপ্ত হল। পা কর্তৃক প্রযুক্ত বলের ঘাত নির্ণয় করো।

সমাধানঃ **[RUET'05-06]**

ভরবেগের পরিবর্তন $F_1 = mv_1 - mv_2 = (-3 - 13.5)kgms^1 = -16.5\text{kg}\, ms^{-1}$

পা কর্তৃক প্রযুক্ত বলের ঘাত $F_1 = 16.5\text{kg}\, ms^{-1}$

(Ans)

গাণিতিক সমস্যা

3. 18 N এর একটি বল 6 kg ভরের বস্তুর উপর 4 s ক্রিয়া করে

(i) বেগের পরিবর্তন এবং

(ii) বলের ঘাত নির্ণয় করুন?

গাণিতিক সমস্যা

3. $18\ N$ এর একটি বল $6\ kg$ ভরের বস্তুর উপর $4\ s$ ক্রিয়া করে

(i) বেগের পরিবর্তন এবং

সমাধান :

$$(i) F = ma \Rightarrow F = m\frac{v-v_0}{t} \therefore v - v_0 = \mathrm{F} \times \frac{t}{m} = \frac{18\times4}{6} = 12ms^{-1}$$

গাণিতিক সমস্যা

3. 18 N এর একটি বল 6 kg ভরের বস্তুর উপর 4 s ক্রিয়া করে

(ii) বলের ঘাত নির্ণয় করুন?

সমাধান :

(ii) বলের ঘাত, $J = Ft = 18 \times 4 = 72\ Ns$

গাণিতিক সমস্যা

4. অনুভূমিকভাবে গতিশীল 1.5 কেজি ভরের লৌহ গোলক 3.8 ms বেগে একটি দেয়ালে লম্বভাবে ধাক্কা খেয়ে $3ms'$ বেগে বিপরীত দিকে ফিরে গেল। বলের ঘাত কত? গোলক 0.015 সেকেন্ড দেওয়ালের স্পর্শে থাকলে দেওয়াল কর্তৃক প্রযুক্ত বল কত ?

সমাধানঃ দেওয়ালের দিকে যাওয়ার অভিমুখ ধনাত্মক করলে, $v_0 = 3.8ms^{-1}$

∴ বিপরীত দিক ঋণাত্মক হবে।

∴ ফিরে আসার ক্ষেত্রে, $v = -3ms^{-1}$

বলের ঘাত, $J = m(v - v_0)$

$= 1.5\, x\, (-3 - 3.8)$

$= -10.2N;$

গাণিতিক সমস্যা

4. অনুভূমিকভাবে গতিশীল 1.5 কেজি ভরের লৌহ গোলক 3.8 ms বেগে একটি দেয়ালে লম্বভাবে ধাক্কা খেয়ে $3ms'$ বেগে বিপরীত দিকে ফিরে গেল। বলের ঘাত কত? গোলক 0.015 সেকেন্ড দেওয়ালের স্পর্শে থাকলে দেওয়াল কর্তৃক প্রযুক্ত বল কত ?

সমাধানঃ

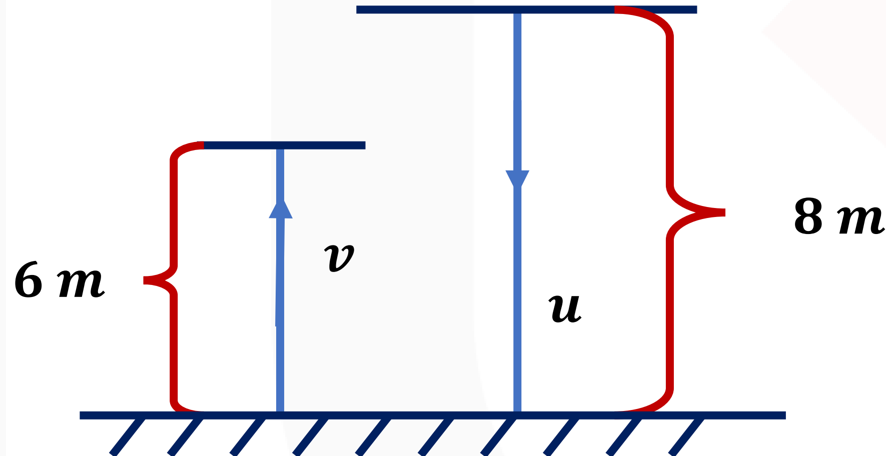
দেওয়ালের সংস্পর্শে 0.015 s থাকলে, দেয়াল কতৃক প্রযুক্ত গড় বল,

$$F = \frac{J}{t} = \frac{10.2}{0.015} = 680N$$

গাণিতিক সমস্যা

5. $8\ m$ ওপর থেকে ৪০ g ভরের একটি টেনিস বল ছেড়ে দেয়া হল। ভূমিতে পড়ে তা আবার $6\ m$ পর্যন্ত উপরে উঠে এল। ভূমিতে সংঘর্ষকালে বলের ঘাত কত? সংঘর্ষকাল $0.04\ s$ হলে গড় বল কত?

সমাধান :



গাণিতিক সমস্যা

5. $8\ m$ ওপর থেকে ৪০ g ভরের একটি টেনিস বল ছেড়ে দেয়া হল। ভূমিতে পড়ে তা আবার $6\ m$ পর্যন্ত উপরে উঠে এল। ভূমিতে সংঘর্ষকালে বলের ঘাত কত? সংঘর্ষকাল $0.04\ s$ হলে গড় বল কত?

সমাধান :

এখানে,

ভর, $m = 80g = 0.08kg$

সংঘর্ষকালে, $t = 0.04\ s$

ধরি,

বলটি $8m$ উপর থেকে পড়ে u বেগে ভূমিতে আঘাত করে।

$$u = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 9.8 \times 8} = 12.52\ ms^{-1}$$

গাণিতিক সমস্যা

5. $8\ m$ ওপর থেকে ৪০ g ভরের একটি টেনিস বল ছেড়ে দেয়া হল। ভূমিতে পড়ে তা আবার $6\ m$ পর্যন্ত উপরে উঠে এল। ভূমিতে সংঘর্ষকালে বলের ঘাত কত? সংঘর্ষকাল $0.04\ s$ হলে গড় বল কত?

সমাধান :

আবার যদি বলটি v বেগে 6m উপরে উঠে, তবে

$$u = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 9.8 \times 6} = 10.84\ ms^{-1}$$

এখন যদি উপরে উঠার বেগ ধনাত্মক ধরি তবে নামার বেগ ঋণাত্মক হবে। যেহেতু বেগদ্বয় বিপরীতমুখী।

অর্থাৎ, যদি $v = 10.84\ ms^{-1}$ হয় তবে, $u = -12.52 ms^{-1}$

গাণিতিক সমস্যা

5. $8\ m$ ওপর থেকে ৪০ g ভরের একটি টেনিস বল ছেড়ে দেয়া হল। ভূমিতে পড়ে তা আবার $6\ m$ পর্যন্ত উপরে উঠে এল। ভূমিতে সংঘর্ষকালে বলের ঘাত কত? সংঘর্ষকাল $0.04\ s$ হলে গড় বল কত?

সমাধান : এখন, বলের ঘাত, $J = mv - mu$

$$= m(v - u)$$

$$= m\{10.84 - (-12.52ms^{-1})$$

$$= 0.08(10.84 + 12.52)$$

$$= 1.87\ kgms^{-1}$$ **(Ans)**

গড় বল, $F = \frac{J}{t} = \frac{1.87}{0.04} = 46.75\ N$

(Ans)

ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র

কোন সংঘর্ষকারী ব্যবস্থার ওপর বাহ্যিক বল ক্রিয়া না করলে একটি নির্দিষ্ট দিকে ব্যবস্থার উপাদনগুলোর মোট ভরবেগ সংঘর্ষের পূর্বে ও পরে মানে ও দিকে ধ্রব থাকে।

$$(P_{initial} = P_{final})$$

❖ $\vec{P} = m\vec{v}$

❖ একমাত্রিক সংঘর্ষের ক্ষেত্রে,

$$m_1u_1 + m_2u_2 + m_3u_3 + \cdots + m_nu_n = m_1v_1 + m_2v_2 + m_3v_3 + \cdots + m_nv_n$$

ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র

❖ দ্বিমাত্রিক সংঘর্ষের ক্ষেত্রে,

$$for\ X\ axis, m_1u_{1x} + m_2u_{2x} + m_3u_{3x} + \cdots + m_nu_{nx} = m_1v_{1x} + m_2v_{2x} + m_3v_{3x} + \cdots + m_nv_{nx}$$

$$for\ y\ axis, m_1u_{1y} + m_2u_{2y} + m_3u_{3y} + \cdots + m_nu_{ny} = m_1v_{1y} + m_2v_{2y} + m_3v_{3y} + \cdots + m_nv_{ny}$$

[কামান ও গোলা কিংবা বন্দুক ও গুলির ক্ষেত্রে]

ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র

- $MV = -mv$

এখানে,

mv = গুলির সম্মুখ ভরবেগ

MV = বন্দুকের পশ্চাৎ ভরবেগ

m = গুলির ভর

v = গুলির সম্মুখ বেগ

M = বন্দুকের ভর

V = বন্দুকের পশ্চাৎ বেগ

গাণিতিক সমস্যা

1. 30 kg ভরের একটি শেল 48 m/sec বেগে উড়ছে। শেলটি বিস্ফোরিত হয়ে দুই টুকরা হলে 18 kg ভরের টুকরাটি স্থির হয়ে যায় এবং বাকি টুকরাটি উঠে যায়। বাকি অংশের বেগ কত? [BUET'06-07]

ব্যাখ্যা :

যেহেতু এখানে একটি নির্দিষ্ট ভরের ও নির্দিষ্ট বেগে উড়ন্ত একটি শেল । বিস্ফোরিত হয়ে দুইটি টুকরায় বিভক্ত হয় এবং প্রথম টুকরাটি স্থির থাকে ও দ্বিতীয় টুকরাটি গতিশীল থাকে; সেহেতু প্রথম টুকরাটির ভর ও বেগের গুনফল এর মান এবং দ্বিতীয় টুকরার ভর ও বেগের গুনফল এর মান এর যোগফল শেলটি অবিচ্ছিন্ন অবস্থায় এর ভর ও বেগের গুণফল এর মানের সমান হবে। যেহেতু এখানে শেলটির এবং টুকরাগুলোর ভরের মান এবং শেলটি অবিচ্ছিন্ন অবস্থায় বেগ ও প্রথম টুকরার বেগের মান দেওয়া আছে সেহেতু এই সমীকরণ থেকে দ্বিতীয় টুকরা বেগের মান বের করা যাবে ।

গাণিতিক সমস্যা

1. 30 kg ভরের একটি শেল 48 m/sec বেগে উড়ছে। শেলটি বিস্ফোরিত হয়ে দুই টুকরা হলে 18 kg ভরের টুকরাটি স্থির হয়ে যায় এবং বাকি টুকরাটি উঠে যায়। বাকি অংশের বেগ কত? [BUET'06-07]

সমাধান : আমরা জানি,

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = \text{mv}$$

$$\Rightarrow (18 \times 10) + (12 v_2) = 30 \times 48$$

$$\Rightarrow v_2 = 120 ms^{-1}$$

$m_1 = 18kg$

$m_2 = (30 - 18)kg = 12kg$

$v_1 = 0ms^{-1}$

$v = 48ms^{-1}$

$m = 30kg$

গাণিতিক সমস্যা

2. 6 kg ও 4 kg ভরের দুইটি বস্তু একই সরলরেখা বরাবর কিন্তু বিপরীত দিকে চলা অবস্থায় একে অপরকে ধাক্কা দিলো। ধাক্কার পূর্বে তাদের বেগ যথাক্রমে 5 m/sec (উত্তর দিকে) ও 2 m/sec (দক্ষিণ দিকে) ছিল। ধাক্কার পর দ্বিতীয় বস্তুটি 2.5 m/sec বেগে পিছিয়ে গেল। প্রথম বস্তুর বেগ কত হবে? [KUET'03-04]

সমাধান :

$m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2v_2 \Rightarrow 6 \times 5 + 4 \times (-2) = 6v_1 + 4 \times (2.5) \Rightarrow v_1 = 2ms^{-1}$ (উত্তর দিক)

গাণিতিক সমস্যা

3. 40 kg এবং 60 kg ভরের দুটি বস্তু পরস্পর বিপরীত দিকে যথাক্রমে 8 $\frac{m}{sec}$ 2 $\frac{m}{sec}$ বেগে যাওয়ার পথে একে অপরকে ধাক্কা দিল। ধাক্কার পর বস্তু দুটি একত্রে যুক্ত থেকে কত বেগে চলবে? [BUTex'01-02]

সমাধান : এখানে,

$$m_1 = 40\text{kg}, m_2 = 60\text{kg}, u_1 = 8ms^{-1}, u_2 = -2ms^{-1}\ v = ?$$

আমরা জানি,

$$m_1u_1 + m_2u_2 = (m_1 + m_2)v \Rightarrow 40 \times 8 + 60 \times (-2) = (40 + 60)v \Rightarrow v = 2ms^{-1}$$

(Ans)

গাণিতিক সমস্যা

4. গাছের ডালে বসা $1.975\,kg$ ভরের একটি পাখি দেখে একজন শিকারি গুলি করলেন | $0.025kg$ ভরের গুলিটি $400\,ms'$ অনুভূমিক বেগে আঘাত করে পাখিটির ভিতরেই রয়ে গেল | ডালটি মাটি থেকে 313.6 মিটার উঁচুতে ছিল | শিকারি তার সহকারীকে পাখিটি খুঁজে নিয়ে আসতে বললেন | সহকারি ভাবলো পাখিটি যেহেতু গাছের ডালে ছিল তাই গাছের আশেপাশেই পড়ার কথা তাই সে গাছটি হতে 10 মিটার দূরত্বের মধ্যে পাখিটিকে খুজতে থাকলো | কিন্তু সে পাখিটি খুঁজে পেল না

(i) গুলি করার পর পাখিটির অনুভূমিক বেগ নির্ণয় কর?

গাণিতিক সমস্যা

4. গাছের ডালে বসা $1.975\ kg$ ভরের একটি পাখি দেখে একজন শিকারি গুলি করলেন | $0.025kg$ ভরের গুলিটি $400\ ms'$ অনুভূমিক বেগে আঘাত করে পাখিটির ভিতরেই রয়ে গেল | ডালটি মাটি থেকে 313.6 মিটার উঁচুতে ছিল | শিকারি তার সহকারীকে পাখিটি খুঁজে নিয়ে আসতে বললেন | সহকারি ভাবলো পাখিটি যেহেতু গাছের ডালে ছিল তাই গাছের আশেপাশেই পড়ার কথা তাই সে গাছটি হতে 10 মিটার দূরত্বের মধ্যে পাখিটিকে খুজতে থাকলো | কিন্তু সে পাখিটি খুঁজে পেল না

(i) গুলি করার পর পাখিটির অনুভূমিক বেগ নির্ণয় কর?

সমাধান :

(a) ভরবেগের সংরক্ষণশীলতার সূত্রানুসারে, $m_1u_1 + m_2u_2 = (m_1 + m_2)v$

$$\Rightarrow 0.025\ x\ 400\ +\ 0\ =\ (0.025\ +\ 1.975)v\ \therefore v\ = 5ms^{-1}$$

গাণিতিক সমস্যা

4. গাছের ডালে বসা $1.975\ kg$ ভরের একটি পাখি দেখে একজন শিকারি গুলি করলেন । $0.025kg$ ভরের গুলিটি $400\ ms'$ অনুভূমিক বেগে আঘাত করে পাখিটির ভিতরেই রয়ে গেল । ডালটি মাটি থেকে 313.6 মিটার উঁচুতে ছিল । শিকারি তার সহকারীকে পাখিটি খুঁজে নিয়ে আসতে বললেন । সহকারি ভাবলো পাখিটি যেহেতু গাছের ডালে ছিল তাই গাছের আশেপাশেই পড়ার কথা তাই সে গাছটি হতে 10 মিটার দূরত্বের মধ্যে পাখিটিকে খুজতে থাকলো । কিন্তু সে পাখিটি খুঁজে পেল না

(ii) সহকারি পাখিটি খুঁজে পেল না কেন গাণিতিক বিশ্লেষণ সহ মতামত দাও

সমাধান :

(b) মনে করি, দালের উচ্চতা, $h = 313.6m$; পাখিটির পরতে সময় লাগে $= t$

$$\therefore h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 313.6 = \frac{1}{2} \times 9.8 \times t^2$$

গাণিতিক সমস্যা

4. গাছের ডালে বসা $1.975\,kg$ ভরের একটি পাখি দেখে একজন শিকারি গুলি করলেন | $0.025kg$ ভরের গুলিটি $400\,ms'$ অনুভূমিক বেগে আঘাত করে পাখিটির ভিতরেই রয়ে গেল | ডালটি মাটি থেকে 313.6 মিটার উঁচুতে ছিল | শিকারি তার সহকারীকে পাখিটি খুঁজে নিয়ে আসতে বললেন | সহকারি ভাবলো পাখিটি যেহেতু গাছের ডালে ছিল তাই গাছের আশেপাশেই পড়ার কথা তাই সে গাছটি হতে 10 মিটার দূরত্বের মধ্যে পাখিটিকে খুজতে থাকলো | কিন্তু সে পাখিটি খুঁজে পেল না

(ii) সহকারি পাখিটি খুঁজে পেল না কেন গাণিতিক বিশ্লেষণ সহ মতামত দাও

সমাধান :

$\therefore$ t = 8s ; মনে করি, পাখিটি গাছ হতে s দূরত্ব দূরে গিয়ে পড়েছে।

$$\therefore s = vt = 5ms^{-1}\,x\,8s = 40m$$

গাণিতিক সমস্যা

4. গাছের ডালে বসা $1.975\,kg$ ভরের একটি পাখি দেখে একজন শিকারি গুলি করলেন | $0.025kg$ ভরের গুলিটি $400\,ms'$ অনুভূমিক বেগে আঘাত করে পাখিটির ভিতরেই রয়ে গেল | ডালটি মাটি থেকে 313.6 মিটার উঁচুতে ছিল | শিকারি তার সহকারীকে পাখিটি খুঁজে নিয়ে আসতে বললেন | সহকারি ভাবলো পাখিটি যেহেতু গাছের ডালে ছিল তাই গাছের আশেপাশেই পড়ার কথা তাই সে গাছটি হতে 10 মিটার দূরত্বের মধ্যে পাখিটিকে খুজতে থাকলো | কিন্তু সে পাখিটি খুঁজে পেল না

(ii) সহকারি পাখিটি খুঁজে পেল না কেন গাণিতিক বিশ্লেষণ সহ মতামত দাও

সমাধান :

$\therefore$ পাখিটি গাছ হতে $40\,m$ দূরে পড়েছিল। কিন্তু উদ্দীপকে সহকারী কেবল হতে $10m$ দূরত্বের মধ্যে পাখিটি খুজেছিল। তাই পাখিটি খুজে পায়নি ।

গাণিতিক সমস্যা

5. 1200 kg ভরের একটি গাড়ি 20 m/sec দ্রুতিতে চলছিল । অতঃপর গাড়িটি ৪০০ kg ভরের একটি স্থির গাড়িকে ধাক্কা দিল। ধাক্কার পর গাড়ি দুটি একত্রিত হয়ে 120 m পিছলিয়ে থেমে গেল। বাধাদানকারী বলের মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে,

১ম গাড়ির ভর, $m = 1200kg$

১ম গাড়ির আদিবেগ, $v_{0_1} = 20\ ms^{-1}$

২য় গাড়ির ভর, $m = 800kg$

২য় গাড়ির আদিবেগ, $v_{0_2} = 0\ ms^{-1}$

মিলিত অবস্থায় অতিক্রান্ত দূরত্ব , $s = 120m$

বের করতে হবে, বাধাদানকারী বল, $F = ?$

গাণিতিক সমস্যা

5. $1200\ kg$ ভরের একটি গাড়ি $20\ m/\text{sec}$ দ্রুতিতে চলছিল । অতঃপর গাড়িটি ৪০০ kg ভরের একটি স্থির গাড়িকে ধাক্কা দিল। ধাক্কার পর গাড়ি দুটি একত্রিত হয়ে $120\ m$ পিছলিয়ে থেমে গেল। বাধাদানকারী বলের মান কত?

সমাধান : আমরা জানি,

$$m_1 v_{0_1} + m_2 v_{0_2} = v(m_1 + m_2)$$

[মিলিত অবস্থায় বেগ = v]

$$\therefore v = \frac{m_1 v_{0_1} + m_2 v_{0_2}}{(m_1 + m_2)}$$

$$= \frac{1200 \times 20 + 800 \times 0}{1200 + 800}$$

$$= \frac{1200 \times 20}{2000}$$

$$= 12 ms^{-1}$$

গাণিতিক সমস্যা

5. 1200 kg ভরের একটি গাড়ি 20 m/sec দ্রুতিতে চলছিল । অতঃপর গাড়িটি ৪০০ kg ভরের একটি স্থির গাড়িকে ধাক্কা দিল। ধাক্কার পর গাড়ি দুটি একত্রিত হয়ে 120 m পিছলিয়ে থেমে গেল। বাধাদানকারী বলের মান কত?

সমাধান : আবার, $v'^2 = v^2 + 2as \dots\dots\dots\dots (i)$

এখানে, আদিবেগ, $v = 12ms^{-1}$

শেষ বেগ, $v' = 0$

ত্বরণ $= a$

দেওয়া আছে, দূরত্ব, $s = 120m$

সুতরাং, (i) নং থেকে পাই, $0^2 = 12^2 + 2 \times a \times 120$

বা, $a = -0.6\, ms^{-2}$

গাণিতিক সমস্যা

5. $1200\ kg$ ভরের একটি গাড়ি $20\ m/\text{sec}$ দ্রুতিতে চলছিল । অতঃপর গাড়িটি ৪০০ kg ভরের একটি স্থির গাড়িকে ধাক্কা দিল। ধাক্কার পর গাড়ি দুটি একত্রিত হয়ে $120\ m$ পিছলিয়ে থেমে গেল। বাধাদানকারী বলের মান কত?

সমাধান : আবার, $F = ma$

$$= (m_1 + m_2)\ \text{a} \quad [\because m = m_1 + m_2]$$

$$= (1200 + 800) \times (0.6)$$

$$= -1200\ N \quad [\text{ সুতরাং বাধাদানকারী বল ঋণাত্মক }]$$

$\therefore$ বাধাদানকারী বলের মান $1200N$

(Ans)

গাণিতিক সমস্যা

6. $0.01\ kg$ ভরের একটি বুলেট $6\ kg$ ভরের একটি বন্দুক থেকে $300\ m/s$ বেগে নিক্ষিপ্ত হলো। বন্দুকটির পশ্চাৎ বেগ কত?

সমাধান :

দেওয়া আছে,

বন্দুকের ভর, $M = 5\ kg$

গুলির ভর, $m = 8\ g = 8\ x\ 10^{-3}\ kg$

বন্দুকের পশ্চাৎ বেগ, $v = -0.64 m s^{-1}$

গুলির বেগ, $v = ?$

গাণিতিক সমস্যা

6. $0.01\ kg$ ভরের একটি বুলেট $6\ kg$ ভরের একটি বন্দুক থেকে $300\ m/s$ বেগে নিক্ষিপ্ত হলো। বন্দুকটির পশ্চাৎ বেগ কত?

সমাধান :

আমরা জানি,

$$MV + mv = 0$$

$$\text{বা}\ , V = \frac{MV}{m}$$

$$= -\frac{5 \times (-0.64)}{8 \times 10^{-3}}$$

$$= 400ms^{-1}$$

গাণিতিক সমস্যা

6. $0.01\ kg$ ভরের একটি বুলেট $6\ kg$ ভরের একটি বন্দুক থেকে $300\ m/s$ বেগে নিক্ষিপ্ত হলো। বন্দুকটির পশ্চাৎ বেগ কত?

সমাধান :

আবার,

$$v^2 = u^2 - 2as$$

বা , $0^2 = u^2 - 2as$

বা , $a = \dfrac{u^2}{2s}$

$$= \frac{400^2}{2 \times 50 \times 10^{-2}}$$

$$= 16000\ ms^{-2}$$

গাণিতিক সমস্যা

6. $0.01\ kg$ ভরের একটি বুলেট $6\ kg$ ভরের একটি বন্দুক থেকে $300\ m/s$ বেগে নিক্ষিপ্ত হলো। বন্দুকটির পশ্চাৎ বেগ কত?

সমাধান :

∴ বাধাদানকারী বল,

$$F = ma$$
$$= 8 \times 10^{-3} \times 16000$$
$$= 128\ \mathrm{N}$$

(Ans)

গাণিতিক সমস্যা

7. $6\ kg$ ভরের একটি বন্দুকের নল থেকে $10\ g$ ভরের একটি গুলি নির্গত হলে বন্দুকের পশ্চাৎ বেগ $0.66\ m/s$ হয়। গুলিটি লক্ষ্য বস্তুর মধ্যে $50\ cm$ প্রবেশ করে থেমে যায়। গুলির উপর প্রযুক্ত বাধা বল নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে,

বন্দুকের ভর, $M = 6\ kg$

গুলির ভর, $m = 10g = 0.01\ kg$

বন্দুকের পশ্চাৎ বেগ, $V = 0.66ms^{-1}$

গুলির বেগ, $v = ?$

গাণিতিক সমস্যা

7. $6\ kg$ ভরের একটি বন্দুকের নল থেকে $10\ g$ ভরের একটি গুলি নির্গত হলে বন্দুকের পশ্চাৎ বেগ $0.66\ m/s$ হয়। গুলিটি লক্ষ্য বস্তুর মধ্যে $50\ cm$ প্রবেশ করে থেমে যায়। গুলির উপর প্রযুক্ত বাধা বল নির্ণয় কর।

সমাধান : আমরা জানি,

$$MV = -mv$$

$$or, v = -\frac{MV}{m}$$

$$= -\frac{6 \times (-0.66)}{0.01}$$

$$= 396ms^{-1}$$

গাণিতিক সমস্যা

7. $6\ kg$ ভরের একটি বন্দুকের নল থেকে $10\ g$ ভরের একটি গুলি নির্গত হলে বন্দুকের পশ্চাৎ বেগ $0.66\ m/s$ হয়। গুলিটি লক্ষ্য বস্তুর মধ্যে $50\ cm$ প্রবেশ করে থেমে যায়। গুলির উপর প্রযুক্ত বাধা বল নির্ণয় কর।

সমাধান :

আবার,

$$v^2 = u^2 - 2as$$

$$\text{or, } 0^2 = u^2 - 2as$$

$$\text{or, } a = \frac{u^2}{2s}$$

$$= \frac{396^2}{2 \times 0.5}$$

$$= 156{,}816\ ms^{-2}$$

গাণিতিক সমস্যা

8. 1 কেজি ভরের একটি বস্তু এ 4 m/s বেগে পূর্বদিকে চলছে । 3 kg ভরের অপর একটি বল 3 m/s বেগে পশ্চিম দিকে চলছে । কোন এক সময় বল দুটির মধ্যে সংঘর্ষের ফলে এরা মিলে এক হয়ে গেল । মিলিত বলটি কত বেগে কোন দিকে চলবে?

সমাধান : পূর্বদিককে ধনাত্মক বিবেচনা করে,

প্রথম বস্তুর আদিবেগ, $u_1 = 4 \text{ ms}^{-1}$

প্রথম বস্তুর ভর, $m_1 = 1 \text{ kg}$

দ্বিতীয় বস্তুর আদিবেগ, $u_2 = -3 \text{ ms}^{-1}$

দ্বিতীয় বস্তুর ভর, $m_2 = 3 \text{ kg}$

গাণিতিক সমস্যা

8. 1 কেজি ভরের একটি বস্তু এ 4 m/s বেগে পূর্বদিকে চলছে । 3 kg ভরের অপর একটি বল 3 m/s বেগে পশ্চিম দিকে চলছে । কোন এক সময় বল দুটির মধ্যে সংঘর্ষের ফলে এরা মিলে এক হয়ে গেল । মিলিত বলটি কত বেগে কোন দিকে চলবে?

সমাধান : সংঘর্ষের পর বস্তুদ্বয়ের চূড়ান্ত বেগ যথাক্রমে v_1 ও v_2 হলে,

$$m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2v_2$$

বা, $4 + 3 \times (-3) = 4v_1 + 3v_2$

বা, $4v_1 + 3v_2 = -5$ ----------(i)

আবার, $v_1 - v_2 = -(u_1 - u_2)$

বা, $v_1 - v_2 = -(4 + 3)$

বা, $v_1 - v_2 = -7$ ----------(ii)

গাণিতিক সমস্যা

8. 1 কেজি ভরের একটি বস্তু এ 4 m/s বেগে পূর্বদিকে চলছে । 3 kg ভরের অপর একটি বল 3 m/s বেগে পশ্চিম দিকে চলছে । কোন এক সময় বল দুটির মধ্যে সংঘর্ষের ফলে এরা মিলে এক হয়ে গেল । মিলিত বলটি কত বেগে কোন দিকে চলবে?

সমাধান :

(i)+(ii) $\times$ 3 করে পাই,

$$7v_1 = -26$$

বা, $v_1 = -3.71\ ms^{-1}$

$\therefore\ v_2 = (v_1 + 7)\ ms^{-1} = 3.285\ ms^{-1}$

$\therefore$ প্রথম বস্তুর শেষ বেগ $-3.71\ ms^{-1}$, পশ্চিম দিকে এবং দ্বিতীয় বস্তুর শেষ বেগ $3.285\ ms^{-1}$, পূর্বদিকে

(Ans)

গাণিতিক সমস্যা

9. 300 kg ভরের কোন নৌকার দুই গলুই থেকে 20 kg এবং 25 kg ভরের দুই জন বালক যথাক্রমে 3.25 ms^{-1} ও 2 ms^{-1} বেগে দুদিকে লাফ দেয়। নৌকাটি কত বেগে এবং কোন দিকে চলবে?

সমাধান : দেওয়া আছে,

নৌকার ভর m = 300 kg

প্রথম বালকের বেগ, u_1 = 3.25 ms^{-1}

প্রথম বালকের ভর, m_1 = 20 kg

দ্বিতীয় বালকের বেগ, u_2 = -2 ms^{-1}

দ্বিতীয় বালকের ভর, m_2 = 25 kg

(প্রথম বালকের সাপেক্ষে)

বের করতে হবে নৌকার বেগ, v = ?

গাণিতিক সমস্যা

9. 300 kg ভরের কোন নৌকার দুই গলুই থেকে 20 kg এবং 25 kg ভরের দুই জন বালক যথাক্রমে 3.25 ms^{-1} ও 2 ms^{-1} বেগে দুদিকে লাফ দেয়। নৌকাটি কত বেগে এবং কোন দিকে চলবে?

সমাধান : আমরা পাই,

$$m_1u_1 + m_2u_2 = m\,v$$

বা, $v = \frac{m_1u_1 + m_2u_2}{m}$

$$= \frac{20 \times 3.5 - 25 \times 2}{300}$$

$$= 0.05\ \mathrm{ms}^{-1}$$

∴ নির্ণেয় বেগ $0.05\ \mathrm{ms}^{-1}$ এবং প্রথম বালকের দিকে।

(Ans)

গাণিতিক সমস্যা

10. 30 m/sec বেগে গতিশীল গাড়ির উপর 30 kg ভরের একটি বস্তু উপর হতে খাড়াভাবে পড়ে গাড়ির মধ্যে রয়ে গেল। গাড়ির ভর 150 kg হলে বস্তুসহ গাড়ির বেগ কত হবে?

সমাধান :

বস্তুটির বেগ গাড়ির বেগের লম্বদিকে বলে, গাড়ির গতির দিক বরাবর মোট ভরবেগের কোনোরুপ পরিবর্তন ঘটবে না।

গাড়ির আদি ভরবেগ $=$ গাড়ির ভর $\times$ গাড়ির আদিবেগ $= 150\ \text{kg} \times 30\ ms^{-1}$

গাড়ির শেষ ভরবেগ $=$ (গাড়ির ভর $+$ বস্তুর ভর) $\times$ গাড়ির শেষবেগ

গাড়ির শেষবেগ v হলে $= (150\ \text{kg} + 30\ \text{kg}) \times v$

গাণিতিক সমস্যা

10. 30 m/sec বেগে গতিশীল গাড়ির উপর 30 kg ভরের একটি বস্তু উপর হতে খাড়াভাবে পড়ে গাড়ির মধ্যে রয়ে গেল। গাড়ির ভর 150 kg হলে বস্তুসহ গাড়ির বেগ কত হবে?

সমাধান : ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্রানুসারে,

$$(150 \text{ kg} + 30 \text{ kg}) \times v = 150 \text{ kg} \times 30 \text{ m}s^{-1}$$

$$\therefore v = \frac{150 \times 30}{150 + 30} = 25\text{m}s^{-1}$$

∴ বস্তুসহ গাড়ির বেগ $25\text{m}s^{-1}$

(Ans)

গাণিতিক সমস্যা

11. 5 মেট্রিক টন ভরের বালু বোঝাই একটি ট্রাক 20 m/s বেগে চলছিল। এমন সময় ট্রাকের ছিদ্র দিয়ে 100 কেজি বালু নিচে পড়ে গেল। ট্রাক এর বর্তমান বেগ কত? [BUET'05-06]

সমাধান :

দেওয়া আছে,

বালুসহ ট্রাকের ভর m = 5 মেট্রিক টন = 5000 kg

ট্রাকের বেগ, $v_1 = 20\ ms^{-1}$

ট্রাকের শেষভর, $m_2 = 4900$ kg

বের করতে হবে ট্রাকের শেষ বেগ, $v_2 = ?$

গাণিতিক সমস্যা

11. 5 মেট্রিক টন ভরের বালু বোঝাই একটি ট্রাক 20 m/s বেগে চলছিল। এমন সময় ট্রাকের ছিদ্র দিয়ে 100 কেজি বালু নিচে পড়ে গেল। ট্রাক এর বর্তমান বেগ কত? [BUET'05-06]

সমাধান :

আমরা জানি,

$$m_1 v_1 = m_2 v_2$$

বা, $v_2 = \frac{m_1 v_1}{m_2} = \frac{5000 \times 20}{4900} = 20.4 \text{ ms}^{-1}$

(Ans)

গাণিতিক সমস্যা

12. 5 kg ভরের একটি বস্তু 2 m/s বেগে x বরাবর এসে 3 কেজি ভরের একটি স্থির বস্তুকে ধাক্কা মারে। ধাক্কার পর 5 kg ভরের বস্তু অক্ষের সাথে 30 ডিগ্রী কোণে 1 m/s বেগে চলতে থাকে। 3 kg বস্তুর বেগের মান ও দিক কত হবে?

সমাধান : দেওয়া আছে,

$$m_1 = 5\ kg$$

$$u_1 = 2\ \text{ms}^{-1}$$

$$m_2 = 3\ \text{kg}$$

$$u_2 = 0\ \text{ms}^{-1}$$

$$v_1 = 1\ \text{ms}^{-1}$$

$$\theta_1 = 30°$$

$$v_2 = ? \quad \theta_2 = ?$$

গাণিতিক সমস্যা

12. 5 kg ভরের একটি বস্তু 2 m/s বেগে x বরাবর এসে 3 কেজি ভরের একটি স্থির বস্তুকে ধাক্কা মারে। ধাক্কার পর 5 kg ভরের বস্তু অক্ষের সাথে 30 ডিগ্রী কোণে 1 m/s বেগে চলতে থাকে। 3 kg বস্তুর বেগের মান ও দিক কত হবে?

সমাধান :

x অক্ষ বরাবর ভরবেগের সংরক্ষন সূত্র হতে পাই,

$$m_1 u_1 \cos 0° + m_2 \times 0 = m_1 v_1 cos30° + m_2 v_2 cos\theta_2$$

বা, $5 \times 2 + 0 = 5 \times 1 \times cos30° + 3v_2 \, cos\theta_2$

বা, $10 = 4.33 + 3v_2 \, cos\theta_2$

$\therefore v_2 \, cos\theta_2 = 1.89$ ---------- (i)

গাণিতিক সমস্যা

12. 5 kg ভরের একটি বস্তু 2 m/s বেগে x বরাবর এসে 3 কেজি ভরের একটি স্থির বস্তুকে ধাক্কা মারে। ধাক্কার পর 5 kg ভরের বস্তু অক্ষের সাথে 30 ডিগ্রী কোণে 1 m/s বেগে চলতে থাকে। 3 kg বস্তুর বেগের মান ও দিক কত হবে?

সমাধান :

আবার,

y অক্ষ বরাবর ভরবেগের সংরক্ষন সূত্র হতে পাই,

$$m_1 u_1 \sin 0° + m_2 \times 0 = m_1 v_1 sin30° + m_2 v_2 sin\theta_2$$

বা, $0 + 0 = 5 \times 1 \times \sin 30° + 3v_2 \, sin\theta_2$

$\therefore v_2 \, sin\theta_2 = -0.833$ ----------(ii)

গাণিতিক সমস্যা

12. 5 kg ভরের একটি বস্তু 2 m/s বেগে x বরাবর এসে 3 কেজি ভরের একটি স্থির বস্তুকে ধাক্কা মারে। ধাক্কার পর 5 kg ভরের বস্তু অক্ষের সাথে 30 ডিগ্রী কোণে 1 m/s বেগে চলতে থাকে। 3 kg বস্তুর বেগের মান ও দিক কত হবে?

সমাধান : (i) ও (ii) নং সমীকরণকে বর্গ করে যোগ করে পাই,

$$v_2{}^2 = (1.89)^2 + (-0.833)^2$$

$$\therefore v_2 = \sqrt{4.2665}$$

$$= 2.06 \text{ ms}^{-1}$$

গাণিতিক সমস্যা

12. 5 kg ভরের একটি বস্তু 2 m/s বেগে x বরাবর এসে 3 কেজি ভরের একটি স্থির বস্তুকে ধাক্কা মারে। ধাক্কার পর 5 kg ভরের বস্তু অক্ষের সাথে 30 ডিগ্রী কোণে 1 m/s বেগে চলতে থাকে। 3 kg বস্তুর বেগের মান ও দিক কত হবে?

সমাধান : (ii) ÷ (i) হতে পাই,

$$\tan\theta_2 = \frac{-0.833}{1.89}$$

$$\therefore \theta_2 = tan^{-1}\left(\frac{-0.833}{1.89}\right)$$

$$\therefore \theta_2 = -23.8°$$

অতএব 3 kg ভরের বস্তুটির বেগের মান 2.06 ms^{-1} এবং ইহা 5 kg ভরের বস্তুর দিকের সাথে 23.8° কোণে নিচের দিকে চলতে থাকে।

(Ans)

গাণিতিক সমস্যা

13. একটি স্থির কণা হঠাৎ বিস্ফোরিত হয়ে ও ভরের তিনটি অংশে বিভক্ত হয়ে গেল। সমান ভর দুটির উভয় ভেগের মান 24 হলে এবং তারা পরস্পর সমকোণে চলতে থাকলে ভরটির বেগের মান ও গতির অভিমুখ নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে,

প্রথম কণার ভর, $m_1 = 1$ kg

দ্বিতীয় কণার ভর , $m_2 = 1$ kg

তৃতীয় কণার ভর, $m_3 = 3$ kg

m_1 ও m_2 এর বেগের মান $v_1 = v_2 = 24\ \text{ms}^{-1}$

সৃষ্ট কোণ, $\theta_1 = 0°$; $\theta_2 = 90°$

তৃতীয় কণার বেগ, $v_3 = ?$

গতির অভিমুখ, $\theta_3 = ?$

গাণিতিক সমস্যা

13. একটি স্থির কণা হঠাৎ বিস্ফোরিত হয়ে ও ভরের তিনটি অংশে বিভক্ত হয়ে গেল। সমান ভর দুটির উভয় ভেগের মান 24 হলে এবং তারা পরস্পর সমকোণে চলতে থাকলে ভরটির বেগের মান ও গতির অভিমুখ নির্ণয় কর।

সমাধান : x অক্ষের দিকে ভরবেগের নিত্যতার নীতি অনুসারে,

$$m_1 v_1 cos\,\theta_1 + m_2 v_2 cos\,\theta_2 + m_3 v_3 cos\,\theta_3 = 0$$

বা, $1kg \times 24\ \text{ms}^{-1} \times cos0° + 1kg \times 24\ \text{ms}^{-1} \times cos90° + 3\text{kg} \times v_3 cos\,\theta_3 = 0$

বা, $3\text{kg} \times v_3 cos\,\theta_3 = -24\ \text{kg ms}^{-1}$

বা, $v_3 cos\,\theta_3 = \frac{-24}{3}\ \text{ms}^{-1}$

$\therefore v_3 cos\,\theta_3 = -8\ \text{ms}^{-1}$---------- (i)

গাণিতিক সমস্যা

13. একটি স্থির কণা হঠাৎ বিস্ফোরিত হয়ে ও ভরের তিনটি অংশে বিভক্ত হয়ে গেল। সমান ভর দুটির উভয় ভেগের মান 24 হলে এবং তারা পরস্পর সমকোণে চলতে থাকলে ভরটির বেগের মান ও গতির অভিমুখ নির্ণয় কর।

সমাধান :

y অক্ষের দিকে ভরবেগের নিত্যতার নীতি অনুসারে,

$$m_1 v_1 sin\theta_1 - m_2 v_2 sin\theta_2 + m_3 v_3 sin\,\theta_3 = 0$$

বা, $1kg \times 24\ ms^{-1} \times sin0° - 1kg \times 24\ ms^{-1} \times sin90° + 3kg \times v_3 sin\theta_3 = 0$

বা, $3kg \times v_3 sin\theta_3 = 24\ kg\ ms^{-1}$

বা, $v_3 sin\theta_3 = \frac{24}{3}\ ms^{-1}$

$\therefore v_3 sin\,\theta_3 = 8\ ms^{-1}$ ---------- (ii)

গাণিতিক সমস্যা

13. একটি স্থির কণা হঠাৎ বিস্ফোরিত হয়ে ও ভরের তিনটি অংশে বিভক্ত হয়ে গেল। সমান ভর দুটির উভয় বেগের মান 24 হলে এবং তারা পরস্পর সমকোণে চলতে থাকলে ভরটির বেগের মান ও গতির অভিমুখ নির্ণয় কর।

সমাধান :

(ii) $\div$ (i) হতে পাই,

$$\tan\theta_3 = \frac{-8}{8}$$

$$\therefore \theta_3 = tan^{-1}\left(\frac{-8}{8}\right)$$

$$\therefore \theta_3 = 135°$$

গাণিতিক সমস্যা

13. একটি স্থির কণা হঠাৎ বিষ্ফোরিত হয়ে ও ভরের তিনটি অংশে বিভক্ত হয়ে গেল। সমান ভর দুটির উভয় ভেগের মান 24 হলে এবং তারা পরস্পর সমকোণে চলতে থাকলে ভরটির বেগের মান ও গতির অভিমুখ নির্ণয় কর।

সমাধান :

θ_3 এর মান (i) নং সমীকরণে বসাই,

$v_3 cos\,135° = -8\ ms^{-1}$

বা, $v_3 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -8\ ms^{-1}$

বা, $v_3 = 8\sqrt{3}\ ms^{-1}$

(Ans)

গাণিতিক সমস্যা

13. একটি স্থির কণা হঠাৎ বিষ্ফোরিত হয়ে ও ভরের তিনটি অংশে বিভক্ত হয়ে গেল। সমান ভর দুটির উভয় বেগের মান 24 হলে এবং তারা পরস্পর সমকোণে চলতে থাকলে ভরটির বেগের মান ও গতির অভিমুখ নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$v_3 \sin\theta_3 = \frac{24}{3}\ ms^{-1}$$

বা, $v_3 \sin\theta_3 = 8\ ms^{-1}$ ....(ii)

(ii) ÷ (i) হতে পাই,

$$\tan\theta_3 = \frac{-8}{8}$$

বা, $\tan\theta_3 = -1$

$\therefore \theta_3 = 135^\circ$

গাণিতিক সমস্যা

13. একটি স্থির কণা হঠাৎ বিষ্ফোরিত হয়ে ও ভরের তিনটি অংশে বিভক্ত হয়ে গেল। সমান ভর দুটির উভয় ভেগের মান 24 হলে এবং তারা পরস্পর সমকোণে চলতে থাকলে ভরটির বেগের মান ও গতির অভিমুখ নির্ণয় কর।

সমাধান :

θ_3 এর মান (i) নং সমীকরণ বসাই,

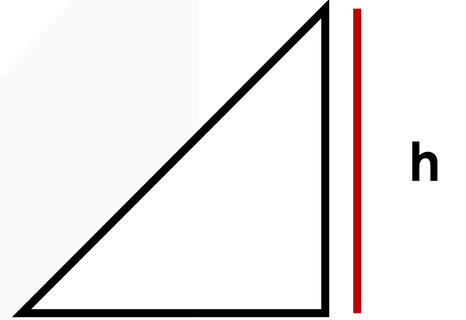
$v_3 \sin\theta_3 135^\circ = -8\ ms^{-1}$ বা, $v_3 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = -8\ ms^{-1}$ $\therefore\ v_3 = 8\sqrt{2}\ ms^{-1}$

(Ans)

শক্তির সংরক্ষণশীলতা নীতি (গাণিতিক সমস্যা)

1. তিনটি স্থির বস্তু: একটি রিং, একটি নিলেট সিলেন্ডার এবং একটি নিরেট গোলক একই বাঁকা তলের উপর দিয়ে না পিছলিয়ে নিচের দিকে পড়তে থাকে। তিনটি বস্তুর ব্যাসার্ধ একই। কোন বস্তুটি সর্বাধিক বেগে ভূমিতে পৌছাবে? [RUET' 18-19]

সমাধানঃ



রিং, $\mathrm{mgh} = \frac{1}{2} m v_R^2 + \frac{1}{2} l\omega^2 \Rightarrow \mathrm{mgh} = \frac{1}{2} m v_R^2 + \frac{1}{2} \mathrm{M} r^2 \omega^2$

$\Rightarrow \mathrm{gh} = \frac{1}{2} v_R^2 + \frac{1}{2} \omega^2 \; [\therefore v = \omega r] \Rightarrow \mathrm{gh} = v^2 = \sqrt{gh}$

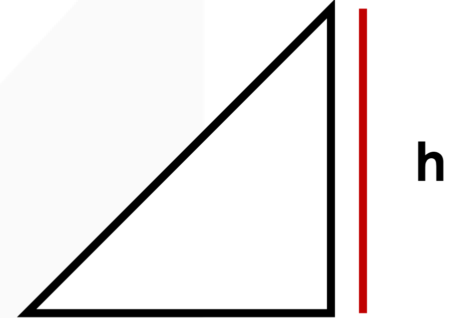
শক্তির সংরক্ষণশীলতা নীতি (গাণিতিক সমস্যা)

1. তিনটি স্থির বস্তু: একটি রিং, একটি নিরেট সিলেন্ডার এবং একটি নিরেট গোলক একই বাঁকা তলের উপর দিয়ে না পিছলিয়ে নিচের দিকে পড়তে থাকে। তিনটি বস্তুর ব্যাসার্ধ একই। কোন বস্তুটি সর্বাধিক বেগে ভূমিতে পৌছাবে? **[RUET' 18-19]**

সমাধানঃ

নিরেট সিলিন্ডার, $\text{mgh} = \frac{1}{2}mv_C^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 \Rightarrow \text{mgh} = \frac{1}{2}mv_C^2 + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\text{M}r^2\omega^2$

$\Rightarrow \text{gh} = \frac{1}{2}v_C^2 + \frac{1}{4}v_C^2 \Rightarrow \text{gh} = v^2 + \sqrt{\frac{4}{3}gh}$

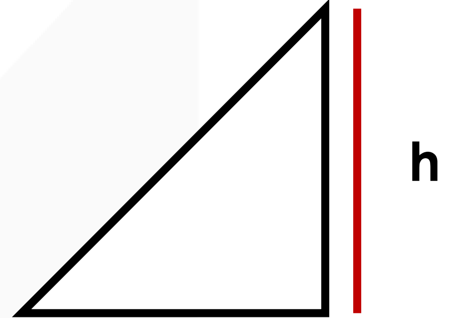


শক্তির সংরক্ষণশীলতা নীতি (গাণিতিক সমস্যা)

1. তিনটি স্থির বস্তু: একটি রিং, একটি নিলেট সিলেন্ডার এবং একটি নিরেট গোলক একই বাঁকা তলের উপর দিয়ে না পিছলিয়ে নিচের দিকে পড়তে থাকে। তিনটি বস্তুর ব্যাসার্ধ একই। কোন বস্তুটি সর্বাধিক বেগে ভূমিতে পৌছাবে? [RUET' 18-19]

সমাধানঃ

নিরেট গোলক, $= \frac{1}{2}mv_s^2 + \frac{2}{5} \times \frac{1}{2}mr^2\omega^2 \Rightarrow \text{gh} = \frac{1}{2}v_s^2 + \frac{1}{5}v_s^2 \Rightarrow v_s = \sqrt{\frac{10}{7}gh}$



$\therefore v_s > v_c > v_R$

সুতরাং, গোলক সবচেয়ে বেশি বেগে মাটিতে পৌঁছাবে।

(ANS)

শক্তির সংরক্ষণশীলতা নীতি (গাণিতিক সমস্যা)

2. $7\,meter$ উঁচু হতে $2kg$ ভরের একটি পিতলের নিরেট গোলক একটি নতি তলে গড়াতে গড়াতে ভূমিতে এসে পড়ে। ভূমি স্পর্শ হওয়ার মুহূর্তে গোলকটির ভরকেন্দ্রের গতিশক্তি ও কৌণিক গতিশক্তি কতো ছিলো? $[g = 9.8\ \frac{m}{s^2}]$ **[BUET'04-05]**

সমাধানঃ

ভূমি স্পর্শ করার মুহূর্তে গতিশক্তি

K.E = mgh = 2 × 9.8 × 7 = 137.2 joules

(ANS)

শক্তির সংরক্ষণশীলতা নীতি (গাণিতিক সমস্যা)

2. $7\ meter$ উঁচু হতে $2kg$ ভরের একটি পিতলের নিরেট গোলক একটি নতি তলে গড়াতে গড়াতে ভূমিতে এসে পড়ে। ভূমি স্পর্শ হওয়ার মুহূর্তে গোলকটির ভরকেন্দ্রের গতিশক্তি ও কৌণিক গতিশক্তি কতো ছিলো? $[g = 9.8\ \frac{m}{s^2}]$ **[BUET'04-05]**

সমাধানঃ

গোলকের জন্য, $I = \frac{2}{5}Mr^2$ কৌণিক গতিশক্তি $= \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2} \times \frac{2}{5}\ Mr^2\omega^2 = \frac{1}{5}\ mV^2$

Again, $\frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{5}mV^2 = 137.2 \Rightarrow V = 9.89$ms^(-1)

$\therefore$ কৌণিক গতিশক্তি $= \frac{1}{5}mV^2 = \frac{1}{5} \times 2 \times (9.89)^2 = 39.2$ Joules

(ANS)

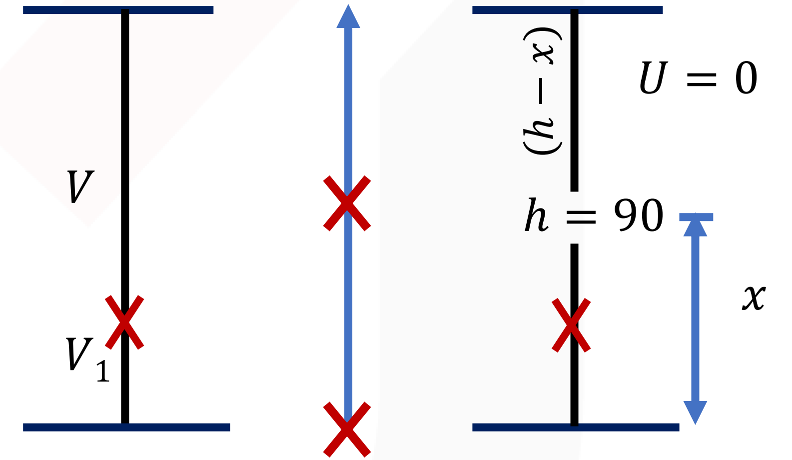
শক্তির সংরক্ষণশীলতা নীতি (গাণিতিক সমস্যা)

3. 90 ফুট উচ্চতা হতে একটি বস্তুকে পতিত হতে দেওয়া হল। কোথায় এর গতিশক্তি স্থিতি শক্তির অর্ধেক হবে? [KUET'04-05]

সমাধানঃ

ধরি, X উচ্চতায় $\frac{1}{2}P.E = K.E$ হবে।

X উচ্চতায় $P.E =$ mgx এবং $K.E = \frac{1}{2}m.2g(h-x) = mg(h-x)$ $[v^2 = u^2 + 2g(h-x)$



শক্তির সংরক্ষণশীলতা নীতি (গাণিতিক সমস্যা)

3. 90 ফুট উচ্চতা হতে একটি বস্তুকে পতিত হতে দেওয়া হল। কোথায় এর গতিশক্তি স্থিতি শক্তির অর্ধেক হবে? **[KUET'04-05]**

সমাধানঃ

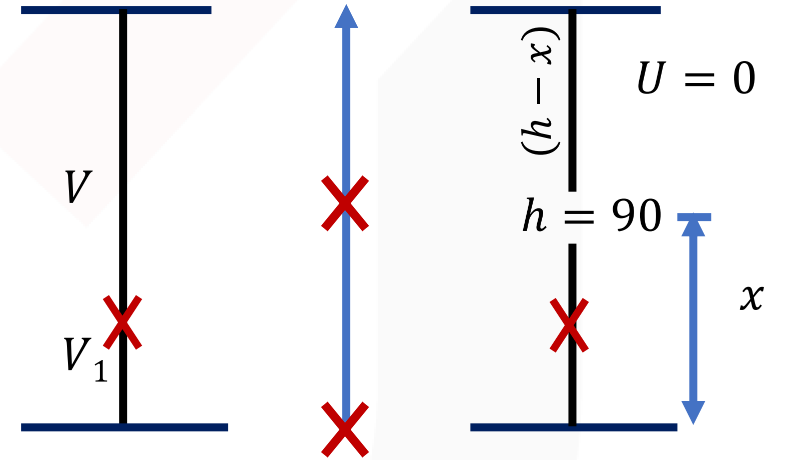
ধরি, X উচ্চতায় $\frac{1}{2}P.E = K.E$ হবে।

এখন, $\frac{1}{2}mgx = mg(h-x)$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}x = (h-x) \Rightarrow \frac{3}{2}x = h$$

$$\therefore x = \frac{2}{3}h = 60ft$$

(ANS)



শক্তির সংরক্ষণশীলতা নীতি (গাণিতিক সমস্যা)

4. $6kg$ ভর ও $3.2\ m$ ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বেলন $38rads^{-1}$ কৌণিক বেগে গড়াতে থাকলে গতিশক্তি কত হবে?

সমাধানঃ

মোট গতিশক্তি = ঘূর্ণন শক্তি + রৈখিক গতিশক্তি

$$= \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}mr^2 \times \omega^2 + \frac{1}{2}m(\omega r)^2$$

[∴ বেলনের নিজ অক্ষের সাপেক্ষে $I = \frac{1}{2}mr^2$ এবং রৈখিক বেগ, $v = \omega r$]

$$= \frac{3}{4}mr^2\omega^2 = \frac{3}{4} \times 6 \times (3.22)^2 \times (38)^2$$

$$= 66539.52\ J$$

(ANS)

শক্তির সংরক্ষণশীলতা নীতি (গাণিতিক সমস্যা)

5. একটি খেলনা বন্দুককে সংকুচিত করে 8×10^{-3} kg ভরের একটি পাথর ছোড়া হলো। গুলি ছোড়ার পূর্বে বন্দুকের স্প্রীংটিকে $6 \times 10^{-2}\, m$ সংকুচিত করে পাথরটিকে স্প্রীংয়ের সংস্পর্শে রেখে পরেই স্প্রীং যুক্ত করে পাথর ছোড়া হলো স্প্রীং যখন সাম্যবস্থায় পৌঁছে তখন পাথরটির বেগ কতো? [স্প্রিং ধ্রুবক $= 320\, Nm^{-1}$]

ব্যাখ্যাঃ

এখানে গুলি ছোড়ার পূর্বে বন্দুকের স্প্রিংটি সংকুচিত করায় স্প্রিংটিরর সরণের মান হবে ঋণাত্মক। যেহেতু গুলি ছোড়াড় পূর্বে আদিবেগ শুণ্য সেহেতু গুলি ছোড়ার পূর্বে গলির গতিবেগ শূণ্য হবে; তাই গুলি ছোড়াড় পূর্বে কেবল স্প্রিং এর শক্তি বিদ্যমান। আবার গুলি ছোড়াড় পর স্প্রিংটি সাম্যবস্থায় পৌঁছালে তখন এর সরণ হবে শূণ্য; তাই তখন কেবল গুলির গতিশক্তি বিদ্যমান থাকবে। শক্তির সংরক্ষণশীলতার নীতি হতে বলা যায় গুলি ছোড়ার পূর্বে মোট শক্তি এবং গুলি ছোড়ার পরে মোট শক্তির সমান।

শক্তির সংরক্ষণশীলতা নীতি (গাণিতিক সমস্যা)

5. একটি খেলনা বন্দুককে সংকুচিত করে 8×10^{-3} kg ভরের একটি পাথর ছোড়া হলো। গুলি ছোড়ার পূর্বে বন্দুকের স্প্রীংটিকে $6 \times 10^{-2}\, m$ সংকুচিত করে পাথরটিকে স্প্রীংয়ের সংস্পর্শে রেখে পরেই স্প্রীং যুক্ত করে পাথর ছোড়া হলো স্প্রীং যখন সাম্যবস্থায় পৌঁছে তখন পাথরটির বেগ কতো? [স্প্রিং ধ্রুবক $= 320\ Nm^{-1}$]

সমাধানঃ পাথরটির উপর স্প্রিং কর্তৃক প্রযুক্ত বল, $F = -kx$

গুলি ছোড়ার পূর্বে X_1 হল ঋণাত্মক, $X_1 = (-6 \times 10^{-2}\ m)$

আদিশক্তি হল $E^1 = \frac{1}{2} m{v_1}^2 + \frac{1}{2} k{x_1}^2$

$$= 0 + \frac{1}{2} k{x_1}^2$$

শক্তির সংরক্ষণশীলতা নীতি (গাণিতিক সমস্যা)

5. একটি খেলনা বন্দুককে সংকুচিত করে 8×10^{-3} kg ভরের একটি পাথর ছোড়া হলো। গুলি ছোড়ার পূর্বে বন্দুকের স্প্রীংটিকে $6 \times 10^{-2}\, m$ সংকুচিত করে পাথরটিকে স্প্রীংয়ের সংস্পর্শে রেখে পরেই স্প্রীং যুক্ত করে পাথর ছোড়া হলো স্প্রীং যখন সাম্যবস্থায় পৌঁছে তখন পাথরটির বেগ কতো? [স্প্রিং ধ্রুবক $= 320\ Nm^{-1}$]

সমাধানঃ স্প্রিং যখন সাম্যাবস্থায় পৌঁছে তখন মোট শক্তি $E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx_2^2 \quad = \frac{1}{2}mv_2^2 + 0 = \frac{1}{2}mv_2^2$

$$\therefore \frac{1}{2}mv_2^2 = kx_1^2$$

$$\Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{k}{m}x_1^2}$$

$$= \sqrt{\frac{320 \times (-6 \times 10^{-2})^2}{8 \times 10^{-3}}}$$

$$= 12\ \text{m}s^{-1}$$

রকেটের গতি

❖ রকেটের ঊর্ধ্বমুখী ধাক্কা $F = V_r \frac{dm}{dt}$

❖ নিক্ষেপের সময় রকেটের উপর প্রযুক্ত লব্ধি বল $F_{net} = M\frac{dv}{dt} = v_r\frac{dm}{dt} - Mg$

❖ জ্বালানী শেষ হওয়ার সময় লব্ধি বল $= v_r\frac{dm}{dt} - M'g$

[M = রকেটের মোট ভর – জ্বালানী বাদে রকেটের ভর]

❖ $a = \frac{F}{M} = \frac{V_r}{M}(\frac{dm}{dt})$

রকেটের গতি

❖ যেকোন মুহূর্তে রকেটের বেগ, V= $V_0 + V_r \, In \, \frac{M}{M'} - gt, t = \frac{\text{জ্বালানীর মোট ভর}}{\text{প্রতি সেকেন্ডে ব্যবহৃত জ্বালানী}}$

❖ [v_0 = রকেটের আদিবেগ,

❖ v_r = নির্গত গ্যাসের নিম্নমুখী বেগ (রকেটের সাপেক্ষে),

❖ t = অতিক্রান্ত সময়,

❖ M = জ্বালানীসহ রকেটের আদি ভর,

❖ M' = t সময় পর রকেটের ভর = $M - \left(\frac{dm}{dt}\right) t$]

গাণিতিক সমস্যা

1. $10,000\,kg$ জ্বালানিসহ একটি রকেটের ভর $15,000\,kg$. রকেটের জ্বালানি $200\,\frac{kg}{sec}$ হারে পুড়ে এবং গ্যাস $200\,\frac{m}{sec}$ বেগে নির্গত হয়। রকেটের ওপরের দিকে ধাক্কা কত? [BUTex'18-19]

ব্যাখ্যা :

রকেটটি উড্ডয়ন এর সময় যেহেতু অভিকর্ষ বলের বিপরীতে কাজ করে সেহেতু রকেটের ওপরের দিকে ধাক্কা নির্ণয়ের জন্য রকেটটি হতে জ্বালানী নির্গমনের বেগ ও রকেট কতৃক জ্বালানি ব্যবহারের হার এর গুণফল হতে জ্বালানীসহ রকেটের ভর ও। অভিকর্ষজ ত্বরণের মান বাদ দিতে হবে।

গাণিতিক সমস্যা

1. $10,000\,kg$ জ্বালানিসহ একটি রকেটের ভর $15,000\,kg$. রকেটের জ্বালানি $200\,\frac{kg}{sec}$ হারে পুড়ে এবং গ্যাস $200\,\frac{m}{sec}$ বেগে নির্গত হয়। রকেটের ওপরের দিকে ধাক্কা কত? [BUTex'18-19]

সমাধানঃ

$$F = v_r \frac{dm}{dt} - Mg$$

$$\Longrightarrow F = 2000\ x\ 200 - (15,000)\ x\ 9.8$$

$$\Longrightarrow F = 25.3\ x\ 10^4 N$$

(ANS)

গাণিতিক সমস্যা

2. মহাকাশে অবস্থিত একটি শাটল মহাকাশযানের ভর $3000\ kg$ এবং জ্বালানির ভর $50\ kg$। জ্বালানি $15\ kg/s$ হারে ব্যবহৃত হলে এবং $150\ m/s$ সুষম দ্রুতিতে নির্গত হলে শাটল যানের উপর ধাক্কা নির্ণয় কর। [BUTex'08-09]

সমাধানঃ

$$F = \left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)V = 15kg^{-1} \times 150ms^{-1} = 2250Kgms^{-2} = 2250\ \mathrm{N}$$

(ANS)

গাণিতিক সমস্যা

3. একটি রকেট তার উড্ডয়নের প্রথম সেকেন্ডে তার ভরের $1/60$ ভাগ হারায়। রকেট হতে গ্যাস $2400\ m/s$ বেগে বের করে দেয়। রকেটের ত্বরণ কত হবে?

সমাধানঃ দেওয়া আছে,

$$dm = \frac{M}{60}$$

সময়, $dt = 1s$

গ্যাসের বেগ, $v = 2400\ ms^{-1}$

বের করতে হবে, ত্বরণ, $a = ?$

গাণিতিক সমস্যা

3. একটি রকেট তার উড্ডয়নের প্রথম সেকেন্ডে তার ভরের $1/60$ ভাগ হারায়। রকেট হতে গ্যাস $2400\ m/s$ বেগে বের করে দেয়। রকেটের ত্বরণ কত হবে?

সমাধানঃ মনে করি, রকেটের ভর $= M$

এখন,

$$a = \frac{v}{M} \times \frac{dm}{dt} - g$$

$$= \frac{2400}{M} \times \frac{M}{60} - 9.8$$

$$= 30.2 ms^{-2}$$

(Ans)

গাণিতিক সমস্যা

4. উৎক্ষেপণের পূর্বে একটি রকেট ও তার জ্বালানির ভর 1860 kg. রকেটের সাপেক্ষে জ্বালানী 2500 m/s বেগে নির্গত হলে এবং জ্বালানী 8.2 kg/s হারে ব্যয়িত হলে রকেটের ওপর ধাক্কা নির্ণয় কর।

সমাধানঃ দেওয়া আছে,

জ্বালানি খরচের হার, $\frac{dm}{dt} = 8.2kg\ s^{-1}$

উৎক্ষেপণ বেগ, $v = 2.5 \times 10^3\ ms^{-1}$

বের করতে হবে ধাক্কা, $F\ = ?$

গাণিতিক সমস্যা

4. উৎক্ষেপণের পূর্বে একটি রকেট ও তার জ্বালানির ভর $1860\ kg$. রকেটের সাপেক্ষে জ্বালানী $2500\ m/s$ বেগে নির্গত হলে এবং জ্বালানী $8.2\ kg/s$ হারে ব্যয়িত হলে রকেটের ওপর ধাক্কা নির্ণয় কর।

সমাধানঃ এখন,

$$F = v\frac{dm}{dt}$$

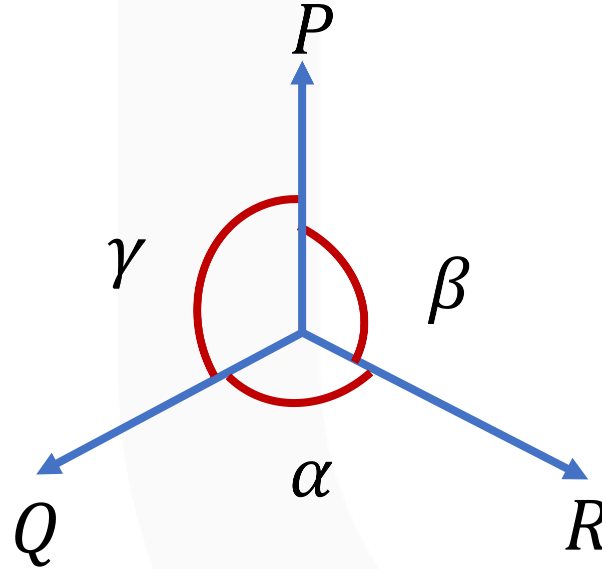
$$= 2.5 \times 10^3 ms^{-1} \times 8.2\ kg\ s^{-1}$$

$$= 20500\ N$$ **(Ans)**

বলের সাম্যাবস্থা

দুই বা ততোধিক বল একই সময়ে কোন বস্তুর ওপর ক্রিয়ার ফলে বস্তুটি যদি স্থির থাকে অর্থাৎ বস্তুর ওপর প্রযুক্ত বলের লব্ধি শূন্য হয় তবে তাকে বলের সাম্যবস্থা বলে।

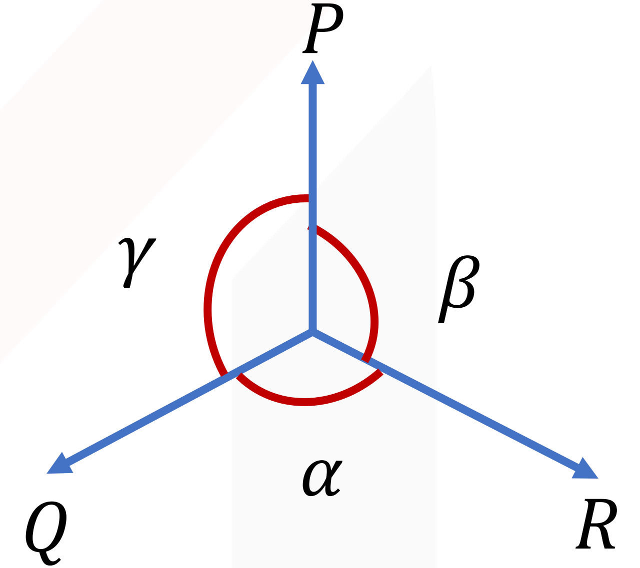
তিনটি বলের সাম্যাবস্থার ক্ষেত্রে লামির উপপাদ্য :



বলের সাম্যাবস্থা

তিনটি বলের সাম্যাবস্থার ক্ষেত্রে লামির উপপাদ্য :

$$\frac{p}{\sin\alpha} = \frac{Q}{\sin\beta} = \frac{r}{\sin\gamma}$$



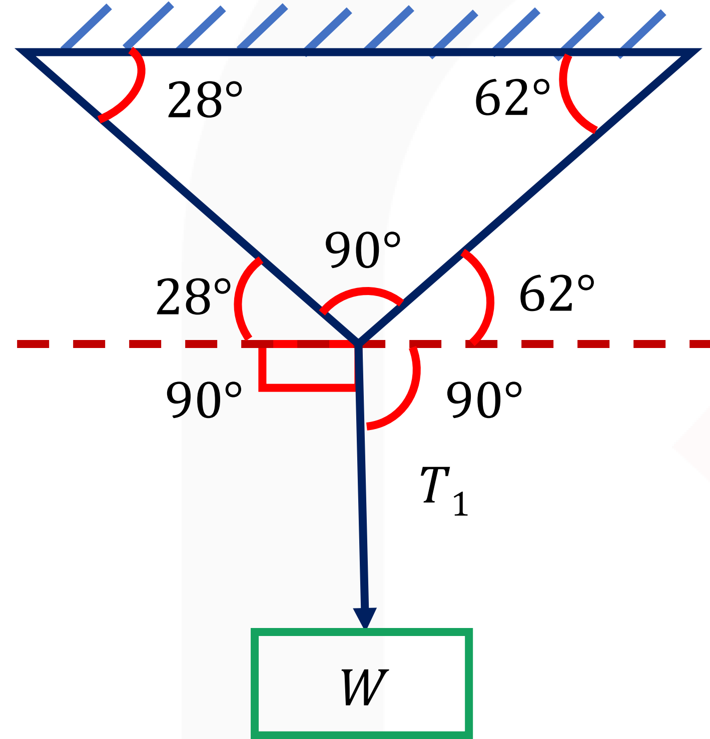
তিনটি বলের সাম্যাবস্থায় থাকলে এদের লব্ধি শূণ্য।

অর্থাৎ অক্ষত্রয় বরাবর এদের উপাংশসমূহের লব্ধিও শূণ্য।

$$\sum F_x = 0, \sum F_y = 0, \sum F_z = 0$$

গাণিতিক সমস্যা

1.



চিত্রে ওজনের একটি বস্তুকে তিনটি রশ্মি দ্বারা বিন্দুতে গিট দিয়ে ঝুলিয়ে রাখা হয়েছে। ওজন নগণ্য বিবেচনা করা গেলে রাশিগুলোর টান এর পরিমাণ কী হবে?

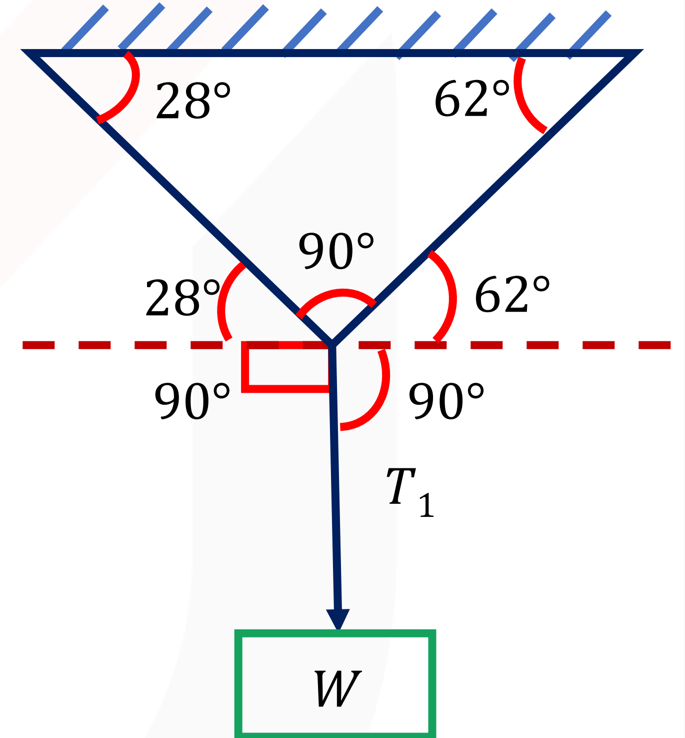
গাণিতিক সমস্যা

1. চিত্রে ওজনের একটি বস্তুকে তিনটি রশ্মি দ্বারা বিন্দুতে গিট দিয়ে ঝুলিয়ে রাখা হয়েছে। ওজন নগণ্য বিবেচনা করা গেলে রাশিগুলোর টান এর পরিমাণ কী হবে?

সমাধানঃ লামির উপপাদ্য প্রয়োগে করে পাই,

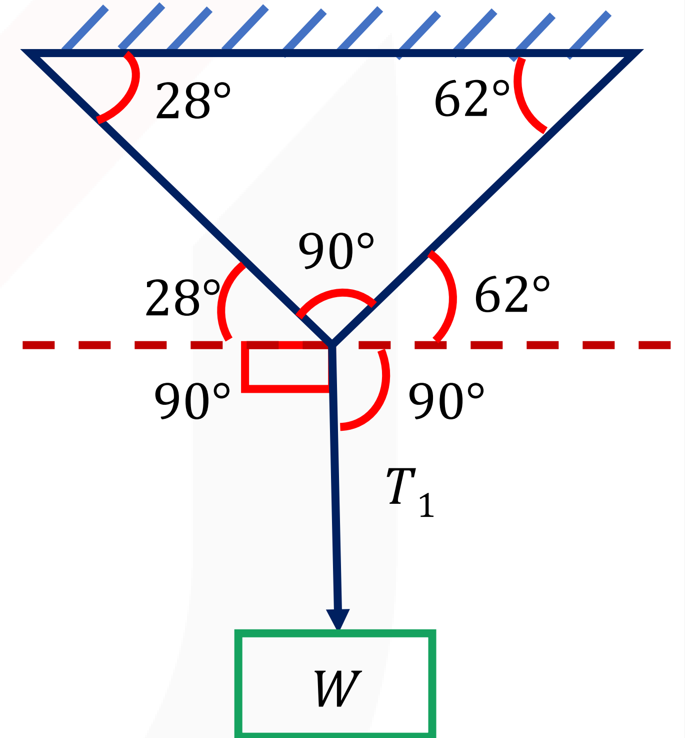
$$\frac{T_1}{\sin 90^\circ} = \frac{T_2}{\sin(90^\circ + 62^\circ)} = \frac{T_3}{\sin(90^\circ + 28^\circ)}$$

Or, $T_1 = \frac{T_2}{\sin\ 152^\circ} = \frac{T_3}{\sin\ 118^\circ}$



গাণিতিক সমস্যা

1. চিত্রে ওজনের একটি বস্তুকে তিনটি রশ্মি দ্বারা বিন্দুতে গিট দিয়ে ঝুলিয়ে রাখা হয়েছে। ওজন নগণ্য বিবেচনা করা গেলে রাশিগুলোর টান এর পরিমাণ কী হবে?



সমাধানঃ

এখন, $T_1 = W$

$$\therefore T_1 = \frac{T_2}{\sin 152^\circ}$$

Or, $W = \frac{T_2}{0.469}$

$$\therefore T_2 = 0.469W$$

গাণিতিক সমস্যা

1. চিত্রে ওজনের একটি বস্তুকে তিনটি রশ্মি দ্বারা বিন্দুতে গিট দিয়ে ঝুলিয়ে রাখা হয়েছে। ওজন নগণ্য বিবেচনা করা গেলে রাশিগুলোর টান এর পরিমাণ কী হবে?

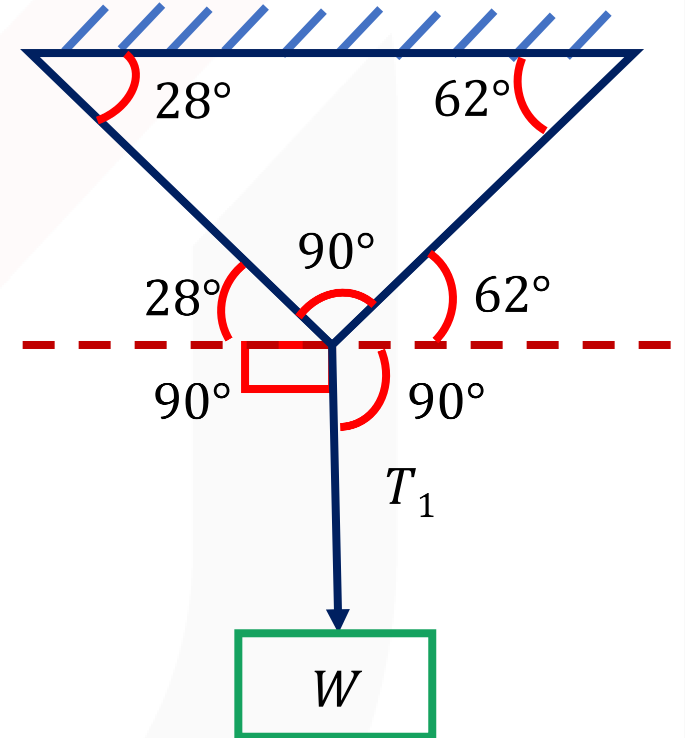
সমাধানঃ আবার,

$$T_1 = \frac{T_3}{\sin\ 118°}$$

$$\text{Or, } W = \frac{T_3}{0.883}$$

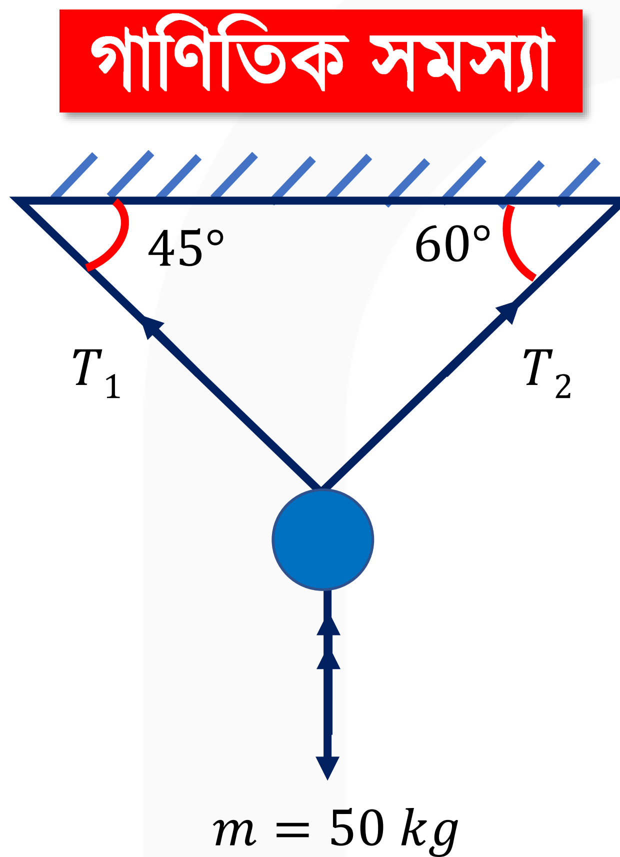
$$\therefore\ T_2 = 0.883\ W$$

(Ans)



গাণিতিক সমস্যা

2.



T_1 =? T_2 =?

[BUET'15-16]

গাণিতিক সমস্যা

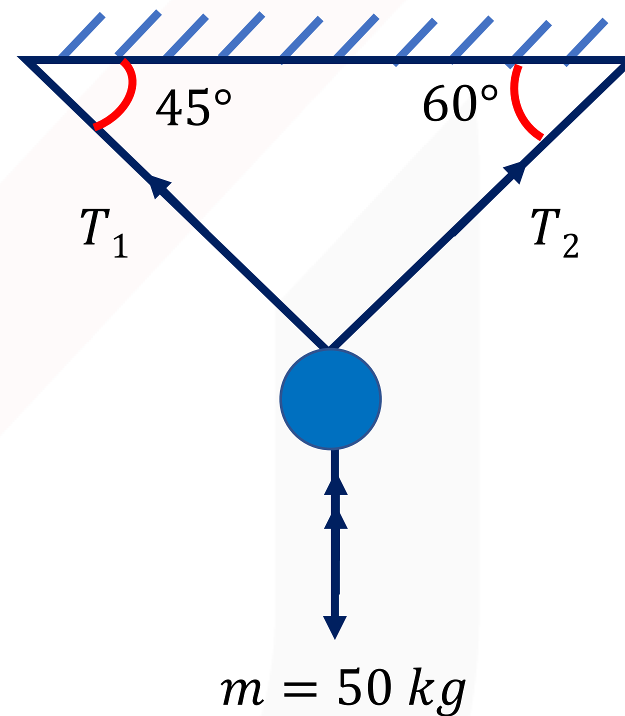
2. $T_1 = ?$ $T_2 = ?$

সমাধানঃ

$$F = mg$$

$$= (50\ x\ 9.8)$$

$$= 490\ N$$



গাণিতিক সমস্যা

2. $T_1 = ?$ $T_2 = ?$

সমাধানঃ লামির উপপাদ্য প্রয়োগে করে পাই,

$$\frac{F}{\sin 75°} = \frac{T_2}{\sin 135°} = \frac{T_1}{\sin 150°}$$

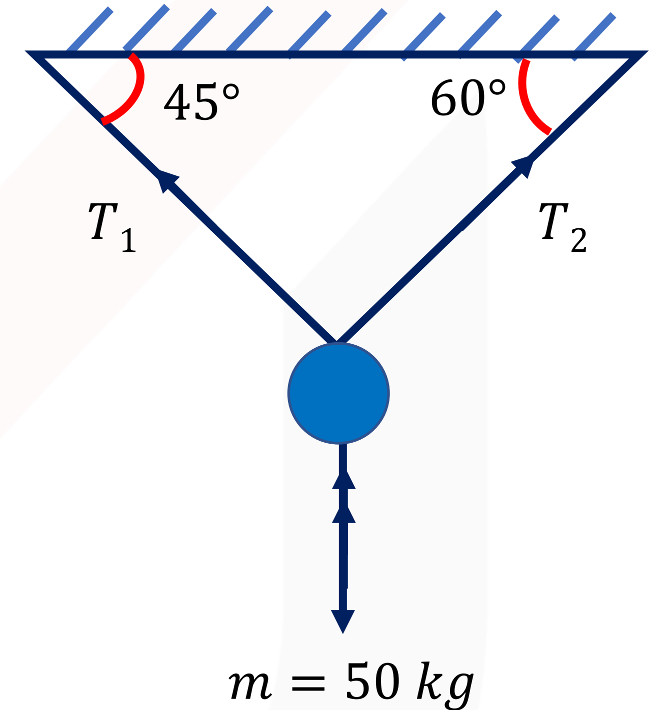
$$\therefore T_2 = \left(\frac{490}{\sin 75°} \times \sin 135°\right) \text{N}$$

$$= 358.7 \text{ N}$$

$$\therefore T_1 = \left(\frac{490}{\sin 75°} \times \sin 150°\right) \text{N}$$

$$= 253.64 \text{ N}$$

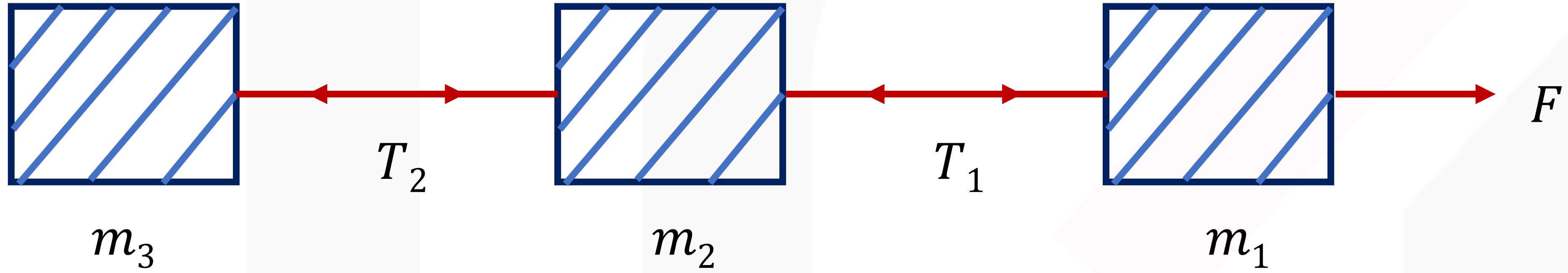
(Ans)



সংযুক্ত বস্তু সংক্রান্ত সমস্যা

গাণিতিক সমস্যা

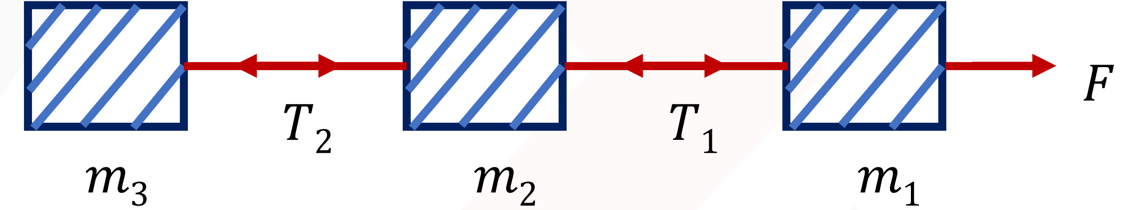
1.



চিত্রের ব্লক তিনটি অনমনীয় সুতা দ্বারা যুক্ত। F বলে m_1 ভরের ব্লককে টানা হলে সিস্টেমের ত্বরণ কত?

সংযুক্ত বস্তু সংক্রান্ত সমস্যা

1. চিত্রের ব্লক তিনটি অনমনীয় সুতা দ্বারা যুক্ত। F বলে m_1 ভরের ব্লককে টানা হলে সিস্টেমের ত্বরণ কত?



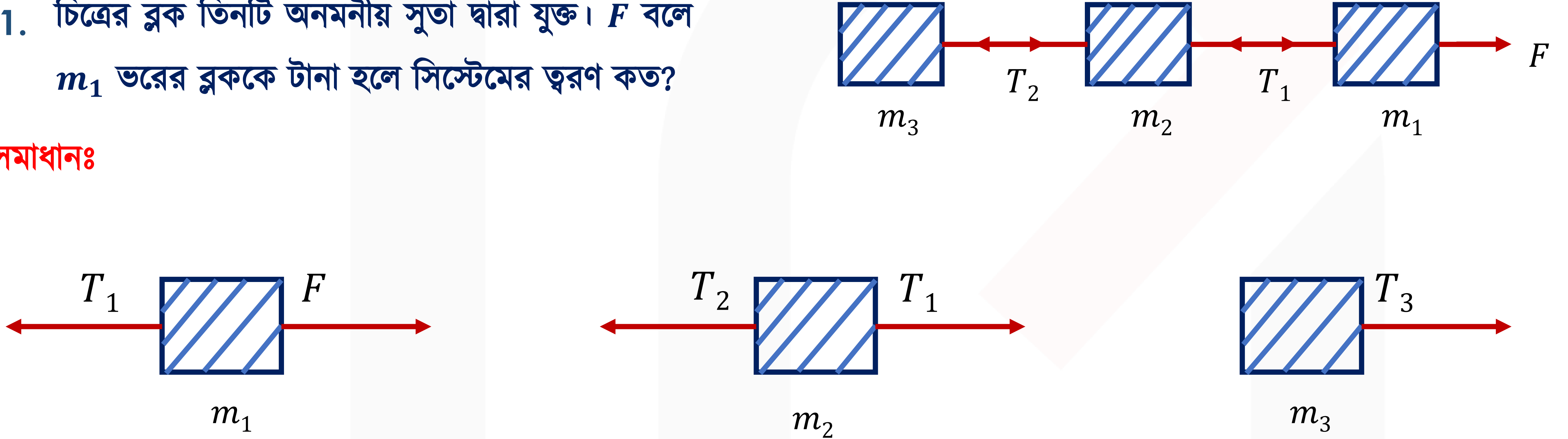
সমাধানঃ

একাধিক বস্তু যখন অনমনীয় সুতা বা রশি দ্বারা সংযুক্ত থাকে, তখন সুতা বা রশির সর্বত্র টান বল সমান থাকে। আর প্রতিটি বস্তুর ত্বরণ ও বেগ সমান হবে কারণ সংযুক্ত বস্তুগুলো একটি সামগ্রিক সিস্টেম তৈরি করেছে।

সংযুক্ত বস্তু সংক্রান্ত সমস্যা

1. চিত্রের ব্লক তিনটি অনমনীয় সুতা দ্বারা যুক্ত। F বলে m_1 ভরের ব্লককে টানা হলে সিস্টেমের ত্বরণ কত?

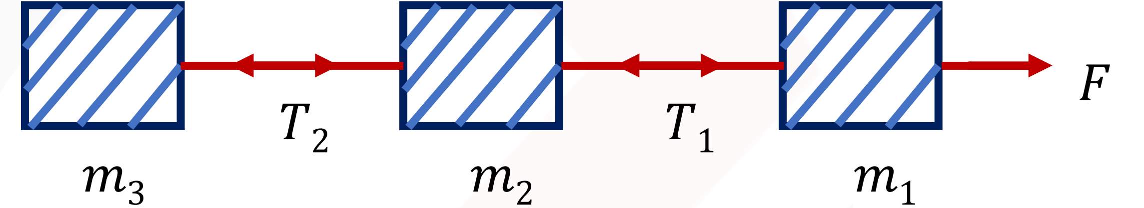
সমাধানঃ



সংযুক্ত বস্তুর অংকের ক্ষেত্রে প্রতিটি বস্তুর জন্য আলাদা করে **Free body diagram** এঁকে নিলে বুঝতে সহজ হয়।

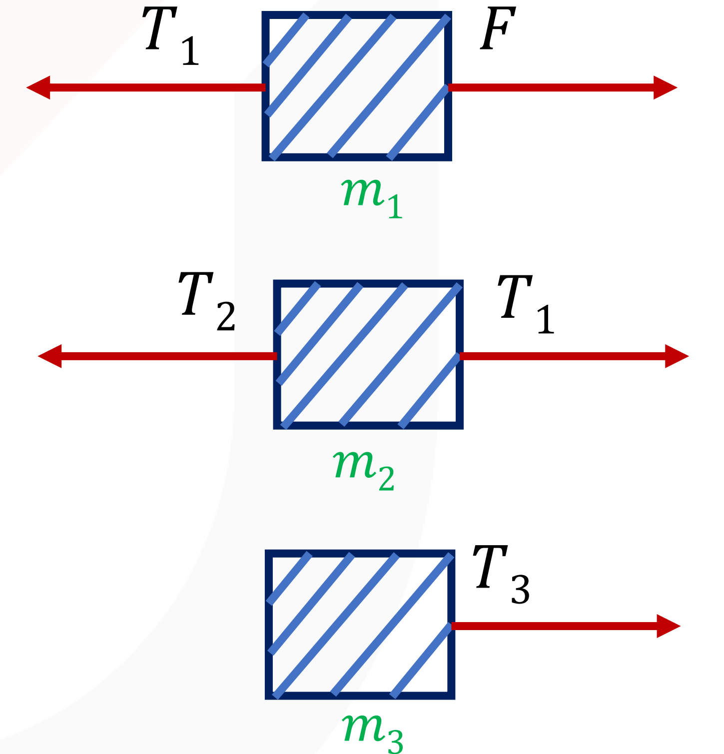
সংযুক্ত বস্তু সংক্রান্ত সমস্যা

1. চিত্রের ব্লক তিনটি অনমনীয় সুতা দ্বারা যুক্ত। F বলে m_1 ভরের ব্লককে টানা হলে সিস্টেমের ত্বরণ কত?



সমাধানঃ

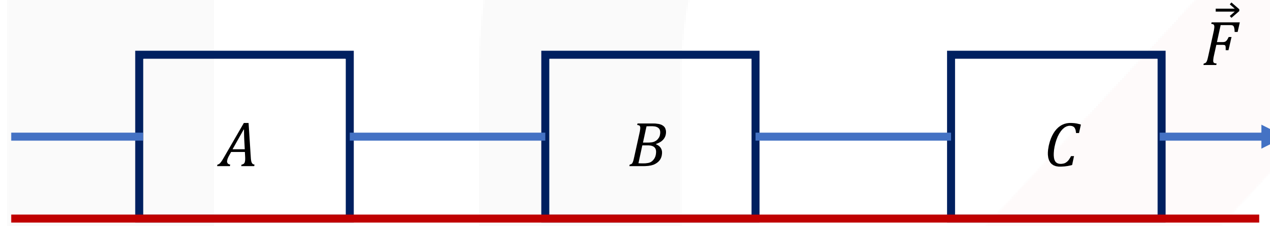
সংযুক্ত বস্তুর ত্বরণ নির্ণয় এর ক্ষেত্রে নিউটনের তৃতীয় সূত্র আমাদের কাজে লাগে।



m_1 ব্লকের ওপর প্রযুক্ত F বলের T_1 পরিমাণ অংশ প্রযুক্ত হচ্ছে m_2 ব্লকটির ওপর, কারণ যেহেতু ৩ টি বস্তু একত্রে সংযুক্ত হয়ে একটি সিস্টেম তৈরি করেছে, তাই m_1 বস্তুর ওপর F বল প্রযুক্ত হলেও আসলে তা সমগ্র সিস্টেমের ওপরই প্রভাব ফেলবে। অর্থাৎ m_1 এর ওপর প্রযুক্ত বল গোটা সিস্টেমের ওপর প্রযুক্ত মোট বলের সমান। একইভাবে m_3ব্লকটির ওপর প্রযুক্ত হচ্ছে F বলের T_2পরিমাণ অংশ।

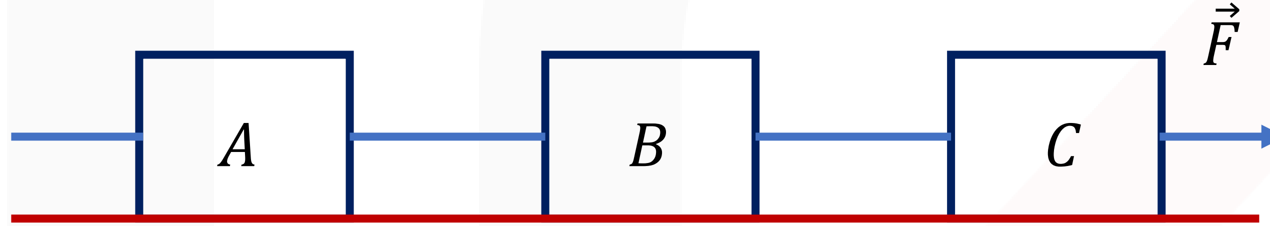
সংযুক্ত বস্তু সংক্রান্ত সমস্যা

সমান ভর বিশিষ্ট তিনটি খন্ড দড়ির দ্বারা চিত্রের প্রদর্শিত রূপে সংযুক্ত।খন্ড বল দ্বারা টানা হলে সম্পূর্ণ ব্যবস্থাটি ত্বরিত হয়। ঘর্ষণ উপেক্ষা করলে খণ্ড ও উপর মোট বল কত?



সংযুক্ত বস্তু সংক্রান্ত সমস্যা

সমান ভর বিশিষ্ট তিনটি খন্ড দড়ির দ্বারা চিত্রের প্রদর্শিত রূপে সংযুক্ত।খন্ড বল দ্বারা টানা হলে সম্পূর্ণ ব্যবস্থাটি ত্বরিত হয়। ঘর্ষণ উপেক্ষা করলে খণ্ড ও উপর মোট বল কত?



$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m+m+m}$$

$$= \frac{\vec{F}}{3m}$$

নীট বল, $\overrightarrow{F_1} = (m + \sin) \times \frac{F}{3m} = \frac{2}{3}\vec{F}$

(Ans)

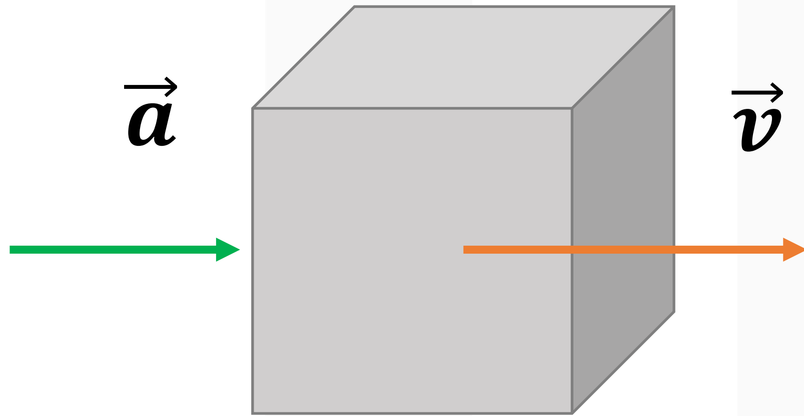
রৈখিক ও কৌণিক রাশিমালা

	রৈখিক	কৌণিক
সরণ	s	θ
বেগ	v	ω
ত্বরণ	a	α

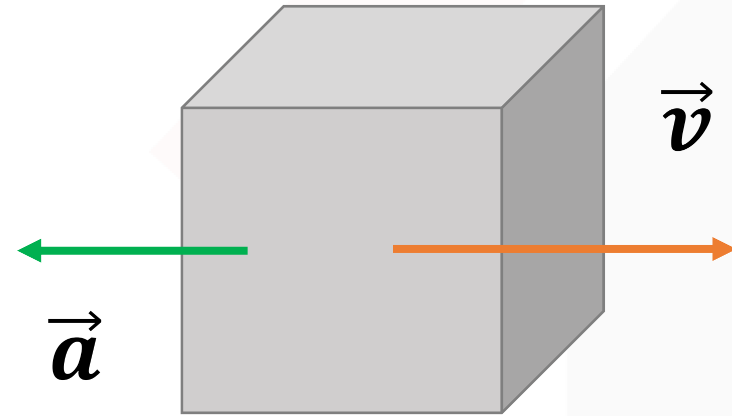


θ
ω
α

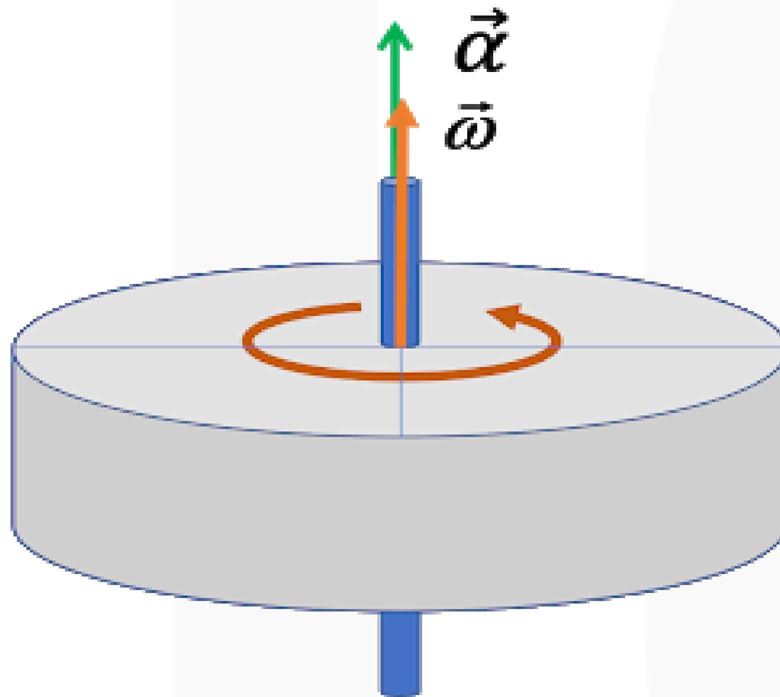
এর দিক কোনদিক?



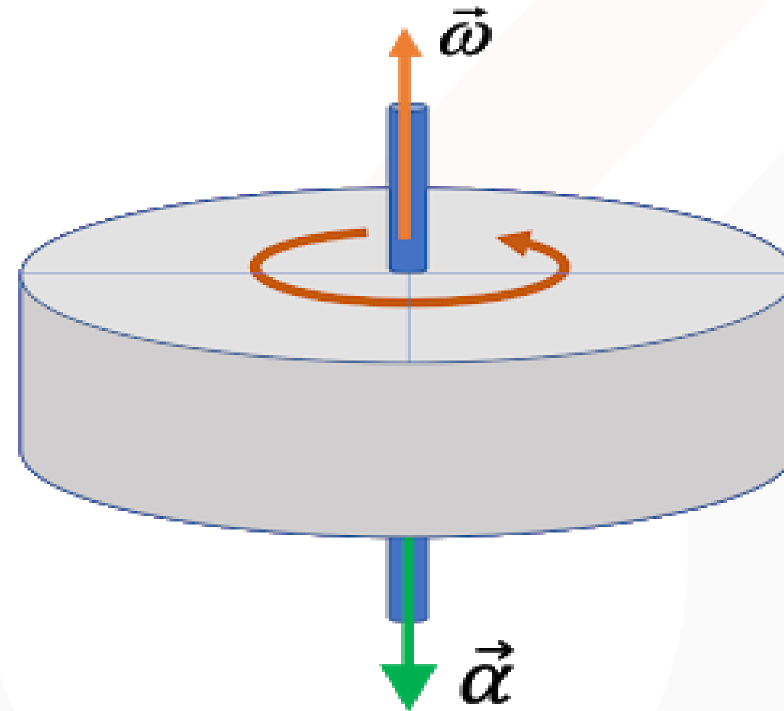
বেগ বাড়বে



বেগ কমবে



ঘূর্ণন বাড়বে

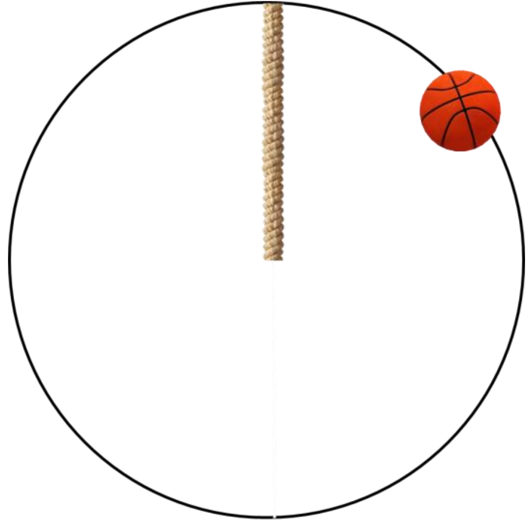


ঘূর্ণন কমবে

DOWNLOAD THE APP

কোনো বস্তু যখন ঘুরতে থাকে তখন

10 MINUTE SCHOOL





কেন্দ্রমুখী বলের যোগান দিচ্ছে রশির টান বল

যদি কেন্দ্রমুখী বল না থাকতো (রশি ছিড়ে যেত)?



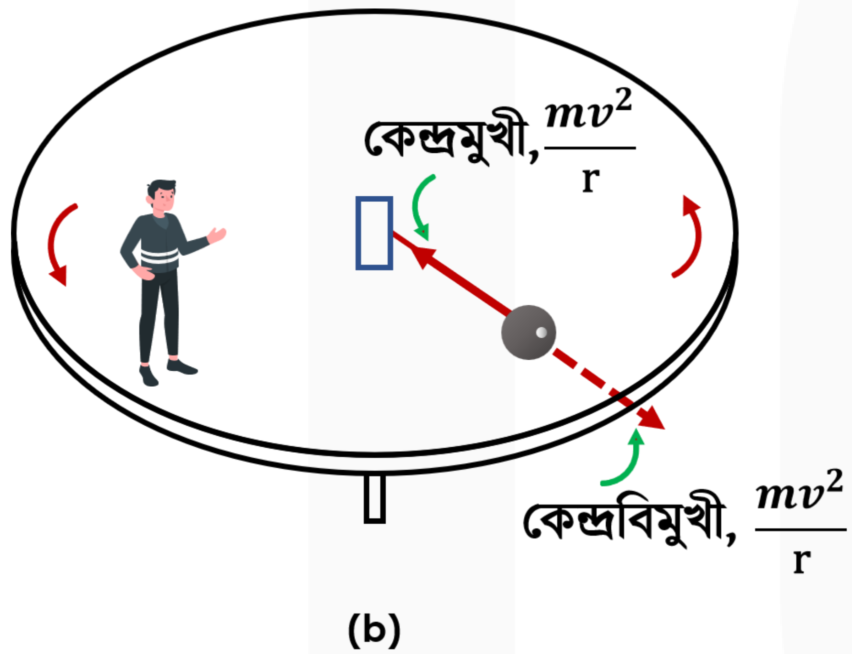
যদি রশি ছিড়ে যায় তবে রৈখিক বেগ v এর কারণে ছিটকে যেত

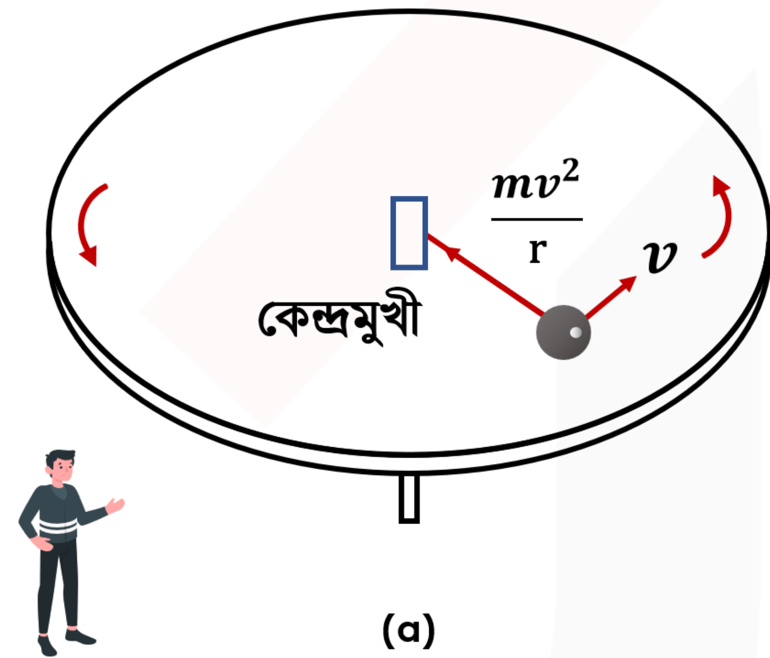
তাহলে রশি থাকলে কিভাবে তা ছিটকে যাওয়া রোধ করে?
Let's see



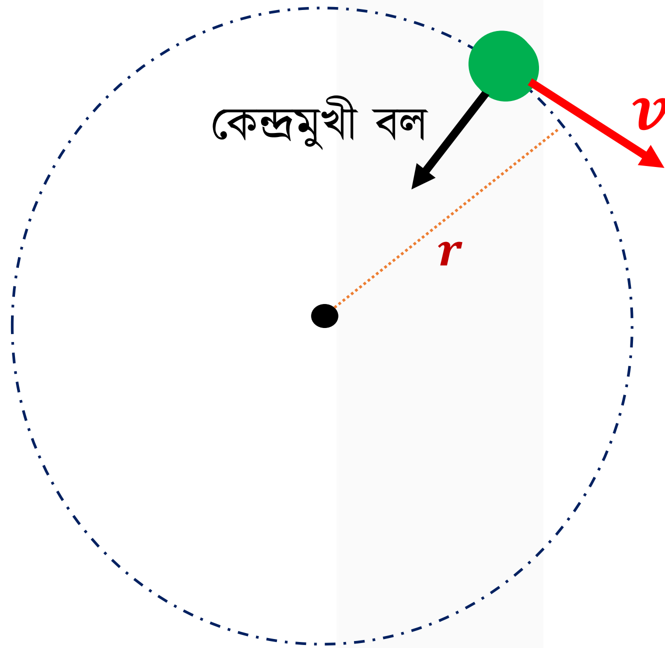





কেন্দ্রমুখী, $\frac{mv^2}{r}$
কেন্দ্রবিমুখী, $\frac{mv^2}{r}$
(b)


$\frac{mv^2}{r}$
কেন্দ্রমুখী
v
(a)

কেন্দ্রমুখী বল ও কেন্দ্রবিমুখী বল



m = ঘূর্ণনশীল বস্তুর ভর

r = যে ব্যাসার্ধ পথে ঘুরছে

v = যে রৈখিক বেগ নিয়ে ঘুরছে

F_C = কেন্দ্রমুখী বা কেন্দ্রবিমুখী বলের মান

যেকোনো ঘূর্ণনশীল বস্তুতে, $F_C = \frac{mv^2}{r}$

রাস্তার বাঁকে সাইকেল বা মোটর সাইকেল আরোহী

Y অক্ষ বরাবর,

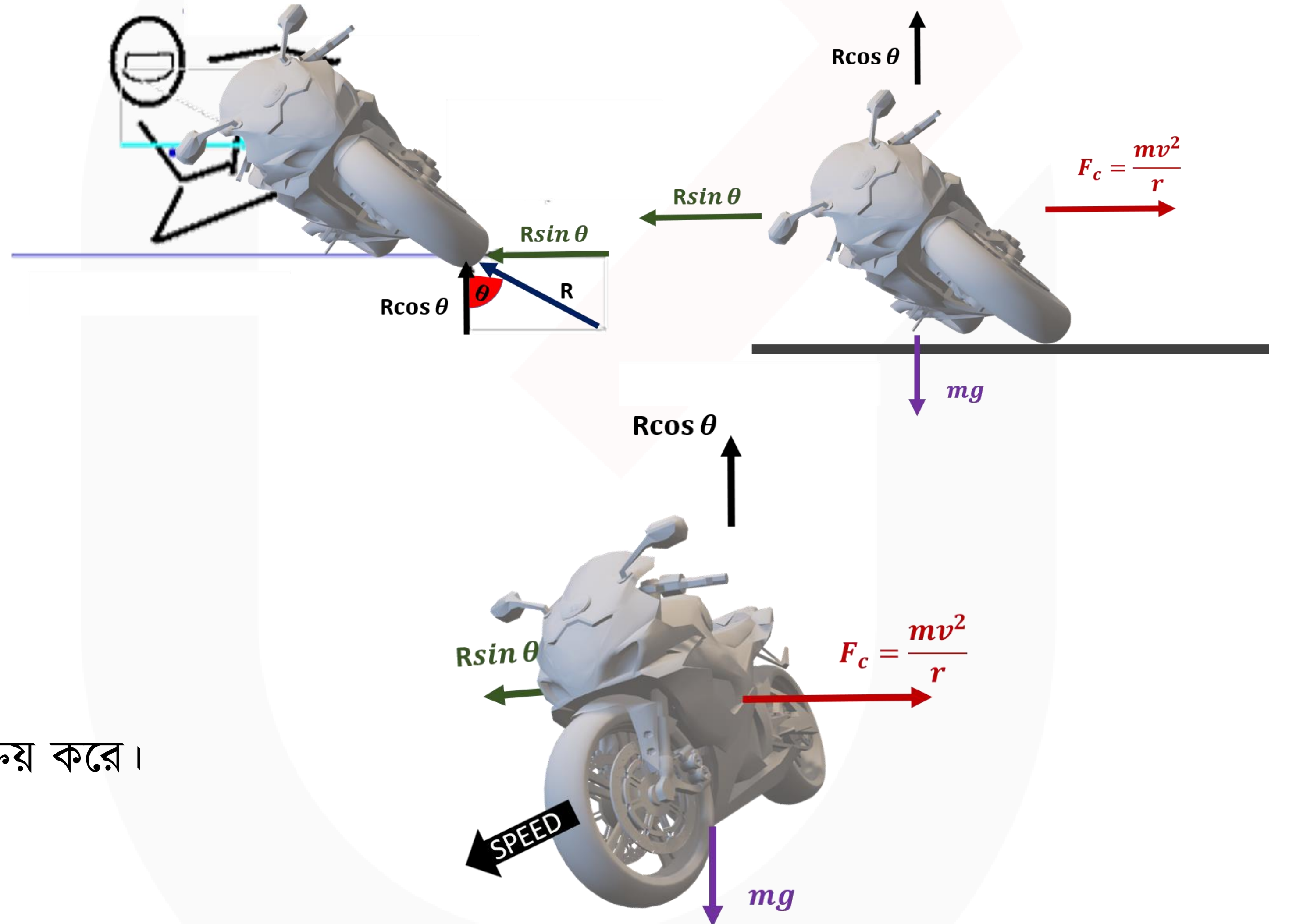
$$R\cos\theta = mg$$

অর্থাৎ **$R\cos\theta$** ওজন কে ধরে রাখে

X অক্ষ বরাবর,

$$R\sin\theta = \frac{mv^2}{r}$$

অর্থাৎ **$R\sin\theta$** কেন্দ্র মুখি বলকে নিষ্ক্রিয় করে।



রাস্তার বাঁকে গাড়ি বা বাস

Y অক্ষ বরাবর,

$$\text{R}\cos\theta = mg$$

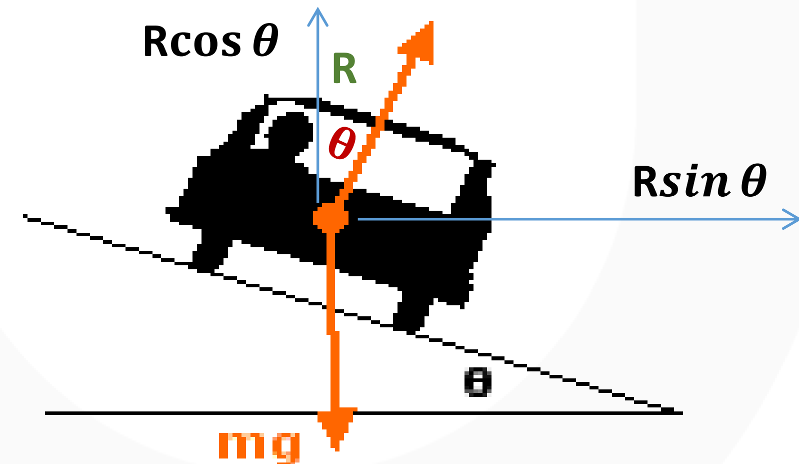
অর্থাৎ **$\text{R}\cos\theta$** ওজনকে ধরে রাখে

গাড়ি যখন বাঁক নেয় তখন এর ও কেন্দ্রবিমুখী বল তাকে ছিটকে দিতে চায়। এই ছিটকে যাওয়া রোধ করতে রাস্তাটাকেই একপাশে উঁচু ও আরেক পাশে নিচু করে তৈরি করা হয় এতে-

X অক্ষ বরাবর,

$$\text{R}\sin\theta = \frac{mv^2}{r}$$

অর্থাৎ **$\text{R}\sin\theta$** কেন্দ্র মুখি বলকে নিষ্ক্রিয় করে।



রাস্তার ব্যাংকিং কোণ

এই θ কোণকেই রাস্তার ব্যাংকিং কোন বলে

θ = উলম্ববের সাথে গাড়ির প্রতিক্রিয়া বলের কোণ = রাস্তার এক পাশ থেকে অন্য পাশ কত কোণে উঁচু

$\text{R}\cos\theta = mg$ ও $\text{R}\sin\theta = \frac{mv^2}{r}$ সমীকরণদ্বয় হতে,

$$\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$$

v=সর্বোচ্চ কত বেগে চালালেও ছিটকে যাবেনা

r=বাঁকের ব্যাসার্ধ

রাস্তার এক পার্শ্ব থেকে অন্যপাশ কতটা উঁচু করে নির্মান করতে হবে?

- এমন একটি রাস্তার বাঁক তৈরি কর যার মধ্যে বাঁক এর ব্যাসার্ধ 90m আর উক্ত বাকে গাড়ির সর্বোচ্চ গতিসীমা 40km/h পর্যন্ত দিতে হবে।রাস্তাটি যেনো 10m প্রশস্ত হয়।

(গ) রাস্তার ব্যাংকিং কোণ কত দিবে?
(ঘ) ঐ রাস্তার এক পার্শ অন্য পার্শ্ব হতে কতটা উঁচু করে তৈরি করবে?

(গ)

$$\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$$

$$\Rightarrow \tan\theta = \frac{(11.11)^2}{(90)(9.8)}$$

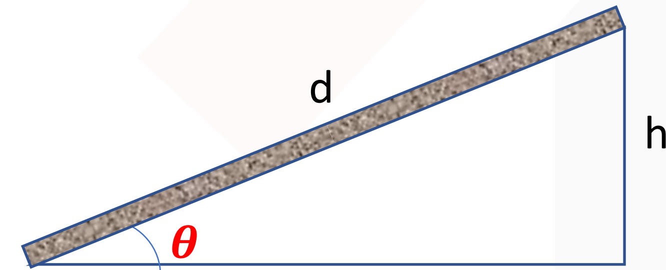
$$\therefore \theta = 7.97°$$

$$v = 40kmh^{-1} = 11.11\,ms^{-1}$$

$$r = 90m$$

$$d = 10m$$

(ঘ)



$$\sin\theta = \frac{h}{d}$$

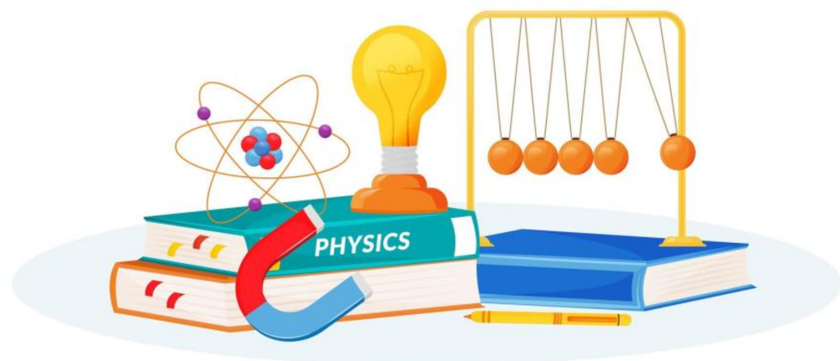
$$\therefore h = 1.39\,m$$





WORK, ENERGY AND POWER

Paper-01, Chapter-05







কাজ (Work)

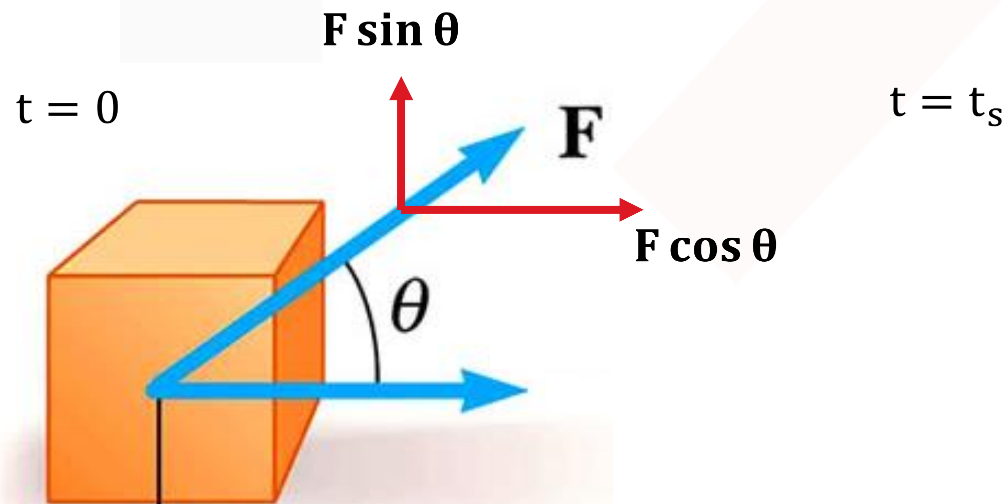
বল প্রয়োগের মাধ্যমে বস্তুর সরণ হলে বল ও বলের দিকে বস্তুর সরণের উপাংশের গুণফলকে কাজ বলে।.

$W = \vec{F}.\vec{s}$

$W = Fs\cos\theta$

বল

সরণ

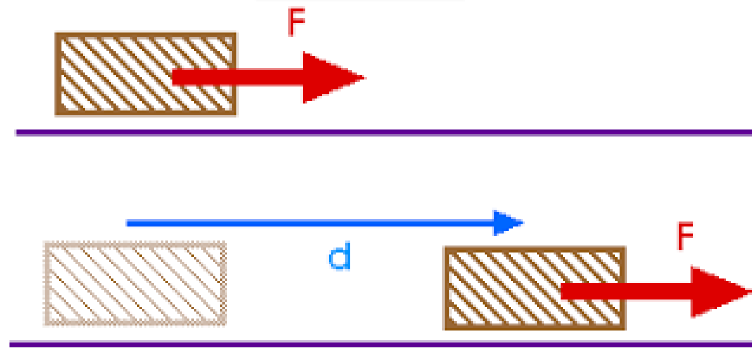


$t = t_s$

কাজ

$F\cos\theta \rightarrow s$

কাজ (Work)

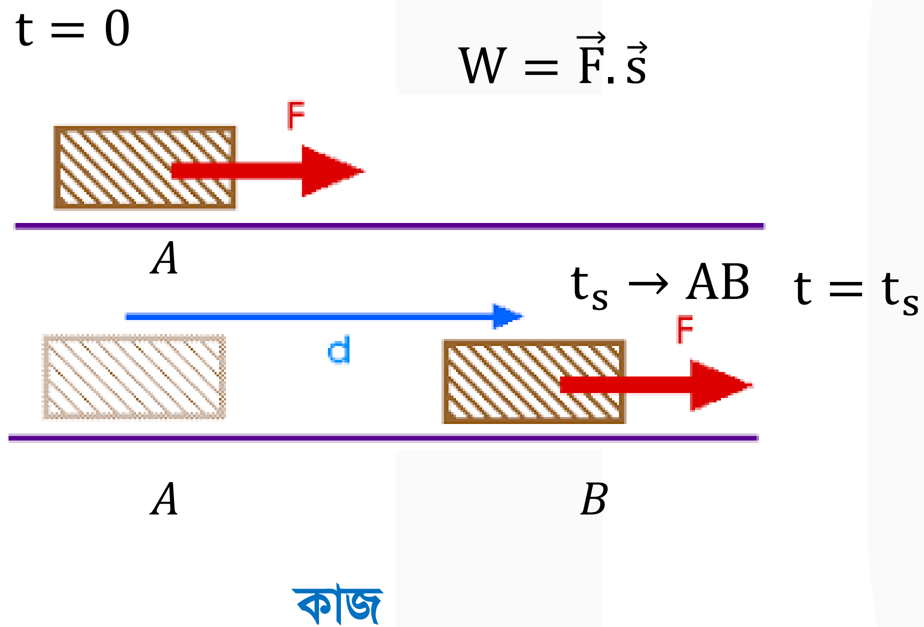


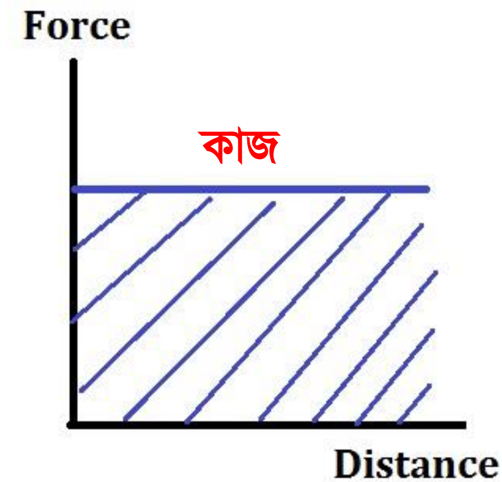
$$W = Fd$$

$$\vec{F} \wedge \vec{s} = 0°$$

$$W = \vec{F}.\vec{s}$$

বলের অভিমুখ এবং সরণের অভিমুখ অভিন্ন





$$W = F \times d$$
$= $ দৈর্ঘ্য $\times$ প্রস্থ
$= $ ক্ষেত্রফল

F Vs x

F বনাম x-এর লেখচিত্র

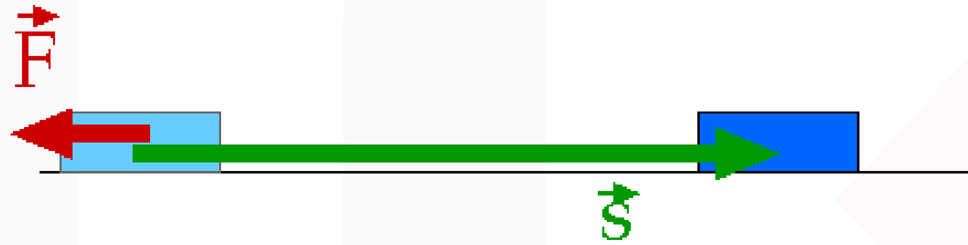
বলের অভিমুখ এবং সরণের অভিমুখ অভিন্ন

ঋণাত্মক কাজ

$$W = \vec{F}.\vec{s}$$

$$= Fs\cos 180°$$

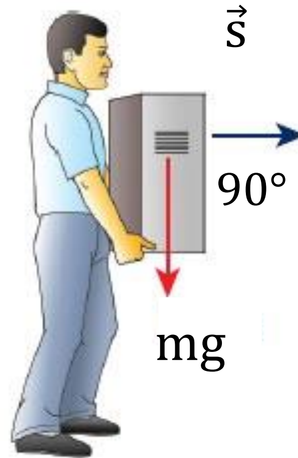
$$W = -Fs$$

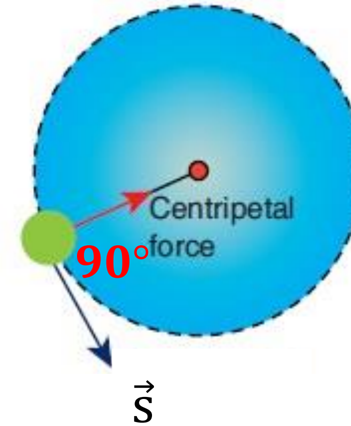


বলের বিরুদ্ধে কাজ

বলের অভিমুখ এবং সরণের লম্ব দিকে







$$W = \vec{F}.\vec{s}$$

$$= Fs\cos 90$$

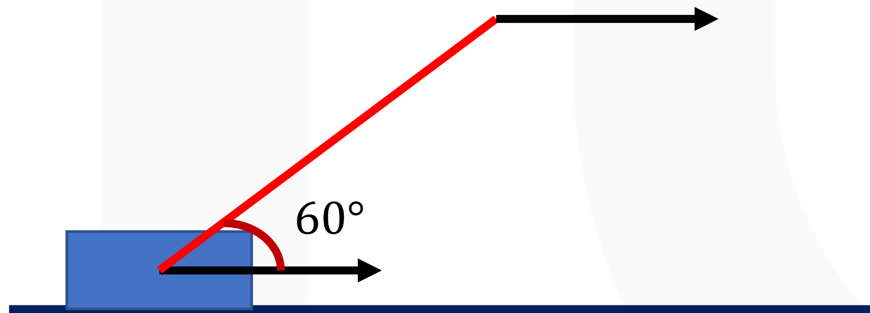
$$W = 0$$

বলের লম্বদিকে কৃতকাজ

গাণিতিক সমস্যা

- **2N বল কোনো নির্দিষ্ট ভরের বস্তুর উপর ক্রিয়া করায় বস্তুটি বলের দিকের সাথে 60^o কোণ উৎপন্ন করে 5m সরে গেল। কাজের পরিমাণ নির্ণয় কর।**

By applying a force of 2N on a certain object, the object is displaced by 5 m making an angle 60° with the force. Calculate the work done.



$F = 2N$

$$W = F.s\cos 60$$

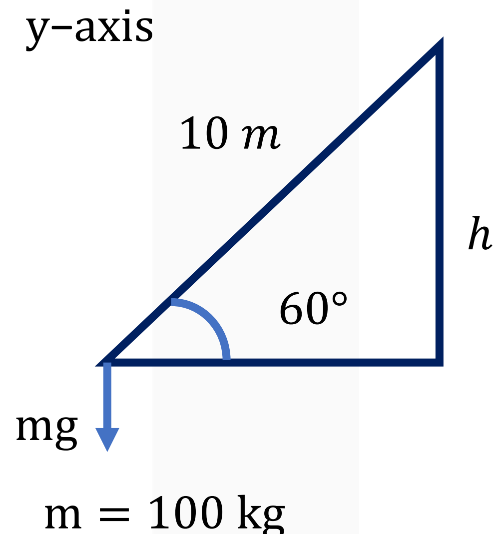
$$= 2 \times 5 \times \frac{1}{2}$$

$$= 5\,J$$

গাণিতিক সমস্যা

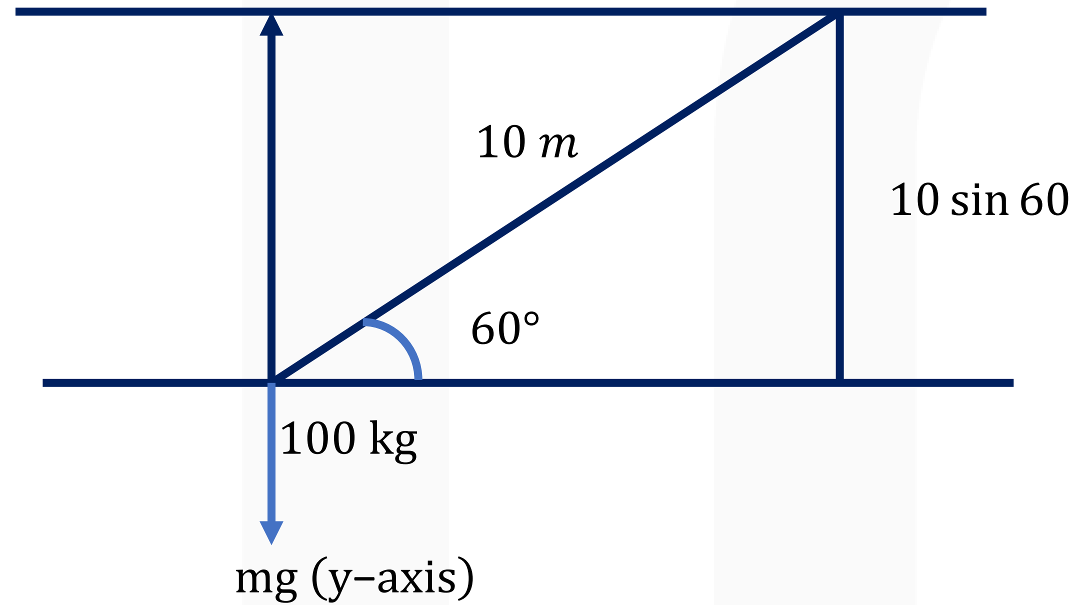
- **80 kg ভরের কোনো ব্যক্তি 20 kg ভরের বস্তু মাথায় নিয়ে 10 m লম্বা মই বেয়ে উপরে উঠলো। মইটি আনুভূমিক তলের সাথে 60° কোণে অবস্থিত থাকলে মইটির উপরে উঠতে ব্যক্তিটি অভিকর্ষ বলের বিরুদ্ধে যে পরিমাণ কাজ করবে তা নির্ণয় কর।** $[g = 10ms^{-2}]$

A person of mass 80 kg climbing a ladder of length 5m with an object of weight 20 kg on his head. The ladder is placed at 60° angle horizontally with the floor, to climb up the ladder what amount of work is done by the person against gravitational force. (g=10 ms/s)



$$W = mg \times h = 100 \times 10 \times 10 \sin 60 = 8660.25\ J$$

Solution

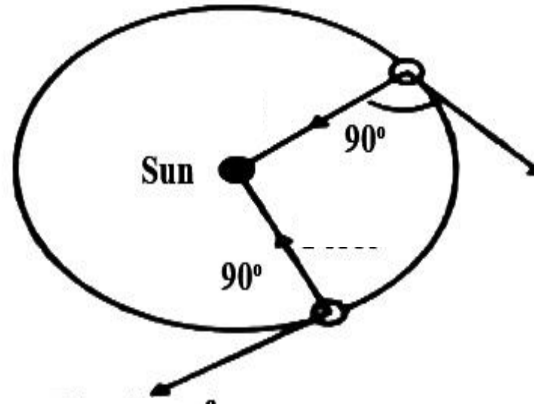


$t = 0$

$$W = F.s$$
$$= mg10\sin 60$$
$$= 100 \times 10 \times 10 \sin 60$$
$$= 8660.25\ J$$

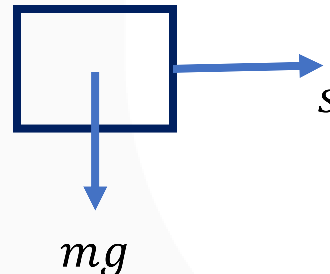
কাজ হওয়া এবং না হয়ার কারন

- পৃথিবী সূর্যের চারদিকে ঘুরছে, যে কোনো মুহূর্তে পৃথিবীর সরণের অভিমুখ ওই বৃত্তচাপের স্পর্শক বরাবর হয়। কিন্তু সূর্য পৃথিবীকে যে মহাকর্ষ বলে আকর্ষণ করে তা সব সময় পৃথিবী থেকে সূর্যের অভিমুখে অর্থাৎ বৃত্তচাপের ব্যাসার্ধ বরাবর কেন্দ্র অভিমুখে ক্রিয়া করে। অতএব সূর্যের আকর্ষণ বলের অভিমুখ ও পৃথিবীর সরণের অভিমুখ সবসময় পরস্পরের ওপর লম্ব হওয়ায় পৃথিবীর আবর্তনের সময় সূর্যের মহাকর্ষ বল কোনো কাজ করে না।



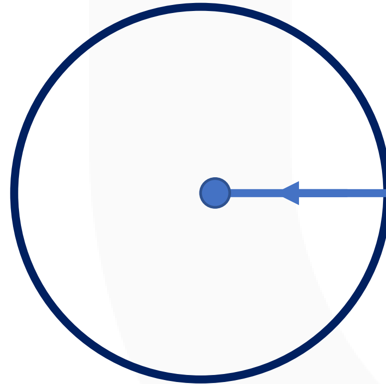
কাজ হওয়া এবং না হয়ার কারন

- হাতে একটি ব্যাগ নিয়ে সমতল পথে হাঁটলে ব্যাগটির ওজন অর্থাৎ অভিকর্ষ বল কোনো কাজ করে না। কারণ সমতল পথে হাঁটায় ব্যাগটির সরণ অনুভূমিক রেখা বরাবর অর্থাৎ অভিকর্ষীয় বলের লম্ব দিকে হয়। তাই ব্যাগটির সরণ হলেও অভিকর্ষ বল কোনো কাজ করে না। অতএব এক্ষেত্রে অভিকর্ষ বল কাজহীন বল। কিন্তু ব্যাগ নিয়ে উচু-নিচু পথে হাঁটলে অভিকর্ষ বল কাজ করে।



কাজ হওয়া এবং না হয়ার কারন

- একটি পাথরে দড়ি বেঁধে ঘোরালে পাথরটি হাতের আঙ্গুলের চারদিকে বৃত্তপথে ঘুরতে থাকে। এখানে দড়ির টান হলো অভিকেন্দ্র বল। অতএব পাথরটি ঘুরবার সময় দড়ির টান কোনো কাজ করবে না।

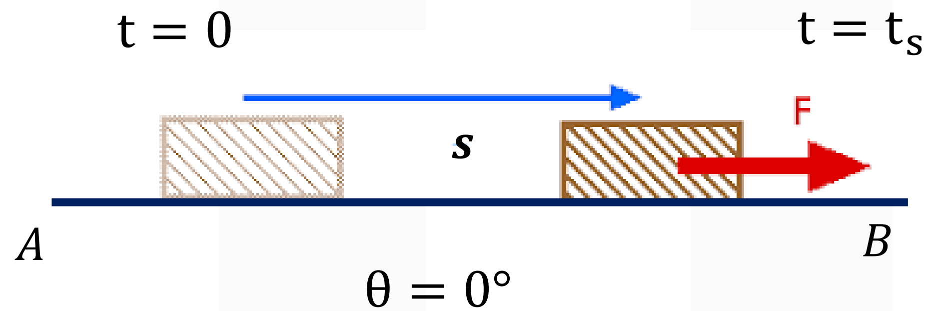


Brain Teasers

- এক ব্যাক্তি নদীতে স্রোতের বিপরীতে এমনভাবে সাঁতার কাটছে যে সে নদীর তীর সাপেক্ষে স্থির রয়েছে। ওই ব্যাক্তি কী কোনো কাজ করছে? ব্যাখা কর।

- কোনো বস্তুকে সমদ্রুতিতে ঘুরালে কাজ হয় কি? ব্যাখা কর।

ধনাত্মক কাজ বা বলের দ্বারা কাজ

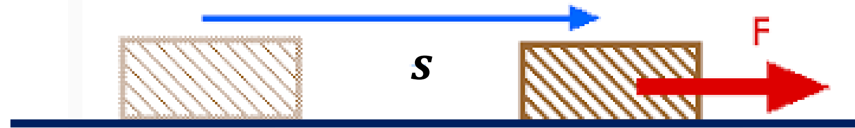


$$W = \vec{F}.\vec{s} = Fs\cos\theta$$

$$W = +Fs$$

ধনাত্মক কাজ বা বলের বিরুদ্ধে কাজ

মসৃণ তল



$$\theta = 180°$$

$$W = F.s\cos 180$$

$$W = -Fs$$

শুন্য কাজ

$$W = \vec{F}.\vec{s}$$
$$= F.s\cos\theta$$
$$= 0$$

$F = 0$ অথবা $s = 0$ অথবা $\cos\theta = 0$

সরণ

$$\theta = 90^\circ$$

$$\vec{F} \perp \vec{s}$$



জেনে রাখোঃ

‘এক ব্যাক্তি একটি বিশাল ভবনকে ধাক্কা দিচ্ছে’ – এতে কোনো কাজ সম্পাদিত হবে কি-না:

আমরা জানি, কাজ, W = বল × বলের দিকের সরণের উপাংশ।

এক ব্যাক্তি কোনো বিশাল ভবনকে ধাক্কা দিলে ভবনের উপর বল প্রয়োগ হয়। কিন্তু, এতে ভবনের কোনো সরণ ঘটে না। সরণ না ঘটায় এক্ষেত্রে কোনো কাজ সম্পাদিত হবে না।

গাণিতিক সমস্যা

- **150kg ভরের এক ব্যক্তি 50kg ভরের একটি বোঝা নিয়ে 4m দীর্ঘ একটি সিড়ি বেয়ে নামল। যদি সিড়িটি দেওয়ালের সাথে 60^o কোণে এবং অনুভূমিকের সাথে 60^0 কোণে থাকে তবে দুই ক্ষেত্রে কত কাজ করল নির্ণয় কর।**

A person of mass 150 kg came down along the stair of 4m long with a load of 50 kg. If the inclination of the stair is 60° with the wall and 60° with horizontal, find the work done by the person in both cases

গাণিতিক সমস্যা

- একটি কণার উপর $\vec{F} = (5\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k})N$ বল প্রয়োগে কণাটির $\vec{r} = (3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k})m$ সরণ হয়। বল দ্বারা সম্পাদিত কাজ কত?

The displacement of a particle is r=$(3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k})$ m when force F= $(5\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k})$ N is applied on it. What is the work done by the force?

$$W = \vec{F}.\vec{r} = (5\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}).(3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k})$$
$$= 15 - 6 - 2 = 7J$$

গাণিতিক সমস্যা

- 5kg ভরের একটি বস্তু 5m উচুঁ থেকে একটি পেরেকের ওপর পড়লে পেরেকটি মাটির ভিতরে 10cm ঢুকে যায়। মাটির গড় প্রতিরোধ বল নির্ণয় কর।

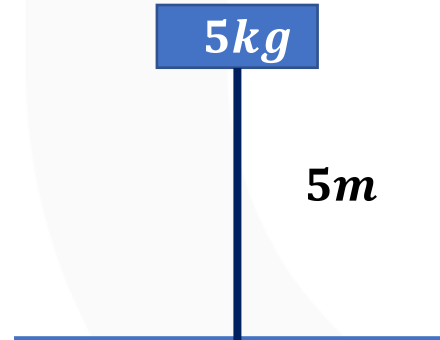
  An object of mass 5 kg falls from a height of 5m on a nail and the nail enters 10cm inside the ground. Calculate the average resisting force of the ground.

$h = 5\ \text{m}$

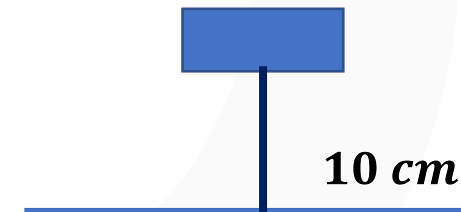
$x = 10\ \text{cm}$

$mg\,(h + x) = F.x$

scene - 01



scene - 02



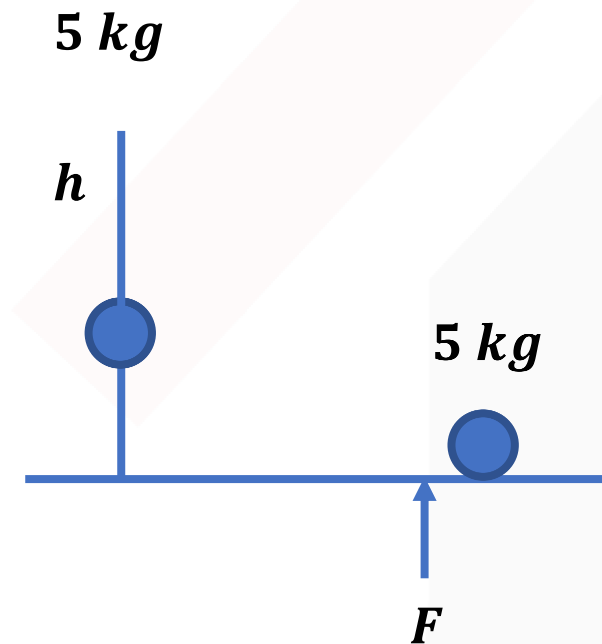
Solution

$$mg\,(h + x) = F.x$$

$$F = \frac{mg\,(h + x)}{x}$$

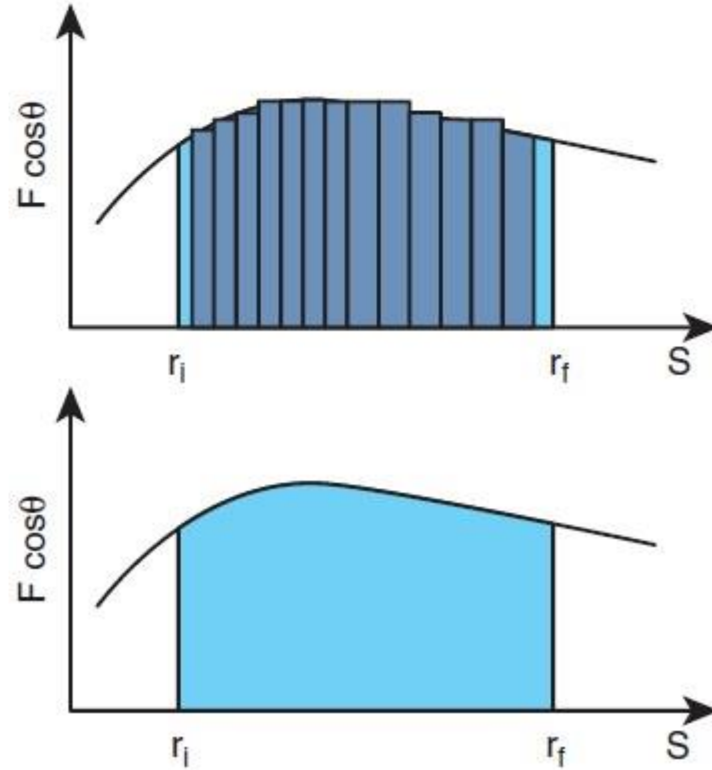
$$= \frac{5 \times 9.8 \times\ (5 + 0.10)}{0.10}$$

$$= 2499\ N$$



পরিবর্তনশীল বল

(ক) পরিবর্তী বল দ্বারা কৃতকাজ : (একমাত্রিক ঘটনা, বলের মানের পরিবর্তন)



$$dW = Fds$$

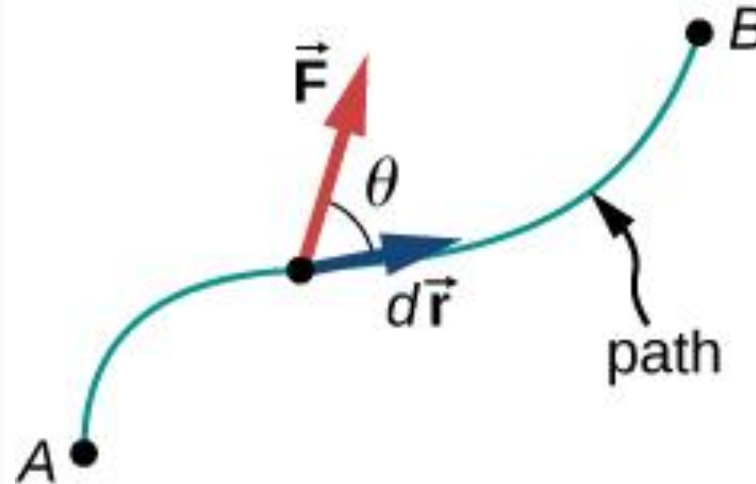
পরিবর্তনশীল বল

(খ) পরিবর্তী বল দ্বারা কৃতকাজ : (দ্বিমাত্রিক ঘটনা, বলের মান ও দিক উভয়ই পরিবর্তনশীল)

area under the curve

কৃতকাজ

$\vec{s}$



বক্রপথে পরিবর্তী বল

$$dW = Fds$$

$$\int dW = \int Fds$$

$$W = \int Fds$$

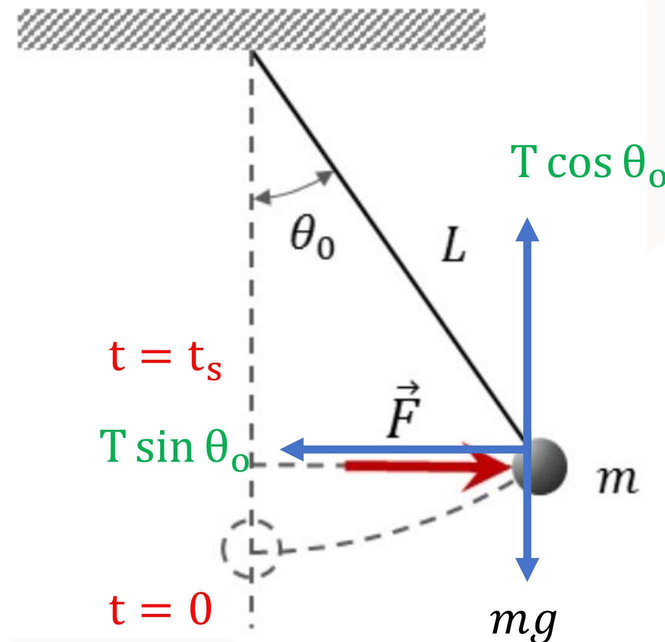
পরিবর্তনশীল বল

(খ) পরিবর্তী বল দ্বারা কৃতকাজ : (দ্বিমাত্রিক ঘটনা, বলের মান ও দিক উভয়ই পরিবর্তনশীল)

$$W = \int_0^s F.ds$$

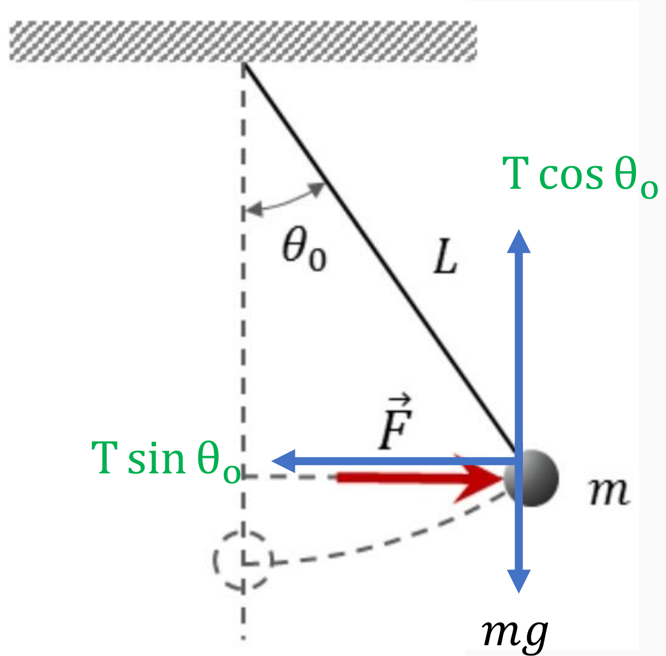
$$W = \int dw$$

$$= \int_0^s F.ds$$



সরল দোলক

পরিবর্তনশীল বল



সরল দোলক

$$F = T\sin\theta$$

$$mg = T\cos\theta$$

$$\frac{F}{mg} = \tan\theta$$

$$F = mg\tan\theta$$

$$s = L\theta$$

$$ds = L\,d\theta$$

$$W = \int Fds$$

$$= \int_0^{\theta} mg\tan\theta \,.\, Ld\theta$$

$$W = mgL(1-\cos\theta)$$

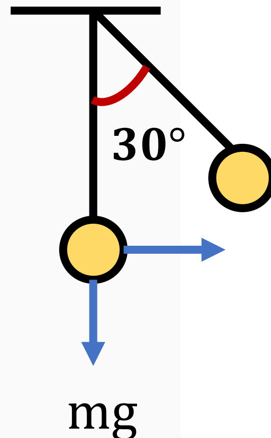
গাণিতিক সমস্যা

- $2kg$ ভরের একটি গোলককে $1m$ লম্বা একটি সুতা দিয়ে ঝুলানো হলো। একটি পরিবর্তনশীল বল আনুভূমিকভাবে গোলকটির উপর কাজ করছে। যদি গোলকটিকে আস্তে আস্তে টেনে $\theta = 0^{o}$ হতে $\theta = 30^{o}$ অবস্থানে আনা হয় তবে কৃতকাজের পরিমাণ কত হবে?

A sphere of mass 2 kg hanged with a thread of 1 m long. A variable force is working horizontally on the sphere. If the sphere is pulled slowly and brought to θ= 30° from θ=0° position, then what amount of work is done?

$\Delta\theta = 30 - 0$

$= 30$



$m = 2kg\,;\,L = 1m$

Solution

$$W = mg\,L\,(1 - \cos\theta)$$

$$= 2 \times 9.8 \times 1(1 - \cos 30°)$$

$$= 2.63\ \text{J}$$

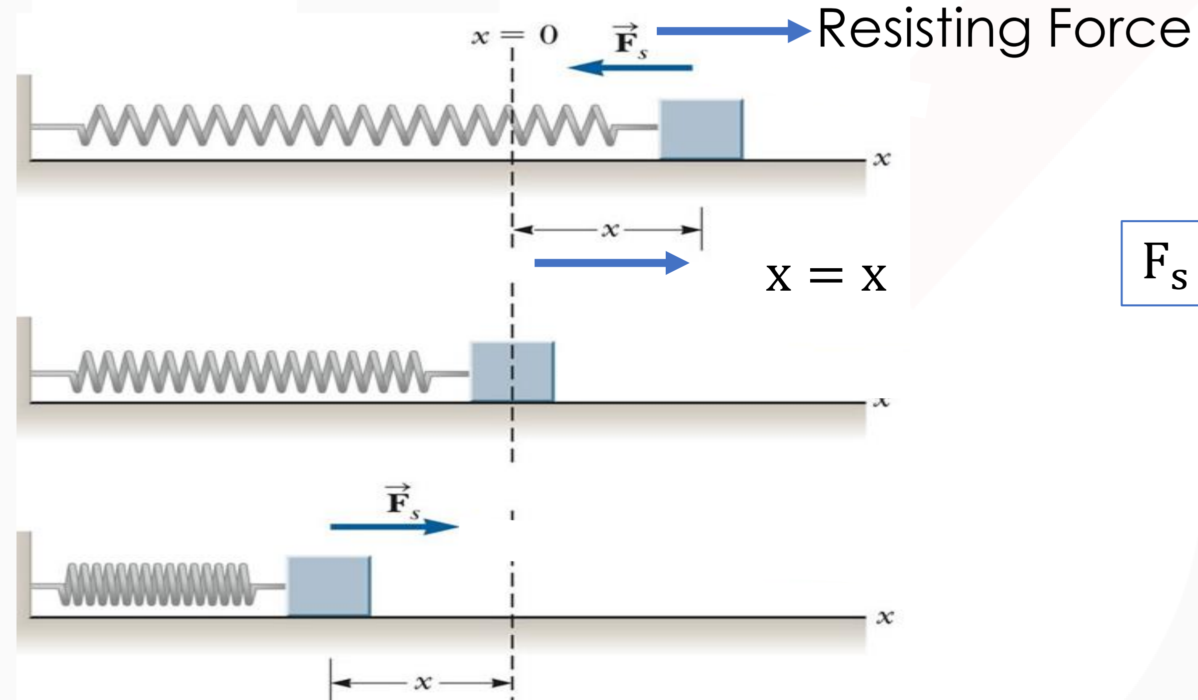
স্থিতিস্থাপক বল এবং কাজ

(ক) স্প্রিং সম্প্রসারণে সম্পাদিত কাজ ($F_s \propto -x$) : (স্থিতিস্থাপক বল দ্বারা সম্পাদিত কাজ)

সাম্যাবস্থা (Equilibrium)

$x = 0$

$Ep = 0$



$x = x$

$F_s \longrightarrow$ বাধাদানকারী বল

$\vec{F}_s \propto \vec{x}$

স্প্রিং এর সম্প্রসারণ

স্থিতিস্থাপক বল এবং কাজ

বল সরণ-এর অপেক্ষক (Function)

$F_s = f(x)$

$y = f(x)$

$\vec{F}_s \propto -\vec{x}$

$\vec{F}_s = -k\vec{x}$

$dW = \vec{F}_s . d\vec{x}$

$dW = F_s . dx \cos 180°$

$dW = -F_s . dx$

$$\int dW = -\int F_s dx$$

$$W = -\int (-kx)dx$$

$$W = \int kx\, dx$$

$$W = k\int x\, dx$$

$$W = \frac{1}{2}kx^2 + C$$

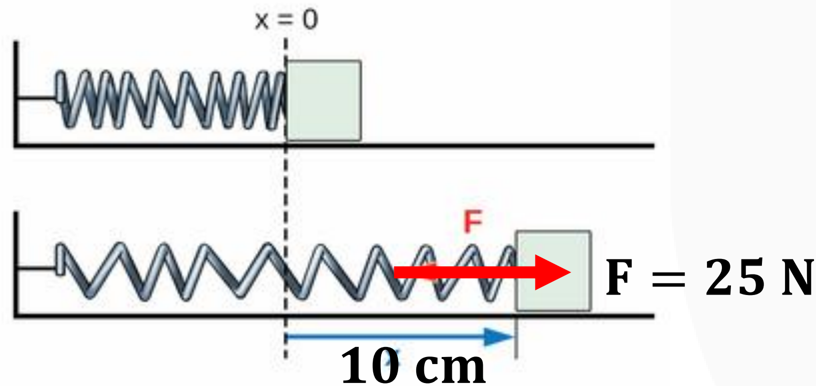
$x = 0 \longrightarrow x = x;$

$$W = \frac{1}{x}kx^2$$

গাণিতিক সমস্যা

- **25N বল কোনো স্প্রিংকে 10cm বৃদ্ধি করে। স্প্রিংকে 6cm প্রসারিত করতে কৃত কাজ হিসাব কর।**

A force of 25N increases the length of a spring by 10 cm. What amount of work is to be done to expand the spring by 6 cm?



$$F_s = 25\text{ N}$$

$$x = 10\text{ cm}$$

$$= 0.1\text{ cm}$$

$$F_s = kx$$

$$k = \frac{F_s}{x}$$

$$k = \frac{25}{0.1}$$

$$k = 250\text{ Nm}^{-1}$$

Solution

$$W = \frac{1}{2}kx_1^2$$

$$W = \frac{1}{2} \times 250 \times (0.6)^2$$

$$W = 0.45\ J$$

$$x_1 = 6\ cm$$

$$= 0.6\ m$$

$$\vec{F}_s = -k\vec{x}$$

$$|\vec{F}_s| = |-k\vec{x}|$$

$$F_s = kx$$

গাণিতিক সমস্যা

- একটি স্প্রিং এ 500 N বল প্রয়োগ করায় স্প্রিংটি 10 cm প্রসারিত হয়। স্প্রিংটির স্থিতিশক্তি (Potential Energy) নির্ণয় কর যখন

(1) এটি 12 cm প্রসারিত (Expension) হয়

(2) এতে 800 N বল প্রয়োগ (Apply Force) করা হয় এবং

(3) 20g ভরের একটি বোঝা স্প্রিং হতে খাড়া নিচের দিকে (Vertically downhill) ঝুলিয়ে দেওয়া হয়।

Mazes for you :

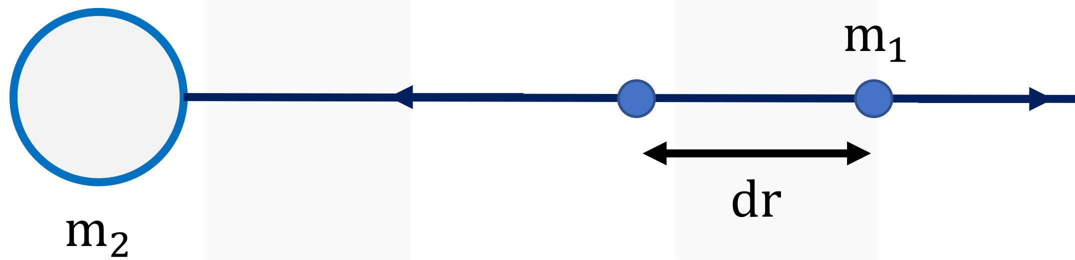
1. একটি স্প্রিংকে স্বাভাবিক অবস্থা থেকে 10 cm প্রসারিত করতে 30 N বল প্রয়োজন হয়। স্প্রিংটির কত সরণে কাজ 0.96 J হবে?
2. একটি বন্দুকের স্প্রিংকে 4cm সংকুচিত করে 10 g ভরের একটি গুলি ছোঁড়া হলো। স্প্রিংটি যখন সাম্যাবস্থায় পৌঁছে তখন সদ্যমুক্ত গুলির বেগ কত? (স্প্রিং বল ধ্রুবক 200 $N\ m^{-1}$)
3. একটি ঘর্ষনহীন মসৃণ টেবিলের এক প্রান্তে একটি আদর্শ স্প্রিং এর এক প্রান্ত আটকানো আছে। 0.5 kg ভরের একটি বস্তু অনুভূমিকভাবে 4 m^{-1} বেগে স্প্রিংটি অপর প্রান্তকে ধাক্কা দেওয়ার ফলে স্প্রিংটি 2 মিটার সংকুচিত হলো। স্প্রিং-এর বল ধ্রুবক নির্ণয় কর।

অভিকর্ষ বল এবং কাজ

(খ) অভিকর্ষ বল দ্বারা সম্পাদিত কাজ $\left(F \propto \frac{1}{r^2}\right)$:

$x = x$

$x = 0$



অভিকর্ষ বল দ্বারা কাজ

$$F \propto \frac{1}{r^2}$$

$$F = \frac{Gm_1m_2}{r^2}$$

$$dW = Fdr \Rightarrow W = Gm_1m_2 \int \frac{1}{r^2}\, dr$$

Mazes for you :

1. সরণের সাথে অভিকর্ষ বলের বিরুদ্ধে এজেন্ট কর্তৃক কৃত কাজ $W = mgx$ বা $W \propto x$ আবার স্থিতিস্থাপক বলের বিরুদ্ধে কাজ, $W = \frac{1}{2}kx^2$ বা $W \propto x^2$, উভয়ক্ষেত্রে সরণ x দ্বারা নির্দেশ করা হয়েছে। তাহলে বলা যায়, সরণ 4 গুণ হলে অভিকর্ষ কাজের পরিমাণ বেড়ে 4 গুণ হবে, স্থিতিস্থাপক বলের জন্য কাজের পরিমাণ বেড়ে হবে 16 গুণ।

গাণিতিক সমস্যা

- সূর্যের চারদিকে পৃথিবীর কক্ষপথ উপবৃত্তাকার। সূর্য হতে পৃথিবীর নিকটতম দূরত্ব 1.47×10^{14} mএবং দূরতম দূরত্ব 1.52×10^{14} m। পৃথিবীকে সূর্যের নিকটতম হতে দূরতম দূরত্বে সরাতে সূর্যের মহাকর্ষ বলের বিরুদ্ধে কত কাজ করতে হবে ?

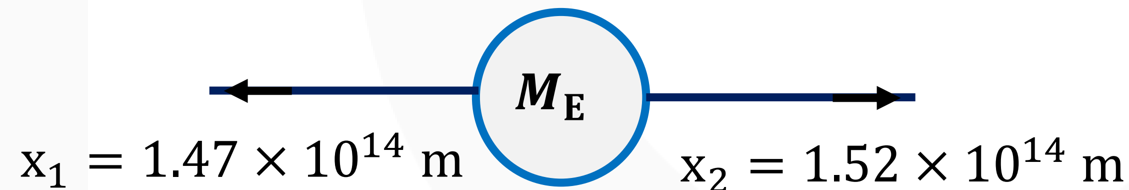
$M_S = 2 \times 10^3$ kg

$M_E = 6 \times 10^{24}$ kg

$r \longrightarrow$ S ও E এর দূরত্ব

$G = 6.673 \times 10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}$

M_S



$$F = \frac{GM_SM_E}{r^2}$$

DOWNLOAD THE APP

10 MINUTE SCHOOL

Solution

$$dW = F.dr$$

$$\int dW = W = \int_{x_1}^{x_2} Fdr$$

$$W = \int_{x_1}^{x_2} \frac{Gm_E m_s}{r^2} dr$$

$$W = Gm_E m_s \int_{x_1}^{x_2} \frac{1}{r^2} dr$$

$$W = Gm_E m_s \left[-\frac{1}{r}\right]_{x_1}^{x_2}$$

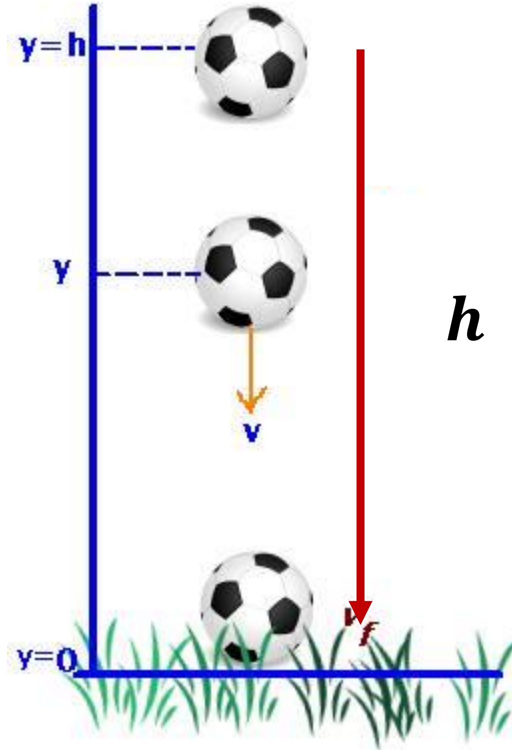
$$W = Gm_E m_s \left[\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2}\right]$$

$$W = 1.8 \times 10^{29} \text{ J}$$

$$\int r^2 \, dr$$

$$= \frac{r^{-2+1}}{-2+1}$$

অভিকর্ষ বলের প্রভাবে পতনের জন্য কৃত কাজ



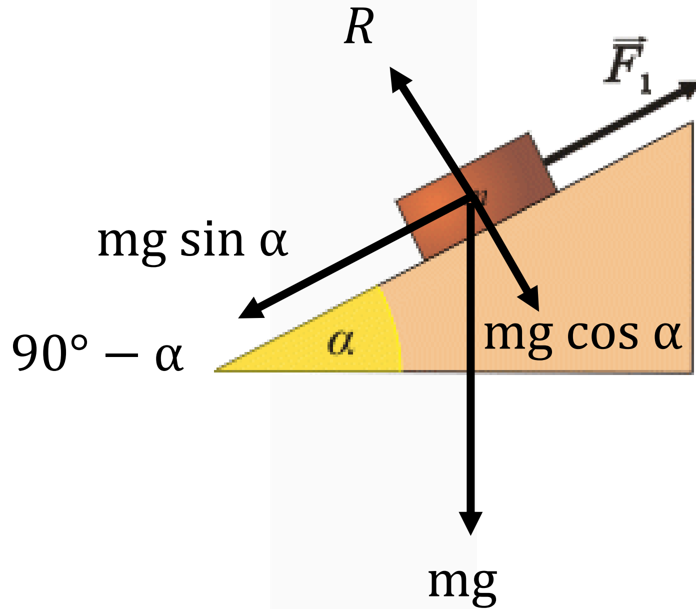
অভিকর্ষ বলের প্রভাবে কাজ

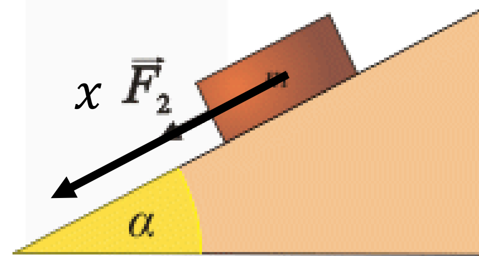
$$W = F.x$$

$$W = mg.x$$

$$W = Ep$$

হেলান তলে অভিকর্ষীয় বলের প্রভাবে পতনের জন্য কৃত কাজ





আনত তল

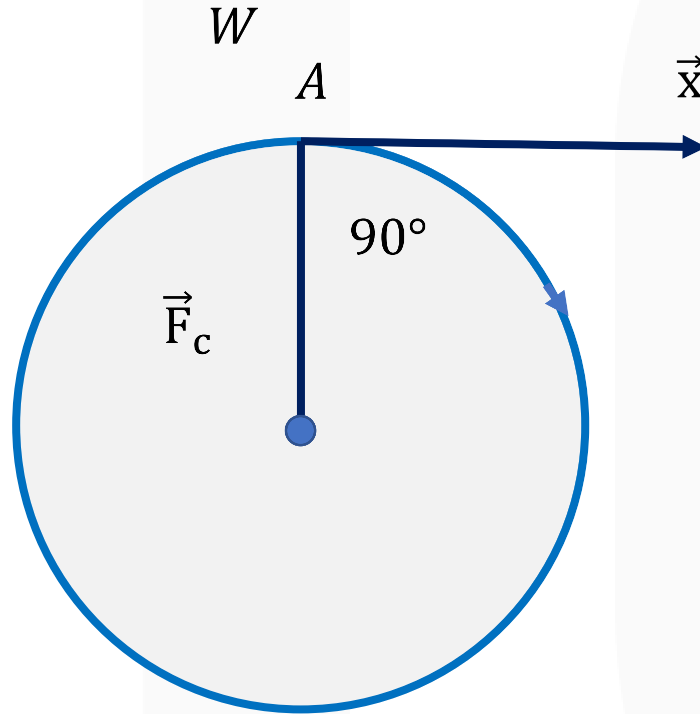
সরণ x

বল (mg sin α)

$$\therefore W = F.x$$

$$W = mg \sin \alpha x$$

সম-দ্রুতিতে বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণায়মান বস্তুর উপর প্রযুক্ত কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কৃত কাজ



বৃত্তাকার গতি

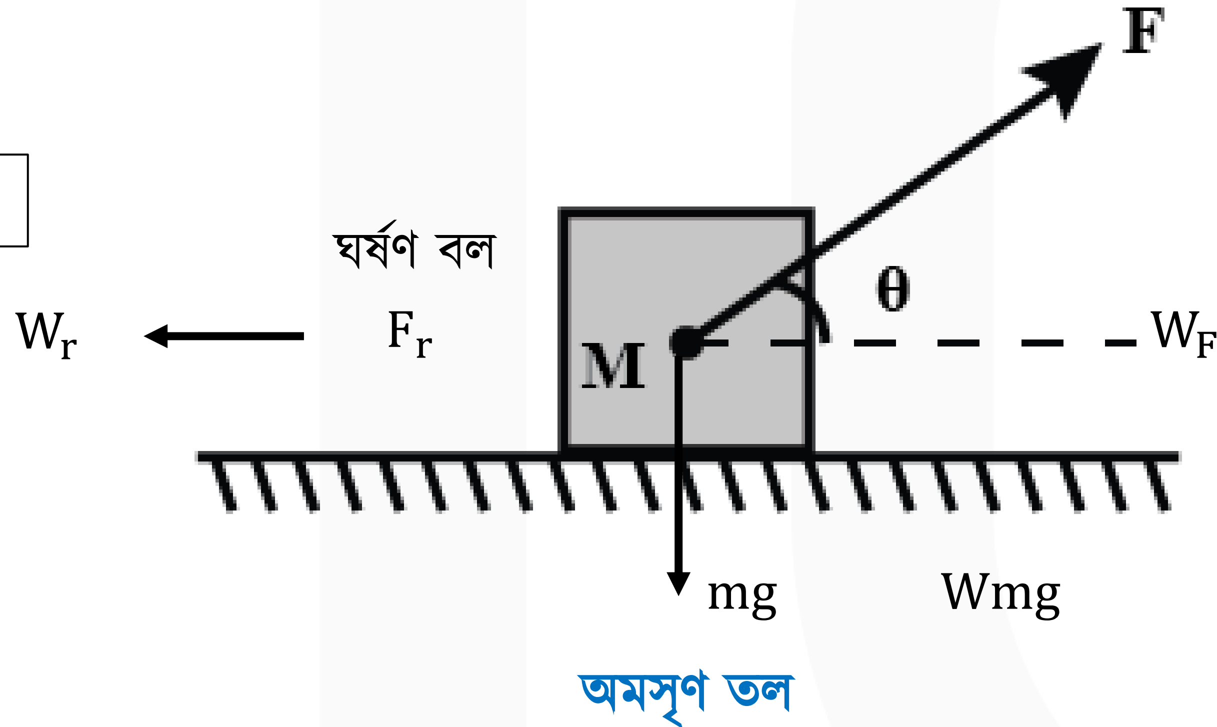
$$W = \vec{F}_c \cdot \vec{x}$$

$$= F_c x \cos 90°$$

$$= 0$$

কোনো বস্তুর উপর একাধিক বল ক্রিয়া করায় সম্পাদিত কাজ

$\vec{F}_1 = \vec{F}_2$



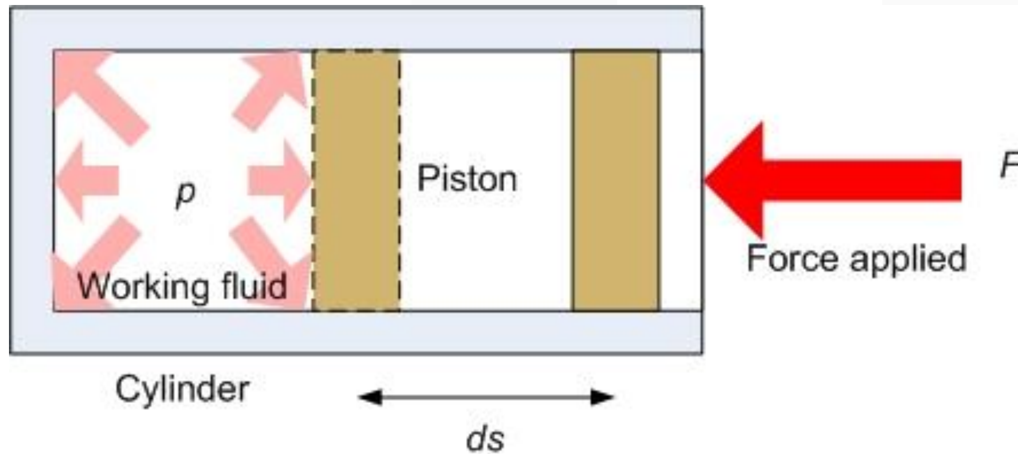
$W_r = \vec{F}_r . \vec{s}$

$W_r = F_r s \cos 180°$

$W_r = -Fs$

$W = W_F + W_N + W_r + W_{mg}$

গ্যাসের আয়তন পরিবর্তনকারী বলের জন্য কৃত কাজ



পিস্টনযুক্ত সিলিন্ডার

$$\frac{F}{A} = P$$

$$F = PA$$

$$dW = F.ds$$

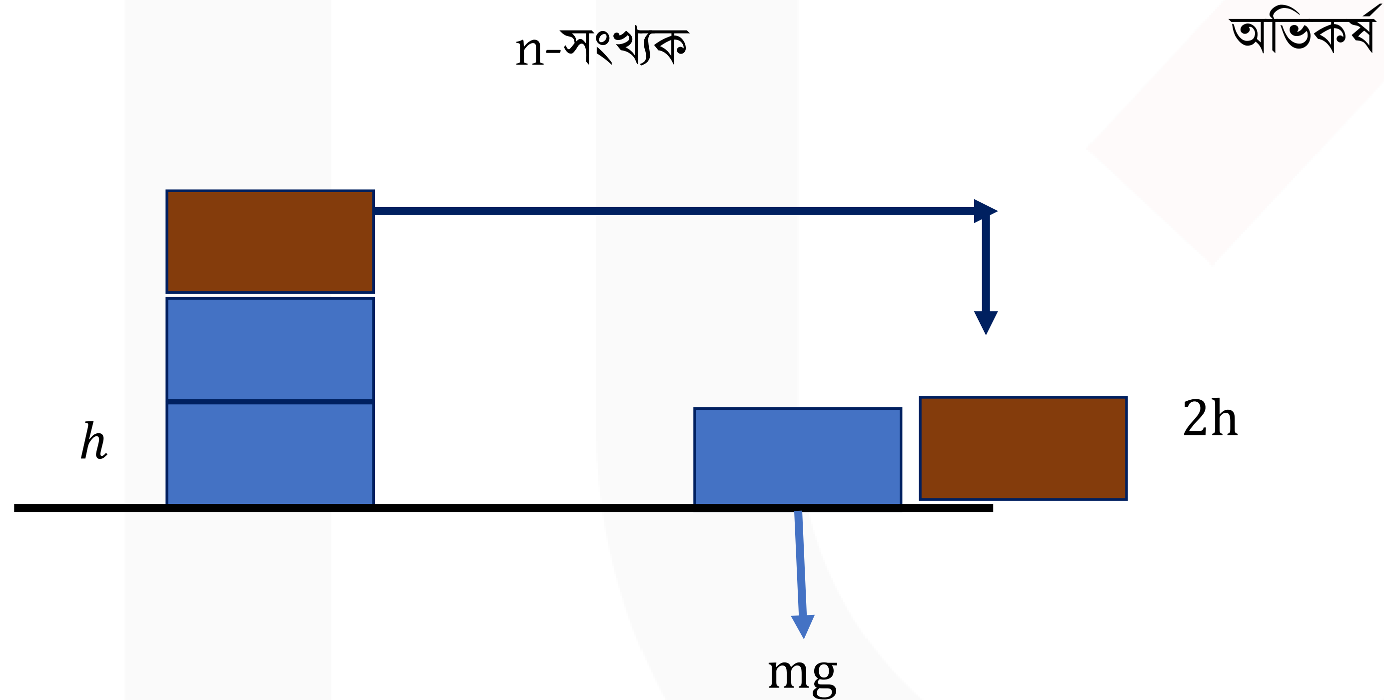
$$dW = PA.ds$$

$$A.ds = dv$$

$$dW = Pdv$$

গাণিতিক সমস্যা

- প্রতিটি ঘনাকৃতি পাথরখন্ডের আয়তন $0.125m^3$ এবং ভর 250 kg। এদের একটির উপর আরেকটি রেখে একটি স্তম্ভ তৈরি করতে 12250 J কাজ করতে হয়। পাথরের সংখ্যা নির্ণয় কর?



$W_1 = 0$

$W_2 = mgh$

$W_3 = mg2h$

Solution

$$W = W_1 + W_2 + W_3 + \cdots + W_n$$

$$= 0 + mgh + mg2h + \cdots + mg(n-1)h$$

$$= mgh\,\{1 + 2 + 3 + \cdots + (n-1)\}$$

$$= mgh\,\frac{(n-1)\{(n-1)+1\}}{2}$$

$$= \frac{mgh}{2}\{n(n-1)\}$$

$$12250 = \frac{250 \times 9.8 \times 0.5}{2} \times n(n-1) \quad \Rightarrow n = 5$$

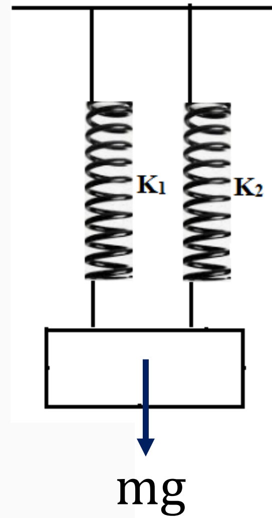
$$V = 0.125\ m^3$$

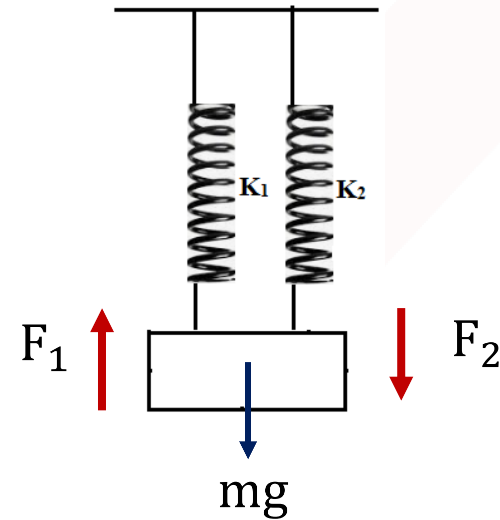
$$h = \sqrt[3]{0.125} = 0.5$$

$$m = 250$$

$$W = 12250$$

সমান্তরালে যুক্ত স্প্রিংয়ের তুল্য বল ধ্রুবক



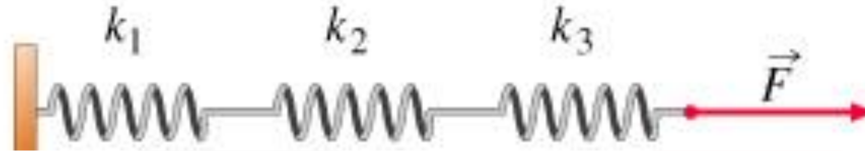


$$mg = F = F_1 + F_2$$

$$kx = k_1x + k_2x$$

$$kp = k_1 + k_2$$

শ্রেণিতে যুক্ত স্প্রিংয়ের তুল্য বল ধ্রুবক



$$\frac{1}{k_s} = \frac{1}{k_s} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3}$$

গাণিতিক সমস্যা

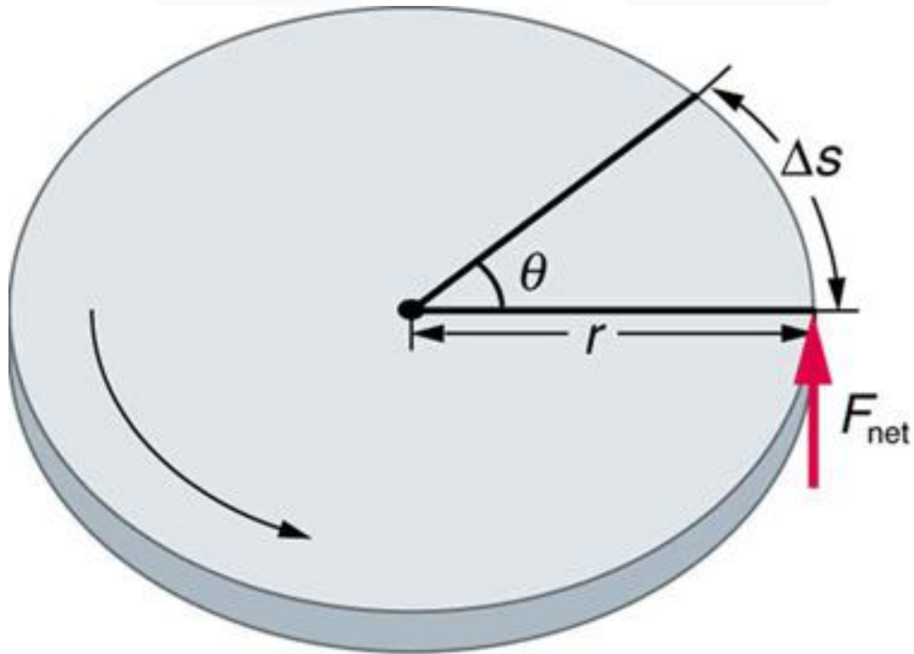
- একটি স্প্রিংয়ের বল ধ্রুবক 60 $N\ m^{-1}$ । স্প্রিংটিকে স্বাভাবিক অবস্থা থেকে 0.5m প্রসারিত করতে কৃতকাজ হিসাব কর।

$$W = \frac{1}{2}kx^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 60 \times (0.5)^2$$

$$= 7.5\ J$$

ঘূর্ণনের ক্ষেত্রে কৃত কাজ



$$\tau\theta = W$$

$$W = Fs$$

$$W = \tau\theta$$

গাণিতিক সমস্যা

- একটি বস্তুকে নির্দিষ্ট অক্ষের সাপেক্ষে 2π কোণে ঘুরাণো হলো। এতে কৃতকাজ 50 J হলে টর্কের মান নির্ণয় কর।

$$W = \tau\theta$$

$$50 = \tau \times 2\pi$$

$$\tau = \frac{50}{2\pi} = 7.96 \text{ Nm}$$

শক্তি (Energy)

কাজ করার সামর্থ্যকে শক্তি বলে।

শক্তির বিভিন্ন রূপ আছে যেমন —

i. যান্ত্রিক শক্তি (Mechanical energy)

ii. তাপ শক্তি (Heat energy)

iii. আলোক শক্তি (Light energy)

iv. শব্দ শক্তি (Sound energy)

শক্তি (Energy)

কাজ করার সামর্থ্যকে শক্তি বলে।

শক্তির বিভিন্ন রূপ আছে যেমন —

v. চৌম্বক শক্তি (Magnetic energy)

vi. তড়িৎ শক্তি (Electrical energy)

vii. রাসায়নিক শক্তি (Chemical energy)

viii. পারমাণবিক শক্তি (Nuclear energy)

ix. সৌর শক্তি (Solar energy)

শক্তি (Energy)

শক্তির রূপান্তর (Transformation of Energy) :

শক্তি এ মহাবিশ্বে বিভিন্ন রূপে বিরাজ করছে। প্রাকৃতিক বিভিন্ন ঘটনা থেকে আমরা দেখি, শক্তি প্রতিনিয়তই একরূপ থেকে অন্যরূপে প্রকাশিত হচ্ছে। প্রাকৃতিক প্রায় সব ঘটনাকেই শক্তির রূপান্তর বলা যায়।

শক্তির একরূপ হতে অন্যরূপে রূপান্তরিত হওয়াকে শক্তির রূপান্তর বলে।

শক্তি (Energy)

শক্তির রূপান্তর (Transformation of Energy) :

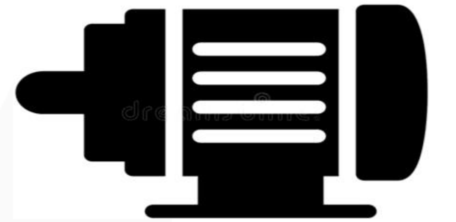
নিম্নে শক্তি রূপান্তরের কয়েকটি উদাহরণ দেওয়া হলো :

১। যান্ত্রিক শক্তির রূপান্তরঃ

ক. দুই হাত ঘষলে তাপ উৎপন্ন হয়। এখানে যান্ত্রিক শক্তি তাপ শক্তিতে রূপান্তরিত হয়।

খ. ডায়নামোতে যান্ত্রিক শক্তিকে বিদ্যুৎ শক্তিতে রূপান্তর করা হয়।

গ. বাঁশি, ঢোল, হারমোনিয়াম, একতারা ইত্যাদি বাদ্য যন্ত্রে যান্ত্রিক শক্তি শব্দ শক্তিতে রূপান্তরিত হয়।



শক্তি (Energy)

শক্তির রূপান্তর (Transformation of Energy) :

২। তাপ শক্তির রূপান্তরঃ

ক. বাস্প ইঞ্জিনে তাপ শক্তি যান্ত্রিক শক্তিতে রূপান্তরিত হয়।

খ. জোড়া উষ্ণী (Thermo-couple)-তে তাপ শক্তি বিদ্যুৎ শক্তিতে রূপান্তরিত হয়।

গ. বৈদ্যুতিক বাল্বের ফিলামেন্টের মধ্য দিয়ে বিদ্যুৎ চললে ফিলামেন্ট উত্তপ্ত হয় এবং আলো দেয়। এখানে তাপশক্তি আলোক শক্তিতে রূপান্তরিত হয়।



শক্তি (Energy)

শক্তির রূপান্তর (Transformation of Energy) :

৩। চৌম্বক শক্তির রূপান্তরঃ

ক. একখণ্ড লোহাকে পুনঃ পুনঃ চুম্বকন ও বিচুম্বকন কালে তাপ উৎপন্ন হয়। এখানে চৌম্বক শক্তি তাপ শক্তিতে রূপান্তরিত হয়।

খ. বিদ্যুৎ চুম্বকের সাহায্যে কোনো ভারী বস্তুকে স্থানান্তর করা যায়। এক্ষেত্রে চৌম্বক শক্তি যান্ত্রিক শক্তিতে রূপান্তরিত হয়।



শক্তি (Energy)

শক্তির রূপান্তর (Transformation of Energy) :

৪। আলোক শক্তির রূপান্তরঃ

ক. ফটোগ্রাফিক ফিল্মের উপর আলোকসম্পাত করে চিত্র তৈরি করা হয়। এখানে আলোক শক্তি রাসায়নিক শক্তিতে রূপান্তরিত হয়।

খ. হ্যারিকেনের চিমনি গরম হয়ে যায়। এক্ষেত্রে আলোক শক্তি তাপ শক্তিতে রূপান্তরিত হয়।

গ. ক্যালসিয়াম, পটাসিয়াম, রুবিডিয়াম প্রভৃতি ধাতুর উপর আলো পড়লে ইলেকট্রন নির্গত হয়। এখানে আলোক শক্তি বিদ্যুৎ শক্তিতে রূপান্তরিত হয়।



শক্তি (Energy)

শক্তির রূপান্তর (Transformation of Energy) :

৫। শব্দ শক্তির রূপান্তরঃ

ক. আলট্রাসোনিক বা সুপারসোনিক শব্দ সূক্ষ্ম যন্ত্রপাতি পরিষ্কারের কাজে ব্যবহৃত হয়। এখানে শব্দ শক্তি যান্ত্রিক শক্তিতে রূপান্তরিত হয়।

খ. টেলিফোন, টেলিভিশন বা রেডিওর প্রেরক যন্ত্রে শব্দ শক্তিকে বিদ্যুৎ শক্তিতে রূপান্তর করা হয়।



শক্তি (Energy)

শক্তির রূপান্তর (Transformation of Energy) :

৬। বিদ্যুৎ শক্তির রূপান্তরঃ

ক. বৈদ্যুতিক হিটার বা ইস্ত্রিতে বিদ্যুৎ শক্তি তাপ শক্তিতে রূপান্তরিত হয়।

খ. বৈদ্যুতিক পাখায় বিদ্যুৎ শক্তি প্রথমে চৌম্বক শক্তি ও পরে যান্ত্রিক শক্তিতে রূপান্তরিত হয়।

গ. টেলিফোন, টেলিভিশন ও রেডিওর গ্রাহক যন্ত্রে বিদ্যুৎ শক্তি শব্দ শক্তিতে রূপান্তরিত হয়।

ঘ. বৈদ্যুতিক ঘণ্টায় বিদ্যুৎ শক্তি প্রথমে চৌম্বক শক্তিতে এবং পরে শব্দ শক্তিতে রূপান্তরিত হয়।



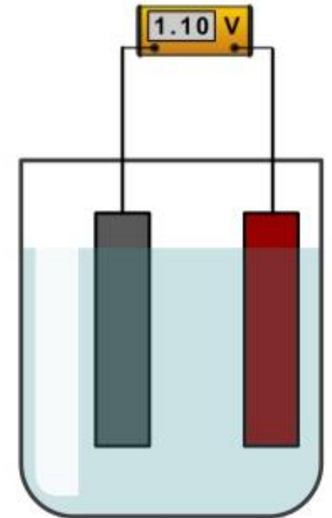
শক্তি (Energy)

শক্তির রূপান্তর (Transformation of Energy) :

৭। রাসায়নিক শক্তির রূপান্তরঃ

ক. বিদ্যুৎ কোষে রাসায়নিক শক্তি বিদ্যুৎ শক্তিতে রূপান্তরিত হয়।

খ. কয়লা, পেট্রোল, কেরোসিন প্রভৃতি পোড়ালে তাপ ও আলো পাওয়া যায়। এখানে রাসায়নিক শক্তি তাপ ও আলোক শক্তিতে রূপান্তরিত হয়।



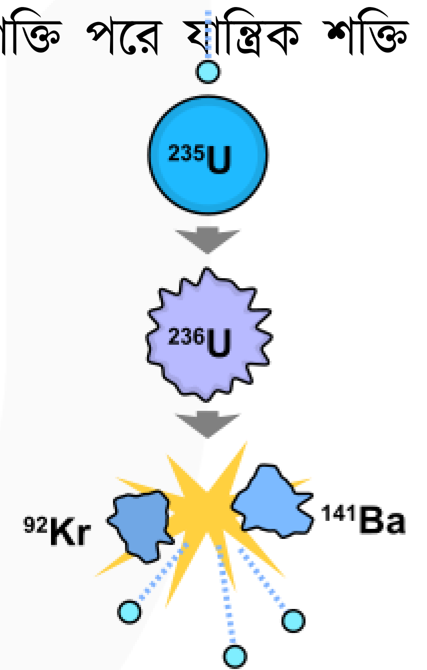
শক্তি (Energy)

শক্তির রূপান্তর (Transformation of Energy) :

৮। পারমাণবিক শক্তির রূপান্তরঃ

ক. আণবিক সাব-মেরিনে পারমাণবিক শক্তি প্রথমে তাপ শক্তিতে ও পরে যান্ত্রিক শক্তিতে রূপান্তরিত হয়।

খ. পারমাণবিক শক্তি দ্বারা বিদ্যুৎ উৎপাদন করা হয়, অর্থ্যাৎ পারমাণবিক শক্তিতে প্রথমে তাপ শক্তি পরে যান্ত্রিক শক্তি ও শেষে বিদ্যুৎ শক্তিতে রূপান্তরিত হয়।



রাশি : কাজের মত শক্তিও স্কেলার রাশি।

একক : কাজ ও শক্তির একক একই অর্থ্যাৎ শক্তির S.I. একক জুল (joule)।

$$\mathbf{W = F.s}$$

$$\mathbf{1J = 1N.1m}$$

শক্তি (Energy)

কিলোওয়াট-ঘন্টা : বৈদ্যুতিক শক্তি পরিমাপের একক কিলোওয়াট-ঘন্টা বা সংক্ষেপে kWH বলে। এক কিলোওয়াট ক্ষমতার কোনো বৈদ্যুতিক যন্ত্র এক ঘন্টা কাজ করলে যে বৈদ্যুতিক শক্তি ব্যায়িত হয় তাকে এক কিলোওয়াট-ঘন্টা বলে।

$$1\ \text{kWH} = 1000\ \text{watt} \times 1\ \text{hour}$$

$$= 1000\ \text{Js}^{-1} \times 3600\ \text{s} = 3600000\ \text{J} = 3.6 \times 10^{6}\ \text{J}$$

মাত্রা : কাজ ও শক্তির মাত্রা একই অর্থ্যাৎ শক্তির মাত্রা,

$$[\mathbf{E}] = [\mathbf{ML^2T^{-2}}]$$

শক্তি (Energy)

বিভিন্ন প্রকার শক্তি এবং তাদের উৎস দেয়া হলো :

শক্তির নাম	শক্তির উৎস
১. যান্ত্রিক শক্তি : গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তি	গতিশক্তি : বস্তুর গতি স্থিতিশক্তি : বস্তুর অবস্থান (পানির অবস্থান, উত্তোলিক বস্তু, সংকুচিত স্প্রিং)
২. তাপশক্তি	বৈদ্যুতিক হিটার, সূর্য ইত্যাদি।
৩. আলোক শক্তি	সূর্য।
৪. শব্দ শক্তি	গাড়ির হর্ন, মৌমাছির শব্দ, রেডিওর শব্দ ইত্যাদি।
৫. বিদ্যুৎ শক্তি	প্রাকৃতিক গ্যাস, কয়লা ইত্যাদি।
৬. রাসায়নিক শক্তি	তেল, কয়লা, তড়িৎকোষ, খাদ্য, বিস্ফোরক ইত্যাদি।
৭. পারমাণবিক শক্তি	নিউক্লিয় চুল্লি, পারমাণবিক বোমা ইত্যাদি।

শক্তি (Energy)

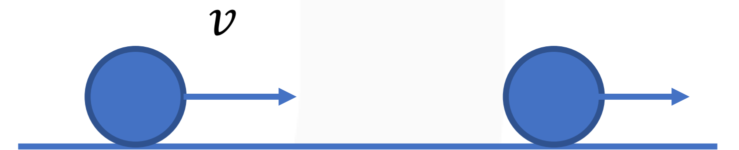
যান্ত্রিক শক্তি (Mechanical Energy) :

কোনো বস্তুর মধ্যে তার পারিপার্শ্বিক অবস্থা বা অবস্থানের সাপেক্ষে অথবা গতির জন্য যদি কাজ করার যে সামর্থ্য তথা শক্তি থাকে, তবে ওই শক্তিকে যান্ত্রিক শক্তি বলে।

যান্ত্রিক শক্তি প্রধানত দুই প্রকার। যথা —

(1) গতিশক্তি (kinetic energy) এবং

(2) স্থিতিশক্তি বা বিভবশক্তি (potential energy)



শক্তি (Energy)

গতিশক্তি (Kinetic Energy) :

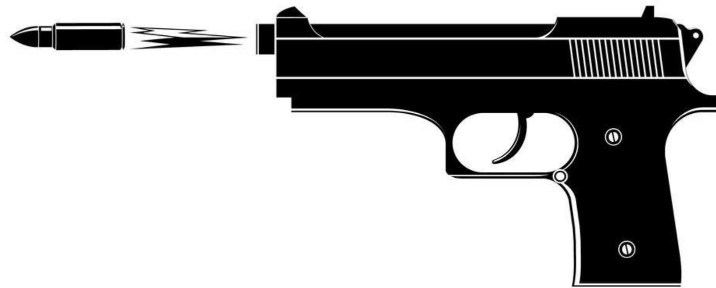
কোনো বস্তু গতিশীল অবস্থায় থাকার জন্য কাজ করার যে সামর্থ্য অর্জন করে তাকে গতিশক্তি বলে।

বস্তুটি গতিশীল হলে তার মধ্যে যে একটি শক্তির সঞ্চার হয় এবং বস্তুটি কাজ করতে সক্ষম হয় তার বহু উদাহরণই আমরা দৈনন্দিন জীবনে দেখতে পাই। যেমন —

শক্তি (Energy)

গতিশক্তি (Kinetic Energy) :

- বন্দুক হতে গুলি ছোড়া হলে বন্দুকের নল থেকে গুলি সজোরে বের হয়ে তার গতির কারণে যথেষ্ট শক্তি অর্জন করে এবং লক্ষ্যস্থলে আঘাত করে তার ভিতরে ঢুকে যায়। গতির জন্য গুলি কর্তৃক অর্জিত এই শক্তিই গতিশক্তি।



শক্তি (Energy)

গতিশক্তি (Kinetic Energy) :

- নৌকায় পাল তোলা থাকলে প্রবহমান বায়ু নৌকাকে এগিয়ে নিয়ে যেতে পারে। বায়ু এ কাজ করার শক্তি পায় তার গতির জন্য।



শক্তি (Energy)

গতিশক্তি (Kinetic Energy) :

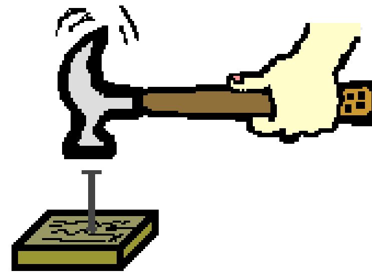
- লং জাম্প দেওয়ার সময় এক জায়গায় দাড়িয়ে লাফ দিলে বেশি দূর লাফানো যায় না। কিন্তু কিছু দূর থেকে দৌড়ে এসে লাফ দিলে অনেক দূর লাফানো যায়। বেশি লাফার প্রয়োজনীয় শক্তি আসে তার দৌড় অর্থাৎ গতি থেকে।



শক্তি (Energy)

গতিশক্তি (Kinetic Energy) :

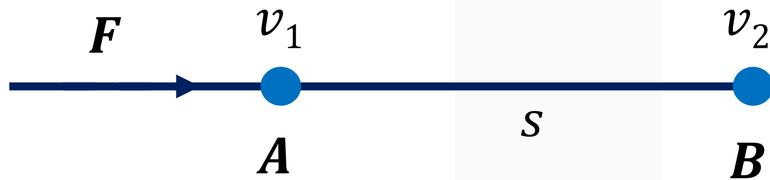
- পেরেক দেওয়ালে পুততে গেলে হাতুড়িটি শুধু পেরেকের মাথায় ঠেকিয়ে রাখলেই হয় না। হাতুড়িটি কিছুটা দূর থেকে এনে পেরেকের মাথায় তীব্র বেগে আঘাত করলে সেটি দেওয়ালে ঢুকে যায়। গতিশীল হাতুড়িটি তার গতির জন্য কাজ করার সামর্থ্য অর্জন করে।



সল্প দূরত্বে হালকা আঘাত করায় কাজের সামর্থ্য কম

কাজ- শক্তি উপপাদ্য

পরিবর্তনশীল বলের ক্ষেত্রে গতিশক্তি :



$$W = \int fds$$

পরিবর্তনশীল বল দ্বারা কাজ

শক্তি (Energy)

বিস্ফোরক বলের দরুন গতিশক্তি

(Kinetic energy due to an explosive force) :

M > m

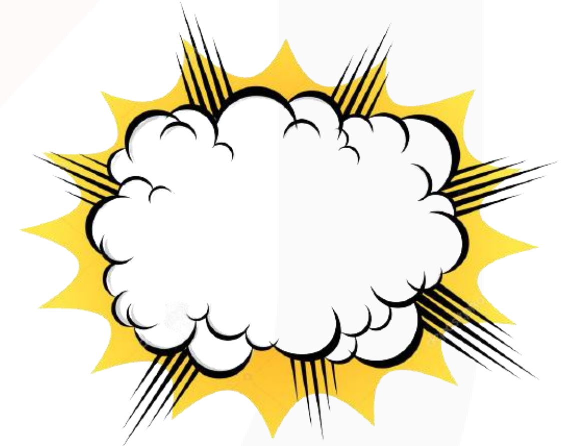
$$E_{k_m} = \frac{1}{2}mv^2 \quad \ldots\ldots\ldots(i)$$

$$E_{k_M} = \frac{1}{2}MV^2 \quad \ldots\ldots\ldots(ii)$$

$(i) \div (ii) \Longrightarrow$

$$\frac{E_{k_m}}{E_{k_M}} = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{\frac{1}{2}MV^2}$$

সংঘর্ষের পূর্বে $P = 0$



সংঘর্ষ

শক্তি (Energy)

বিস্ফোরক বলের দরুন গতিশক্তি

(Kinetic energy due to an explosive force) :

সংঘর্ষ হবে!

ভরবেগের নিত্যতা,

$$mv = MV$$

$$\Rightarrow v = \frac{MV}{m}$$

$$\frac{E_{k_m}}{E_{k_M}} = \frac{mv^2}{MV^2}$$

$$\Rightarrow \frac{E_{k_m}}{E_{k_M}} = \frac{m\left(\frac{MV}{m}\right)^2}{MV^2}$$

$$\Rightarrow \frac{E_{k_m}}{E_{k_M}} = \frac{M}{m}$$

$$\therefore E_k \propto \frac{1}{m}$$

Brain Teasers

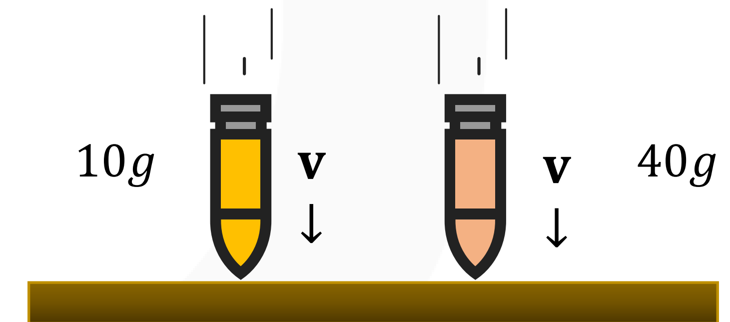
- 10 g ও 40 g ভরের দুটি বুলেট একই বেগে একটি মাটির দেওয়ালে আঘাত করল। কোন বুলেটটি বেশি ভিতরে ঢুকবে?

যার গতিশক্তি বেশি সেই বুলেটটি বেশি ভিতরে ঢুকবে।

$$E_k = \frac{1}{2} m \boxed{v^2} \rightarrow v \text{ constant}$$

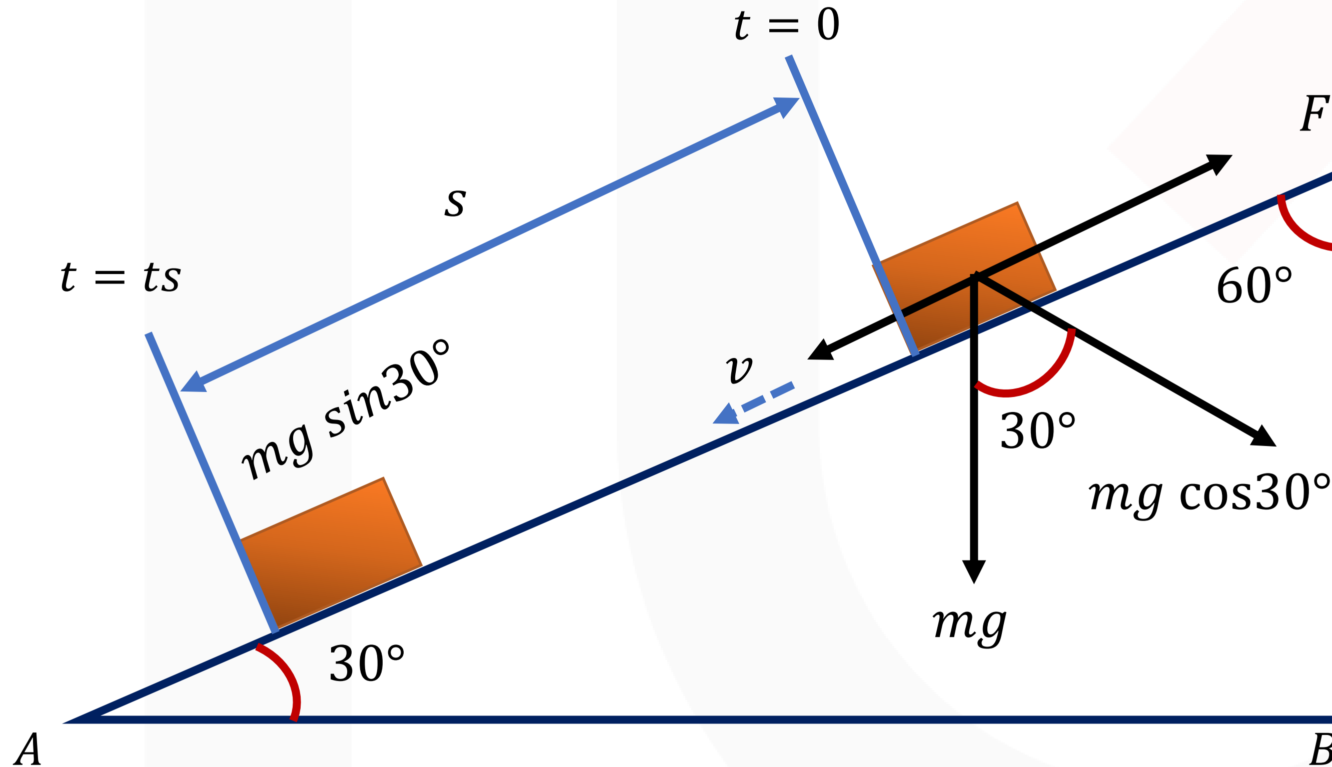
$$\Rightarrow E_k \propto m$$

Ans: 40 kg ভরের বুলেটটি।

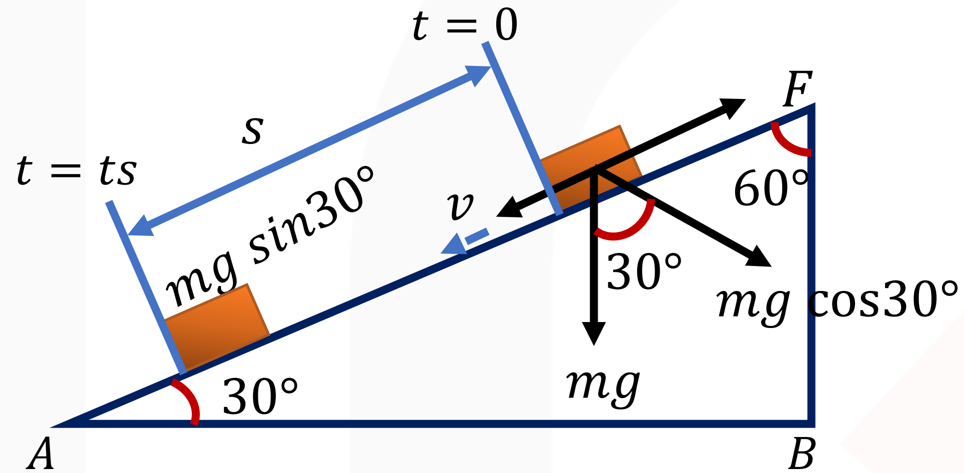


গাণিতিক সমস্যা

- 2000 kg ভরের একটি গাড়ি ভূমির সাথে 30° কোণে আনত একটি রাস্তা ধরে 16 ms^{-1} বেগে নিচে নামার সময় গাড়ির চালক ব্রেক প্রয়োগ করায় গাড়িটি 40m দূরত্ব অতিক্রম করার পর থেমে যায়। কী পরিমাণ গতি প্রতিরোধকারী বল গাড়িটির উপর ক্রিয়া করে ?



Solution



$m = 2000kg$

$v_0 = 16\ ms^{-1}$

$s = 40\ m$

$v = 0\ ms^{-1}$

$$v^2 = v_0^2 + 2as$$

$$\Rightarrow 0^2 = (16)^2 + 2 \times a \times 40$$

$$\Rightarrow a = -3.2\ ms^{-2}$$

$$\sum F = ma$$

$$= 2000 \times (-3.2)$$

$$F = -6400\ N$$ → প্রতিরোধকারী বল

Ans: 6400 N

গাণিতিক সমস্যা

- 2000 kg ভরের একটি ট্রাকের ভর বেগ 200 kg ms^{-1} হলে এর গতিশক্তি কত?

$$E_k = \frac{P^2}{2m}$$

$$= \frac{(200)^2}{2 \times 2000}$$

$$= 10\ J$$



গাণিতিক সমস্যা

- 2 kg ভরের একটি বস্তু 30 m উচ্চতা সম্পন্ন একটি বিল্ডিং এর ছাদ থেকে নিচে ফেলে দেওয়া হলো।

i. বস্তুটির প্রাথমিক স্থিতিশক্তি,

ii. বস্তুটি যে বেগে ভূমি স্পর্শ করে,

iii. বস্তুটির সর্বোচ্চ গতিশক্তি এবং,

iv. ভূমি হতে 3m উঁচুতে বস্তুটির গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তি নির্ণয় কর।

i. $E_p = mgh$

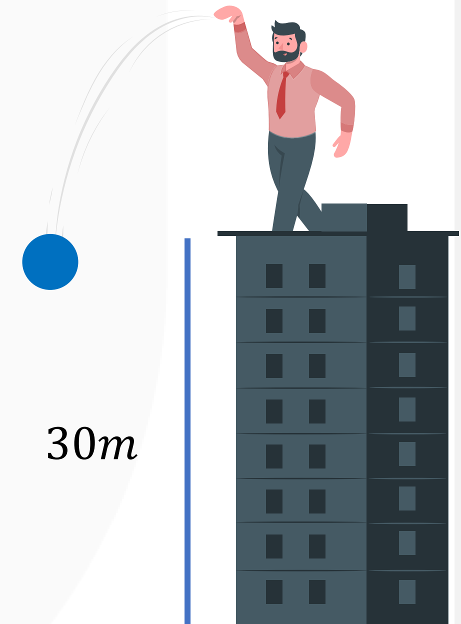
$= 2 \times 9.8 \times 30$

$= 588\ J$

ii. $E_k = E_p$

$\Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = 588$

$\therefore v = 24.25\ ms^{-1}$



গাণিতিক সমস্যা

- একজন বালক ও একজন লোক একত্রে দৌড়াচ্ছেন। বালকটির ভর লোকটির ভরের অর্ধেক এবং লোকটির গতিশক্তি বালকটির গতিশক্তির অর্ধেক। লোকটির যদি তার বেগের $1\ \mathrm{ms}^{-1}$ বৃদ্ধি করেন তবে তার গতিশক্তি বালকটির গতিশক্তির সমান হয়। এদের আদিবেগ নির্ণয় কর।

$m_2 = 2m_1$

$v_2' = v_2 + 1$

$E_{k_2} = \frac{1}{2} E_{k_1}$

v_1

m_1

E_{k_1}





m_2

E_{k_2}

v_2

Solution

$$E_{k_2} = \frac{1}{2} E_{k_1}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} m_1 v_1^2$$

$$\Rightarrow 2m_1 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \quad \ldots\ldots\ldots(i)$$

$$E_2' = E_{k_1}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m_2 {v_2'}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2$$

$$\Rightarrow 2m_1 (v_2 + 1)^2 = m_1 v_1^2 \quad \ldots\ldots\ldots(ii)$$

গাণিতিক সমস্যা

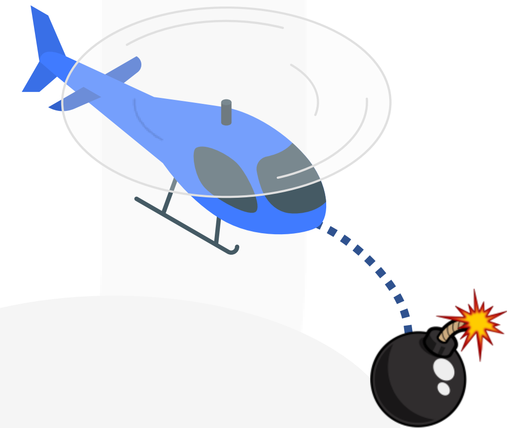
- 1 km উচুতে অবস্থিত একটি বিমান থেকে 500 g ভরের একটি বোমা ফেলে দেওয়া হলো। ভূমি স্পর্শ করার পূর্ব মূহূর্তে এর গতি শক্তি কত হবে ?

$$E_k = E_p$$

$$= mgh$$

$$= 0.5 \times 9.8 \times 1000 \text{ J}$$

$$= 4900 \text{ J}$$

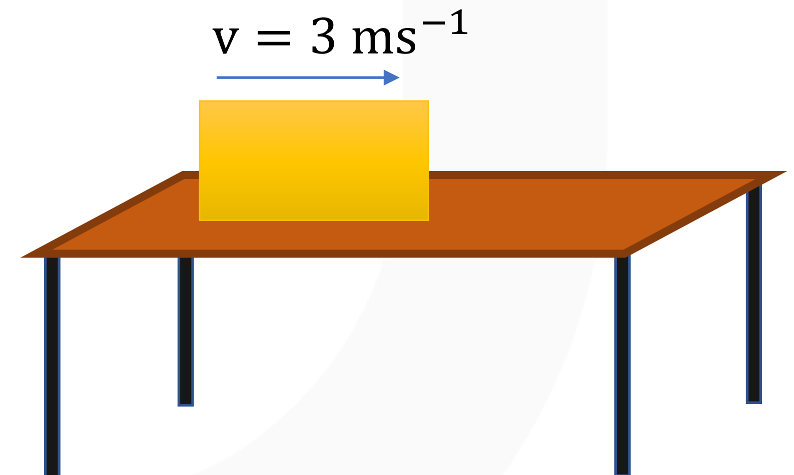


গাণিতিক সমস্যা

- 6 kg ওজনের একটি ব্লক মসৃণ অনুভূমিক টেবিলের ওপর $3\ ms^{-1}$ বেগে চলাকালীন অবস্থায় একটি স্প্রিংকে আঘাত করল এবং স্থিরাবস্থায় এল। স্প্রিং এর বল ধ্রুবক $25\ Nm^{-1}$ হলে স্প্রিং কতটা সংকুচিত হবে?

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kx^2$$

$$\therefore x = \sqrt{\frac{mv^2}{k}} = \sqrt{\frac{6 \times 3^2}{25}} = 1.47\ m$$



গাণিতিক সমস্যা

- ভূমি হতে 5m উচুঁ স্থান থেকে 2kg ভরের একটি বস্তু $3ms^{-1}$ বেগে খাড়া ওপরের দিকে উৎক্ষেপণ করা হলো। ভূমি স্পর্শ করার ঠিক আগের মুহূর্তে বস্তুটির গতিশক্তি কত?

$$v^2 = v_0^2 + 2gh$$ (h → উলম্ব সরণ)

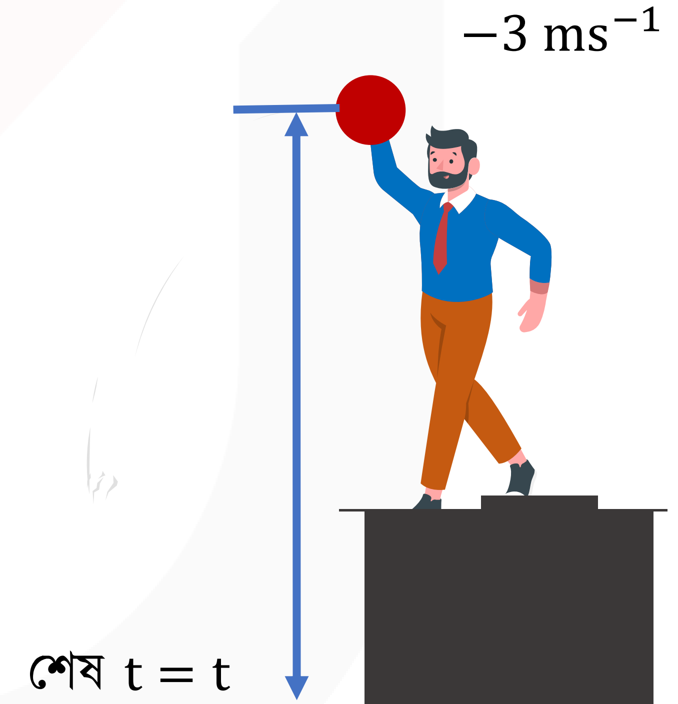
$$= (-3)^2 + 2 \times 9.8 \times 5$$

$$= 107$$

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

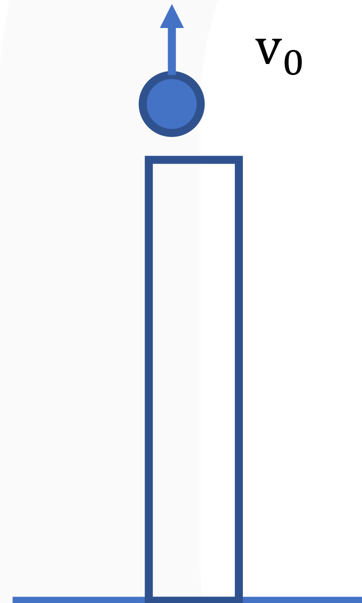
$$= 2 \times \frac{1}{2} \times 107$$

$$= 107 \text{ J}$$



Solution

$h \downarrow g \downarrow$



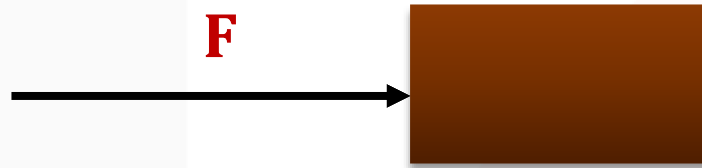
$\downarrow y + ve$

গাণিতিক সমস্যা

- **একটি বস্তুর ওপর একটি স্থির বল, $\mathbf{F} = (\hat{\imath} - 2\hat{\jmath} + 3\hat{k})\mathbf{N}$ ক্রিয়া করছে। নিম্নোক্ত ক্ষেত্রগুলিতে কৃত কাজ নির্ণয় কর:**

i. Z অক্ষ বরাবর 3m সরণ এবং

ii. Y বরাবর 4m সরণ হলে।



i) $\vec{x} = 3\hat{k}$

$\therefore W = \vec{F} . \vec{x}$

$= (\hat{\imath} - 2\hat{\jmath} + 3\hat{k}) . 3\hat{k}$

$= 9$ J

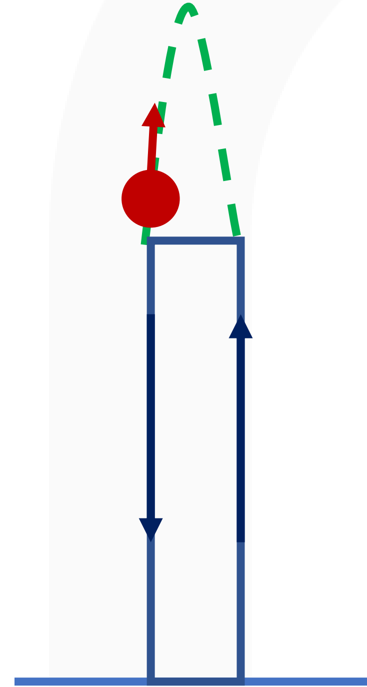
ii) $\vec{x}_1 = 4\hat{\jmath}$

$\therefore W = (\hat{\imath} - 2\hat{\jmath} + 3\hat{k}) . 4\hat{\jmath}$

$= -8$ J

Solution

উলম্ব সরণ



সরণ শূণ্য

শেষ অবস্থান – আদি অবস্থান

5 m

গাণিতিক সমস্যা

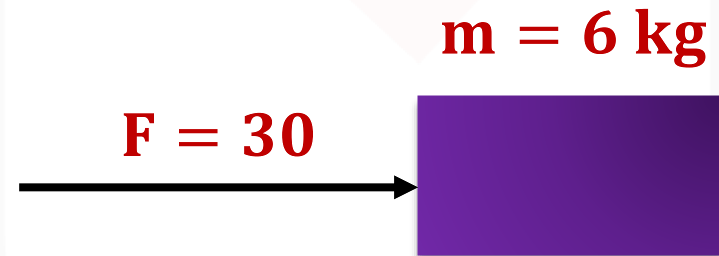
- 6kg ভরবিশিষ্ট একটি বস্তু স্থির অবস্থায় ছিল। 30N বল প্রয়োগ করায় 10s পর বস্তুটির গতিশক্তি কত হবে?

$$a = \frac{F}{m} = 5\ ms^{-2}$$

$$v = v_0 + at = 50\ ms^{-1}$$

$$E_k = \frac{1}{2} m\, v^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times (50)^2 \quad = 7500\ J$$



গাণিতিক সমস্যা

- একটি রাইফেলের গুলি নির্দিষ্ট পুরুত্বের একটি তক্তা ভেদ করতে পারে। ঐরূপ 16 টি তক্তা ভেদ করতে হলে বেগ কতগুণ হতে হবে?

- স্থিরাবস্থা থেকে 40kg ভরবিশিষ্ট কোনো বস্তু নির্দিষ্ট বলের ক্রিয়ার ফলে 2s পর $15ms^{-1}$ বেগ অর্জন করে। এর উপর কী পরিমাণ বল কাজ করছে এবং 4s পর এর গতিশক্তি কত হবে?

- 2kg ভরের একটি বস্তু $5ms^{-1}$ বেগে চলছিল। বস্তুটির ওপর 11J কাজ করা হলে শেষ বেগ কত হবে?

গাণিতিক সমস্যা

- একটি চাকার ভর 20kg এবং ব্যাসার্ধ 0.5m। চাকাটি $15ms^{-1}$ বেগে গড়িয়ে চলছে। এর গতিশক্তি নির্ণয় কর।

$$I = \frac{Mr^2}{2} = \frac{20 \times (0.5)^2}{2} = 2.5$$

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{15}{0.5} = 30 \text{ rad s}^{-1}$$

$$E_k = \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 2.5 \times (30)^2 + \frac{1}{2} \times 20 \times (15)^2 = 3375 \text{ J}$$



শক্তি (Energy)

স্থিতিশক্তি বা বিভবশক্তি (Potential Energy) :

বস্তু তার অবস্থানের পরিবর্তনের জন্য যে শক্তি অর্জন করে অথবা বস্থিত কণাসমূহের পারস্পরিক অবস্থান পরিবর্তনেরজন্য বস্তু যে শক্তি অর্জন করে তাকে বস্তুর স্থিতিশক্তি বা বিভবশক্তি বলে।

$E_p = 0$

সাম্যাবস্থা



শক্তি (Energy)

স্থিতিশক্তি বা বিভবশক্তি (Potential Energy) :

- খেলনার মোটর গাড়িতে স্প্রিং লাগানো থাকে। এই স্প্রিং-এ দম দিলে তা আকারে ছোট হয়। এই আকার পরিবর্তনের জন্য আমরা কাজ করি যা স্থিতিশক্তিরূপে স্প্রিং-এ সঞ্চিত হয়। দম ছেড়ে দিলে স্প্রিং-এর প্যাচ খুলে পুনরায় পূর্বের অবস্থায় ফিরে আসে। স্প্রিং-এর সাথে খেলনার চাকা লাগানো থাকে। ফলে চাকা ঘুরতে থাকে অর্থাৎ স্প্রিং স্থিতিশক্তির দরুন গাড়ি চালাতে কাজ করে।

শক্তি (Energy)

স্থিতিশক্তি বা বিভবশক্তি (Potential Energy) :

- হাত ঘড়িতে স্থিতিস্থাপক স্প্রিং-এর সাথে ঘড়ির চাকা যুক্ত থাকে। এই স্প্রিং-এ দম দিলে তা আকারে ছোট হয়। এই আকার পরিবর্তন তথা দম দেওয়ার জন্য আমরা কাজ করি যা স্প্রিং-এর মধ্যে স্থিতিশক্তিরূপে সঞ্চিত হয়। স্প্রিং-এর সাথে ঘড়ির কাটার এমন একটি সংযোগ থাকে যে স্প্রিং প্যাচ খুলে উল্টা দিকে ঘুরে আগের অবস্থায় ফিরে আসার সময় ঘড়ির কাঁটা ঘুরতে থাকে। প্রিং-এর স্থিতিশক্তি গতিশক্তিতে পরিণত হয়।

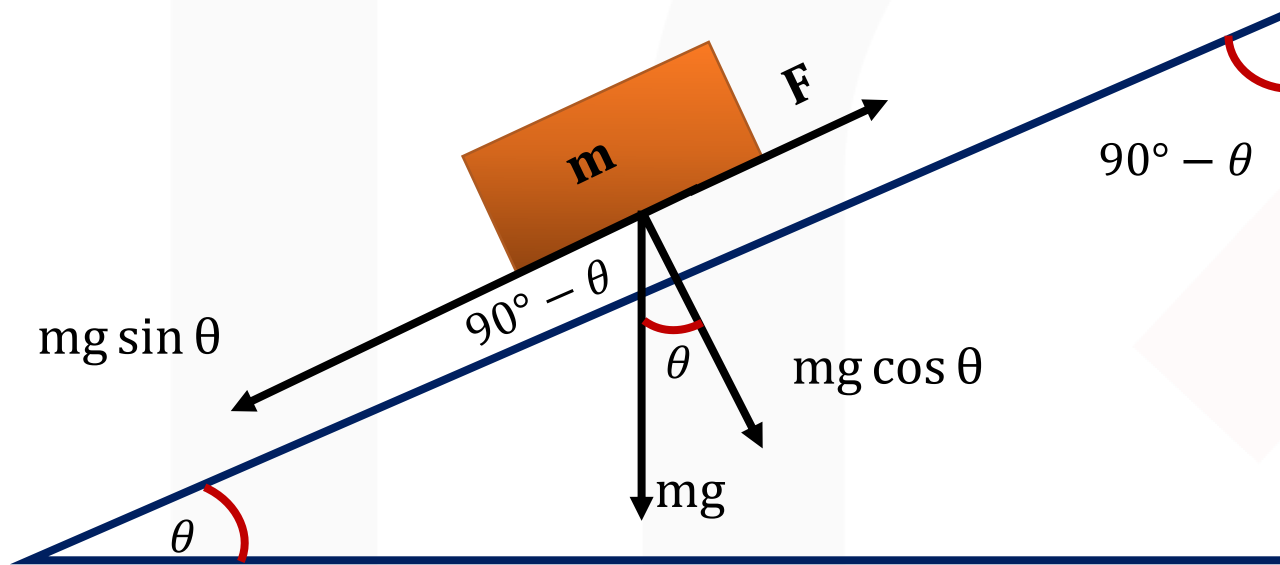
এরূপ ধনুকের ছিলাতে তীর লাগিয়ে টানলে, ধাতব পাতকে বাঁকালে,রবারকে প্রসারণ করলে সকলেই আকার পরিবর্তনের জন্য স্থিতিশক্তি লাভ করে।

শক্তি (Energy)

স্থিতিশক্তি বা বিভবশক্তি (Potential Energy) :

- উচ্চে অবস্থিত পানিতে, পাহাড়ের চূড়ায় বরফে এবং আকাশের মেঘে অবস্থান পরিবর্তনের জন্য স্থিতিশক্তি সঞ্চিত থাকে।

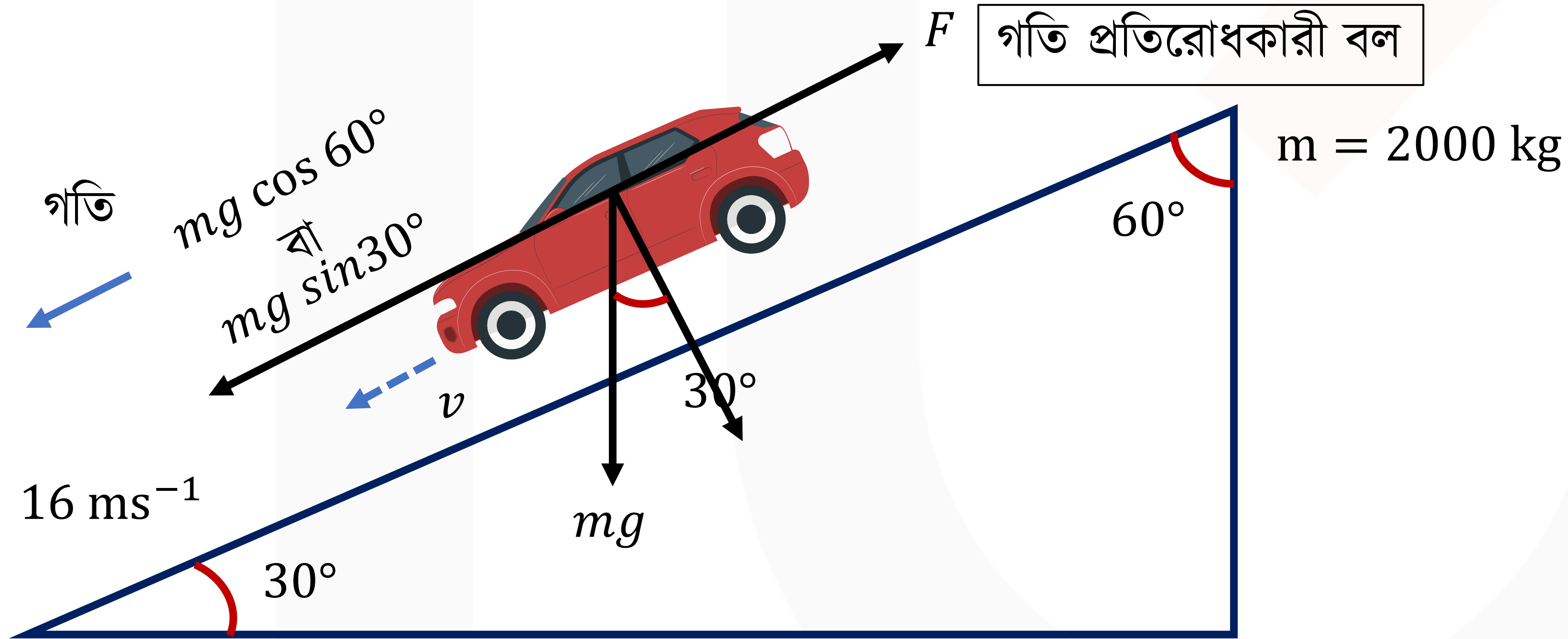
শক্তি (Energy)



অভিকর্ষীয় বিভবশক্তি

গাণিতিক সমস্যা

- 2000 kg ভরের একটি গাড়ি ভূমির সাথে 30° কোণে আনত একটি রাস্তা ধরে 16 ms^{-1} বেগে নিচে নামার সময় গাড়ির চালক ব্রেক প্রয়োগ করায় গাড়িটি 40m দূরত্ব অতিক্রম করার পর থেমে যায়। কী পরিমাণ গতি প্রতিরোধকারী বল গাড়িটির উপর ক্রিয়া করে ?



Solution

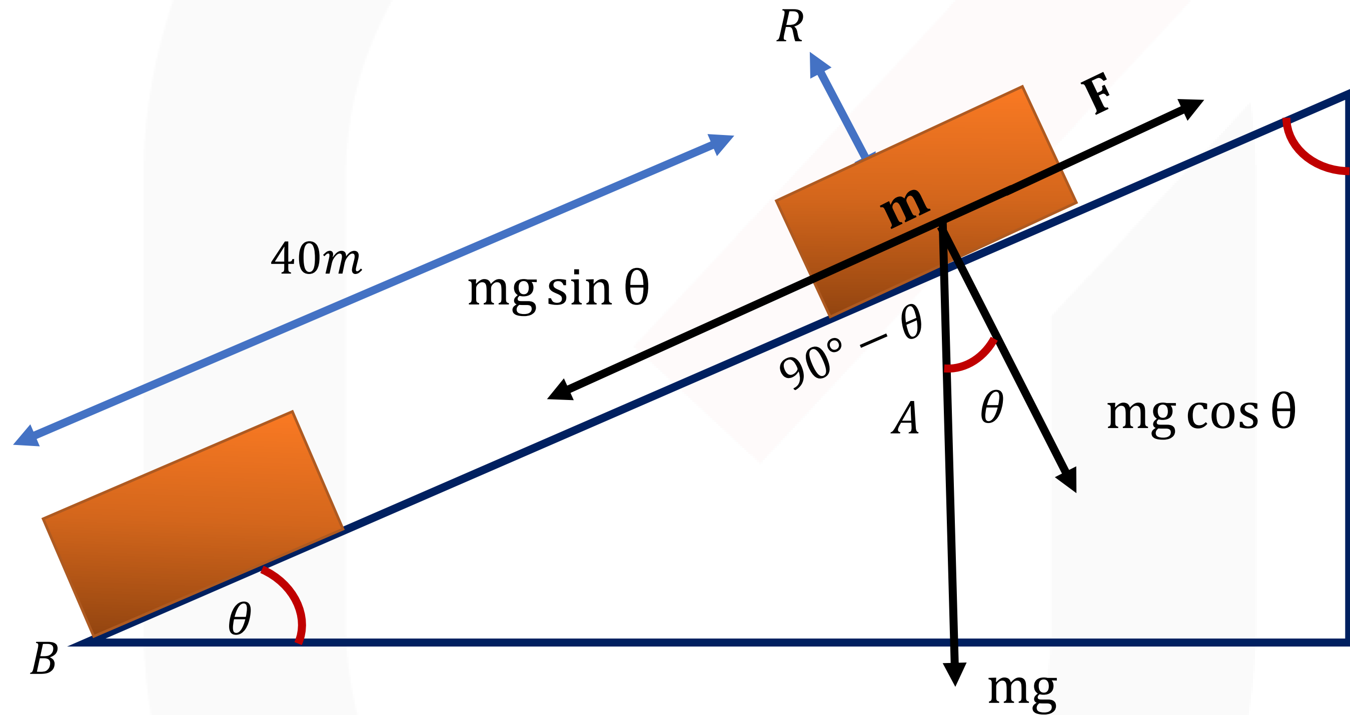
$m = 2000 \text{ kg}$

$v = 16 \text{ ms}^{-1}$

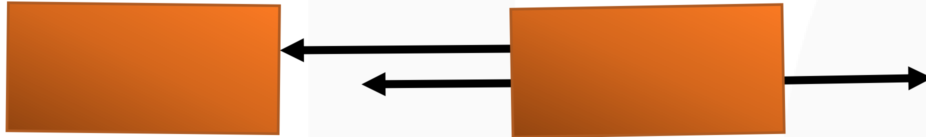
কাজ-শক্তি উপপাদ্য

$\frac{1}{2}mv^2 =$ কৃতকাজ

$$\frac{1}{2}mv^2 = \sum \vec{F}.\vec{s}$$



Solution



Here,

$m = 2000$ kg

$v_o = 16\ ms^{-1}$

$s = 40$ m

$g = 9.8\ ms^{-2}$

$$E_k = \sum F_A . s$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = (mg \sin\theta - F) \times s$$

$$\sum F_A = mg \sin\theta - F$$

$$\Rightarrow F = \frac{mg \sin\theta . s - \frac{1}{2}mv^2}{s} = -16200 \text{ N}$$

Ans: 16200 N

গাণিতিক সমস্যা

স্থিতিশক্তির প্রকারভেদ (Types of Potential Energy) :

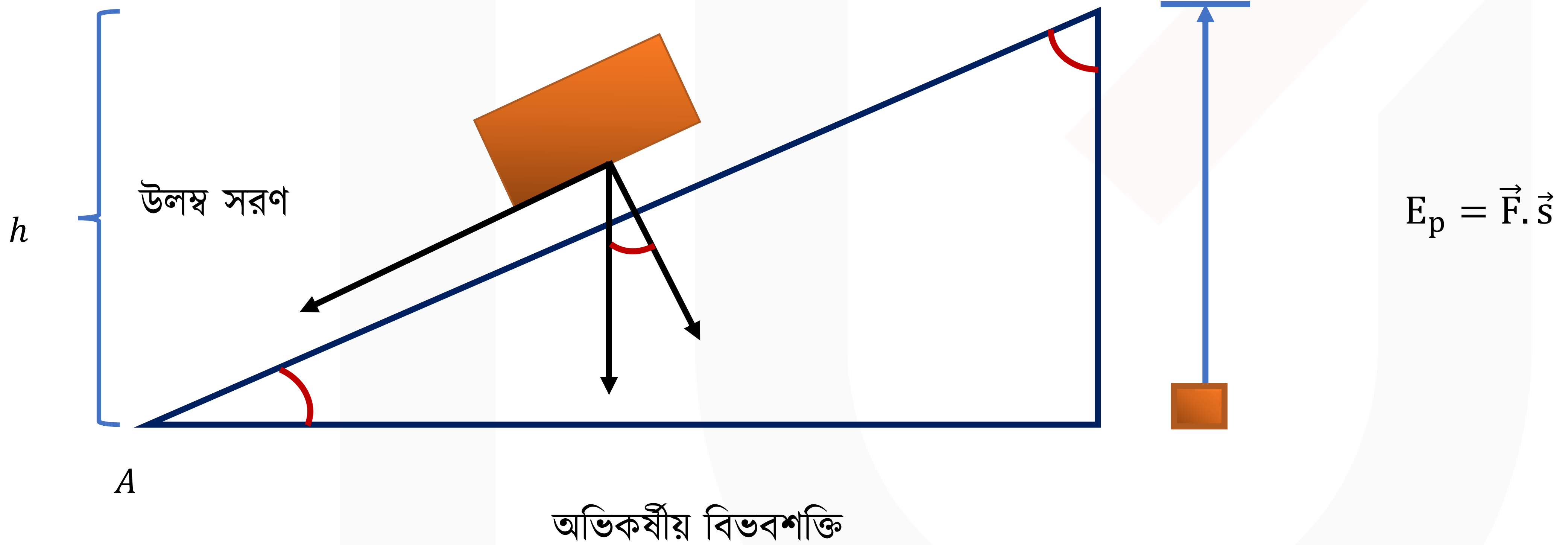
স্থিতিশক্তি বা বিভব শক্তি বিভিন্ন প্রকার; যথা -

1) অভিকর্ষীয় স্থিতিশক্তি বা অভিকর্ষীয় বিভবশক্তি (Gravitational potential energy)
2) স্থিতিস্থাপক বিভবশক্তি (Elastic potential energy)
3) তড়িৎ বিভবশক্তি (Electric potential energy)



শক্তি (Energy)

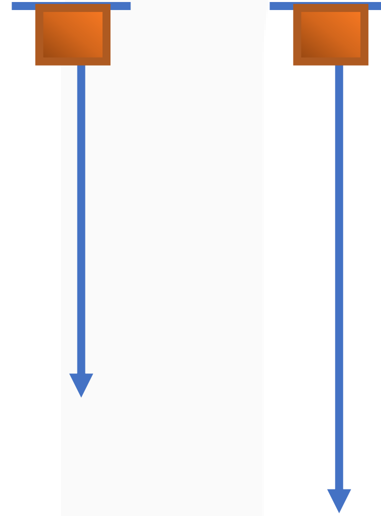
অভিকর্ষীয় বিভবশক্তি পথের উপর নির্ভরশীল নয় :



$$E_p = \vec{F}.\vec{s}$$

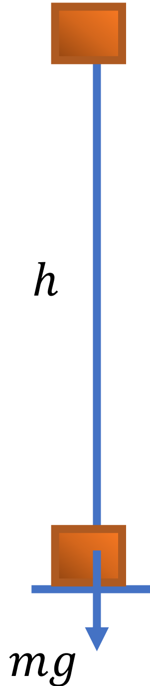
শক্তি (Energy)

অভিকর্ষীয় বিভবশক্তি নির্দেশ তলের উপর নির্ভরশীল :



জেনে রাখোঃ

খনির তলদেশ ও ভূপৃষ্ঠের সাপেক্ষে অভিকর্ষজ বিভব শক্তির মান ভিন্ন হয় :



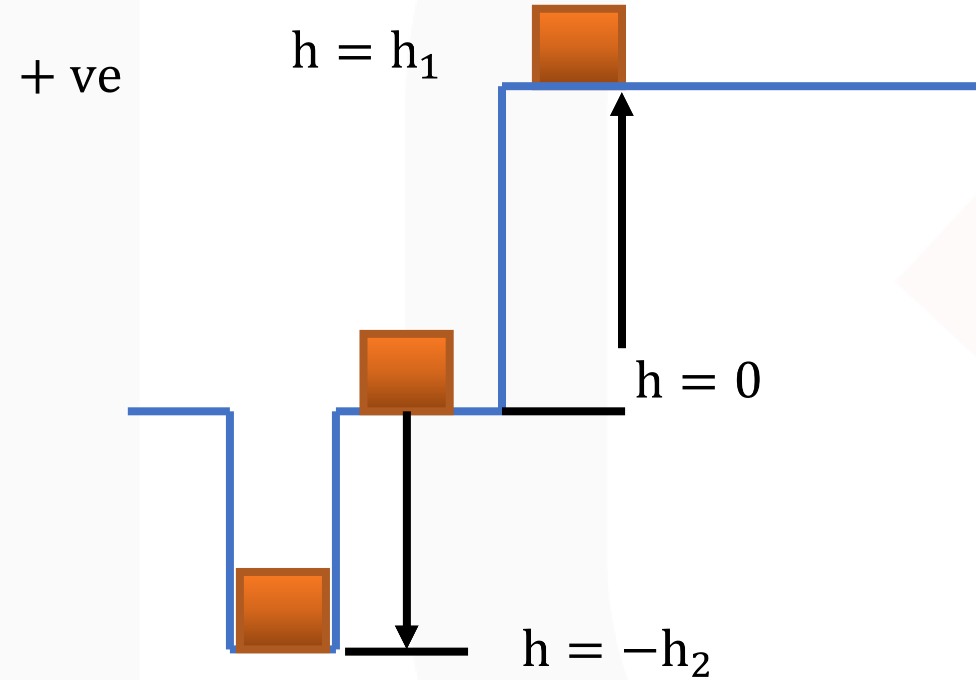
কোনো বস্তুকে তার অবস্থান থেকে উপরে তোলা হলে বস্তুর মধ্যে বিভব শক্তির সঞ্চার ঘটে। আমরা জানি, m ভরের কোনো বস্তুকে কে ভূমি হতে h উচ্চতায় উঠাতে কৃতকাজ হচ্ছে বস্তুতে সঞ্চিত বিভব শক্তির পরিমাণ। এক্ষেত্রে কৃতকাজ হচ্ছে বস্তুর উপর প্রযুক্ত অভিকর্ষজ বল তথা বস্তুর ওজন এবং উচ্চতার গুণফলের সমান।

অর্থ্যাৎ বিভব শক্তি = বস্তুর ওজন × উচ্চতা = mgh.

যেহেতু বস্তুর ভর m এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ নির্দিষ্ট, সেহেতু একটি নির্দিষ্ট স্থানে অভিকর্ষজ বিভব শক্তির মান শুধুমাত্র বস্তুর উচ্চতার উপর নির্ভর করে। তাই, খনির তলদেশ ও ভূপৃষ্ঠের সাপেক্ষে কোনো বস্তুর অভিকর্ষজ বিভব শক্তির মান ভিন্ন ভিন্ন হয়। কারণ, এ দুই অবস্থানের জন্য বস্তুর উচ্চতা h এর তারতম্য ঘটে।

শক্তি (Energy)

অভিকর্ষীয় বিভবশক্তি ঋণাত্মক হতে পারে :

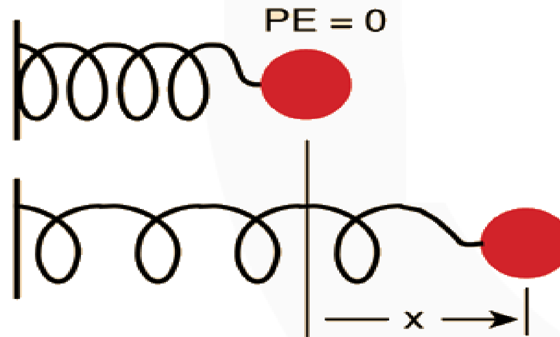


অভিকর্ষীয় বিভবশক্তি

শক্তি (Energy)

স্থিতিস্থাপক বিভবশক্তি :

মনে কর, একটি স্থিতিস্থাপক (elastic) বস্তু নেওয়া হলো। এ বস্তুর বিভিন্ন অংশের মধ্যে পারস্পরিক অবস্থানের পরিবর্তন ঘটানো হলো। এর ফলে বস্তুটির আকৃতি পরিবর্তিত হয়। আকৃতির এ পরিবর্তন ঘটানোর জন্য যে কাজ করা হয় তা বস্তুটির মধ্যে বিভবশক্তিরূপে সঞ্চিত হয়। বস্তুটি পূর্বের আকৃতিতে ফিরে আসার সময় এ সঞ্চিত শক্তি ব্যয় করে কাজ করতে পারে। কাজ করার ফলে বিভবশক্তি কমতে থাকে। অবশেষে পূর্বের স্বাভাবিক আকৃতিতে ফিরে এলে বিভবশক্তি শূন্যে পরিণত হয়। যেমন-



শক্তি (Energy)

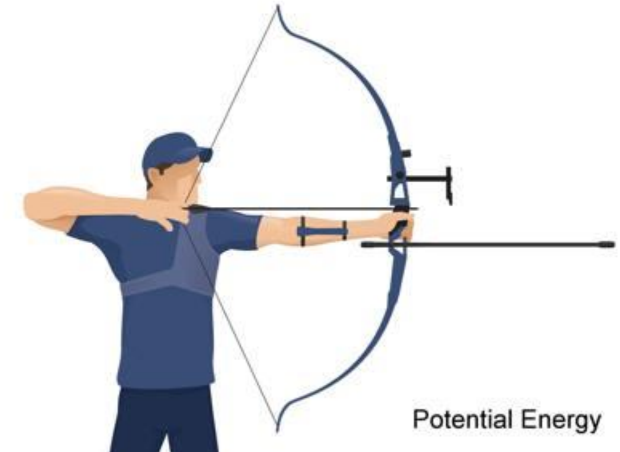
স্থিতিস্থাপক বিভবশক্তি :

- আমরা জানি, ঘড়িতে দম (চাবি) দিলে ঘড়ি চলে। দম (চাবি) দিয়ে ঘড়ির স্প্রিংকে সংকুচিত করতে যে কাজ করা হয়তা ঘড়ির মধ্যে বিভবশক্তি হিসেবে সঞ্চিত হয়। এ বিভবশক্তির সাহায্যেই ধীরে ধীরে পাক খুলে স্প্রিংটি ঘড়িটিকে চালাতে পারে। স্প্রিংটি স্বাভাবিক অবস্থায় ফিরে এলে তার আর বিভবশক্তি থাকে না। তখন ঘড়ি বন্ধ হয়ে যায়।

শক্তি (Energy)

স্থিতিস্থাপক বিভবশক্তি :

- স্বাভাবিক আকারে ধনুক থাকলে তার থেকে তীর ছোঁড়া যায় না। ধনুকের ছিলাকে টেনে ধরলে তার স্বাভাবিক আকৃতির পরিবর্তনের ফলে তার মধ্যে বিভবশক্তি সঞ্চিত হয়, ফলে ধনুকটি কার্য করতে পারে অর্থাৎ ধনুক থেকে তীর ছোঁড়া যায়।



শক্তি (Energy)

গতিশক্তি	বিভবশক্তি
১. কোন গতিশীল বস্তু গতির জন্য যে শক্তি অর্জন করে তাকে গতিশক্তি বলে।	১. স্বাভাবিক অবস্থা বা অবস্থান থেকে অন্য অবস্থায় বা অবস্থানে আনার জন্য বস্তু যে শক্তি সঞ্চয় করে তাকে বিভবশক্তি বলে।
২. m ভরের বস্তুর বেগ v হলে এর গতিশক্তি $\frac{1}{2}mv^2$।	২. m ভরের বস্তু ভূপৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায় থাকলে এর অভিকর্ষজ বিভবশক্তি mgh
৩. বস্তুর গতিশক্তি নির্ণয়ে কোন প্রসঙ্গ বস্তু বা প্রসঙ্গ তলের প্রয়োজন হয় না।	৩. বিভব শক্তি প্রসঙ্গ বস্তু বা প্রসঙ্গ তলের সাপেক্ষে নির্ণয় করা যায়। কোথা থেকে উচ্চতা পরিমাপ করা হচ্ছে অভিকর্ষজ বিভবশক্তি তার উপর নির্ভরশীল।
৪. বস্তুর বেগ না থাকলে তার গতিশক্তি থাকে না।	৪. কোন একটি তলের সাপেক্ষে বিভব শক্তি না থাকলে অন্য তলের সাপেক্ষে তার বিভবশক্তি থাকতে পারে।
৫. গতিশক্তি বস্তুর অণু পরমাণুগুলোর আপেক্ষিক অবস্থানের ওপর নির্ভর করে না	৫. বিভবশক্তি বস্তুর অণু পরমাণুগুলোর আপেক্ষিক অবস্থানের ওপর নির্ভর করে।

শক্তি (Energy)

- 30m উচ্চতা থেকে একটি বস্তুকে বিনা বাধায় পড়তে দিলে কোথায় উহার গতিশক্তি বিভবশক্তির দ্বিগুণ হবে?

$$E_P = mg(30 - y)$$

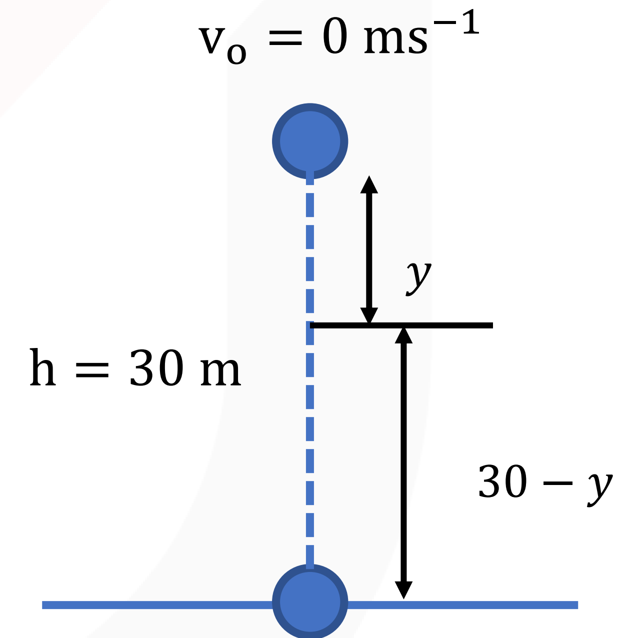
$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

$$= \frac{1}{2}m \times 2gy$$

$$= mgy$$

$$v^2 = v_0^2 + 2gy$$

$$\Rightarrow v^2 = 2gy$$



Solution

$$E_k = 2E_P$$

$$\Rightarrow mgy = 2 \times mg(30 - y)$$

$$\Rightarrow y = 2 \times (30 - y)$$

$$\Rightarrow y = 60 - 2y$$

$$\Rightarrow 3y = 60$$

$$\therefore y = 20$$

Ans: সর্বোচ্চ উচ্চতা থেকে 20 m নিচে।

গাণিতিক সমস্যা

- 25m উচ্চতা হতে 4 kg ভর মুক্তভাবে অভিকর্ষের টানে পড়তে থাকলে 2s পরে ভরটির গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তি কত হবে?

$$E_{k_A} = \frac{1}{2}mv^2$$

$$= \frac{1}{2}m(v_o + gt)^2$$

$$= \frac{1}{2}m(gt)^2$$

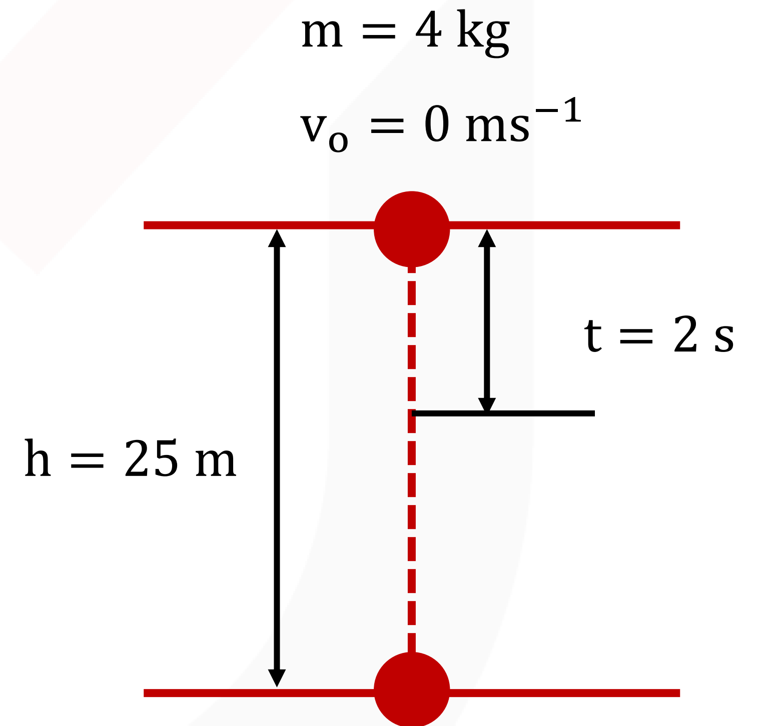
$$= \frac{1}{2} \times 4 \times (9.8 \times 2)^2$$

$$= 768.32\ \text{J}$$

$$E_P = mgh$$

$$= 4 \times 9.8 \times 25$$

$$= 980\ \text{J}$$



Solution

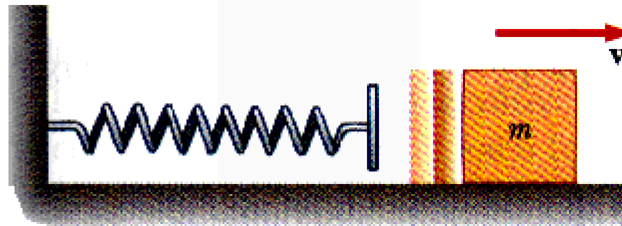
$$E_{P_A} = E_P - E_{k_A}$$

$$= 980 - 768.32 \text{ J}$$

$$= 211.68 \text{ J}$$

গাণিতিক সমস্যা

- একটি বন্দুকের স্প্রিংকে 4cm সংকুচিত করে 10 g ভরের একটি গুলি ছোড়া হলো। স্প্রিংটি যখন সাম্যাবস্থায় পৌছে তখন সদ্যমুক্ত গুলির বেগ কত? (স্প্রিং ধ্রুবকের মান 200 Nm^{-1})



$$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\therefore v = \sqrt{\frac{k}{m}x^2} = \sqrt{\frac{200}{0.01} \times (0.04)^2} = 5.66\ ms^{-1}$$

গাণিতিক সমস্যা

- দেখাও যে, পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে নির্দিষ্ট দূরত্ব অতিক্রমে গতিশক্তি যতটুকু বৃদ্ধি পায় বিভবশক্তি ততটুকু হ্রাস পায়।
- একটি বস্তুকে নির্দিষ্ট উচ্চতা থেকে ফেলে দেয়া হলো। ভূমি হতে 10m উচ্চতায় গতিশক্তি বিভবশক্তির দ্বিগুণ হলে কত উচ্চতা থেকে বস্তুটি ফেলা হয়েছিল?
- স্থির অবস্থায় থাকা 50kg ভরের একটি গাড়ি নির্দিষ্ট বলের ক্রিয়ায় 2s পর $15ms^{-1}$ বেগ অর্জন করে। এর ওপর প্রযুক্ত বল নির্ণয় কর এবং 4s এর গতিশক্তি কত হবে?
- পুত্রের ভর পিতার ভরের অর্ধেক। পিতার গতিশক্তি পুত্রের গতিশক্তির অর্ধেক। পিতার বেগ বাড়ালে $1\ ms^{-1}$ তার গতিশক্তি পুত্রের গতিশক্তির সমান হয়। উভয়ের বিগ নির্ণয় কর।
- 100m উচ্চতা থেকে 5kg ভর মুক্তভাবে অভিকর্ষের টানে পড়তে থাকলে 4 sec পরে ভরটির গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তি কত হবে?
- 18m দৈর্ঘ্যের একটি মই ভূমির সাথে $60°$ কোণে ছাদের সাথে হেলানো অবস্থায় রাখা আছে। 80kg ভরের এক ব্যাক্তি 30kg ভরের একটি বোঝা নিয়ে মইটিকে অতিক্রম করলো। কৃতকাজ নির্ণয় কর।

গাণিতিক সমস্যা

- 2 kg ভরের একটি বস্তুকে ভূমি হতে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো এবং বস্তুটি 8 sec পরে পুনরায় ভূমিতে ফিরে এলো। নিক্ষেপের মুহূর্তে এবং নিক্ষেপের 2 sec পরে বস্তুটির বিভবশক্তি এবং গতিশক্তি কত? দেয়া আছে, মধ্যাকর্ষণজনিত ত্বরণ $g = 9.8ms^{-2}$ ।

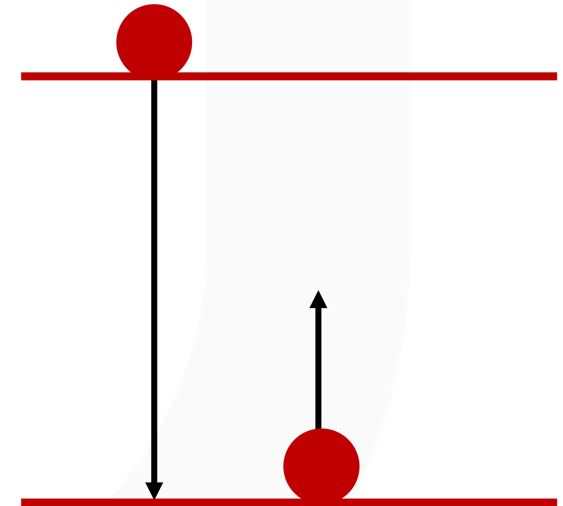
$$T = \frac{2v_o}{g}$$

$$\Rightarrow v_o = g\frac{T}{2} = 39.2\ ms^{-1}$$

Here,

$T = 8\ s$

$g = 9.8\ ms^{-2}$



Solution

নিক্ষেপের মুহূর্তে,

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times (39.2)^2$$

$$= 1536.64 \text{ J}$$

এবং, $E_P = 0$

❖ 2 sec পরে বস্তুটির বিভবশক্তি এবং গতিশক্তি কত?

H.W

গাণিতিক সমস্যা

- একটি স্প্রিং কে উল্লম্বভাবে ঝুলিয়ে এর নিচ প্রান্তে 0.5 kg ভর ঝুলালে 0.2 m প্রসারিত হয়। স্প্রিংটি 0.5 m প্রসারিত করা হলে কী পরিমাণ বিভব শক্তি সঞ্চিত হবে নির্ণয় কর।

Here,

$m = 0.5\ \text{kg}$

$x = 0.2\ \text{m}$

$g = 9.8\ \text{ms}^{-2}$

$$F = kx$$

$$\Rightarrow k = \frac{F}{x}$$

$$= \frac{mg}{x}$$

$$= 24.5\ \text{Nm}^{-1}$$

$$U = \frac{1}{2} k x_1^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 24.5 \times (0.5)^2$$

$$= 3.06\ \text{J}$$



গাণিতিক সমস্যা

- 2 kg ভরের একটি বস্তু ভূপৃষ্ঠ হতে 15 m ওপরে আছে। নিচে ফেলে দিলে এটি ভূপৃষ্ঠকে $10\ ms^{-1}$ বেগে আঘাত করে। পতনের সময় স্থিতিশক্তি এবং বস্তুটির ওপর ক্রিয়ারত ঘর্ষণজনিত ব্যায়িত শক্তি ও ঘর্ষণ বল কত হবে?

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times 10^2$$

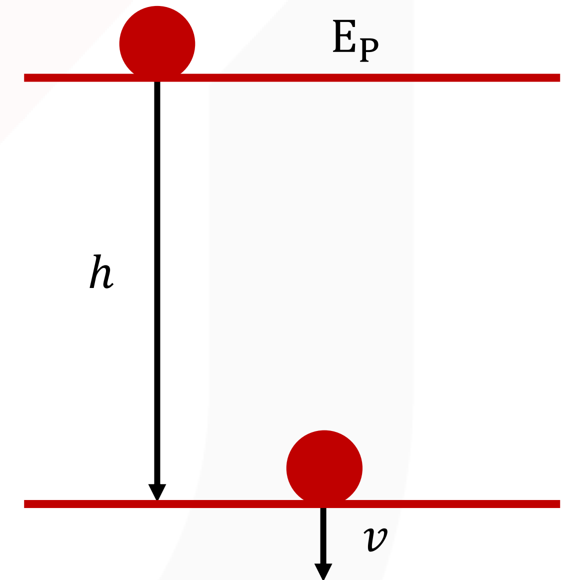
$$= 100\ J$$

$$E_P = 2 \times 9.8 \times 15 = 294\ J$$

$$F_r . h = E_P - E_k$$

$$\Rightarrow F_r = \frac{E_P - E_k}{h}$$

$$= 12.93\ N$$



গাণিতিক সমস্যা

- 60 kg ভরের জনৈক ব্যাক্তি 20 মিনিটে 180 m উচ্চ চূড়ায় আরোহণ করেন। তার বিভবশক্তি কত? কাজ ও প্রযুক্ত ক্ষমতা নির্ণয় কর।

$$E_p = mgh$$
$$= 60 \times 9.8 \times 180$$
$$= 10.6 \times 10^4 \text{ J}$$

$$P = \frac{W}{t}$$
$$= \frac{10.6 \times 10^4}{20 \times 60}$$
$$= 88.2 \text{ J}$$



গাণিতিক সমস্যা

- **250 m উঁচু একটি ঝরনা থেকে পানি মাটিতে পড়ে অনুভূমিক ভাবে নির্দিষ্ট গতিবেগে গড়িয়ে যাচ্ছে। শক্তির কোনো অপচয় নেই ধরে নিয়ে পানি কী বেগে গড়িয়ে যাবে বের কর।**

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh$$

$$\therefore v = \sqrt{2gh}$$

$$= \sqrt{2 \times 9.8 \times 250}$$

$$= 70\ ms^{-1}$$

শক্তি (Energy)

শক্তির সংরক্ষণ নীতি বা নিত্যতা সূত্র :

শক্তি অবিনশ্বর, শক্তিকে সৃষ্টি করা যায় না বা শক্তিকে ধ্বংসও করা যায় না। এ বিশ্বব্রহ্মাণ্ডে মোট শক্তির পরিমাণ ধ্রুব। সৃষ্টির আদিতে যে পরিমাণ শক্তি ছিল আজও সে পরিমাণ শক্তি বর্তমান। শক্তিকে কেবলমাত্র একরূপ থেকে অন্যরূপে রূপান্তরিত করা যায়।

আইনস্টাইনের আপেক্ষিকতাবাদ (Theory of relativity) আবিষ্কারের পর শক্তির নিত্যতা সূত্রের সংশোধিত রূপ হলো- এ মহাবিশ্বের ভর ও শক্তির যোগফল ধ্রুব। মহাবিশ্বের মোট ভর বা মোট শক্তি আলাদাভাবে ধ্রুবক নয়। ভর থেকে শক্তি এবং শক্তি থেকে ভর সৃষ্টি করা যায়।

$$E = mc^2$$

শক্তি (Energy)

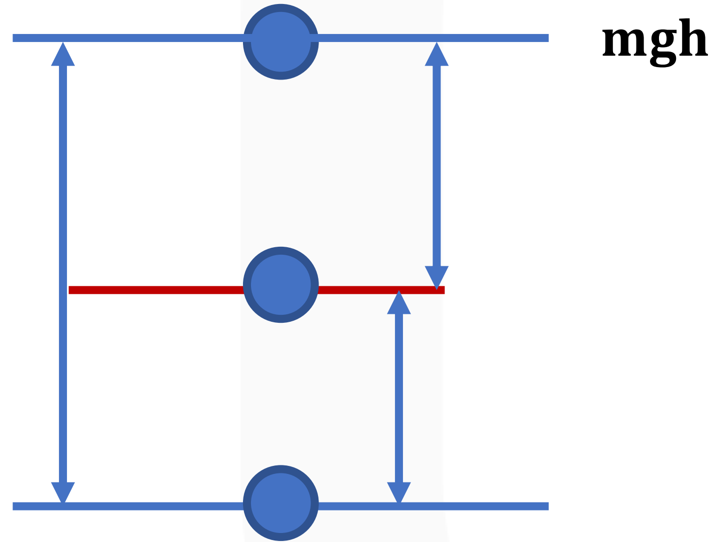
যান্ত্রিক শক্তির সংরক্ষণ নীতি
(Principle of conservation of Machanical Energy) :

কোনো বস্তুর স্থিতিশক্তি ও গতিশক্তির যোগফলকে তার মোট যান্ত্রিক শক্তি বলে।

শক্তি (Energy)

খাড়া উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুর সর্বোচ্চ উচ্চতার ক্ষেত্রে :

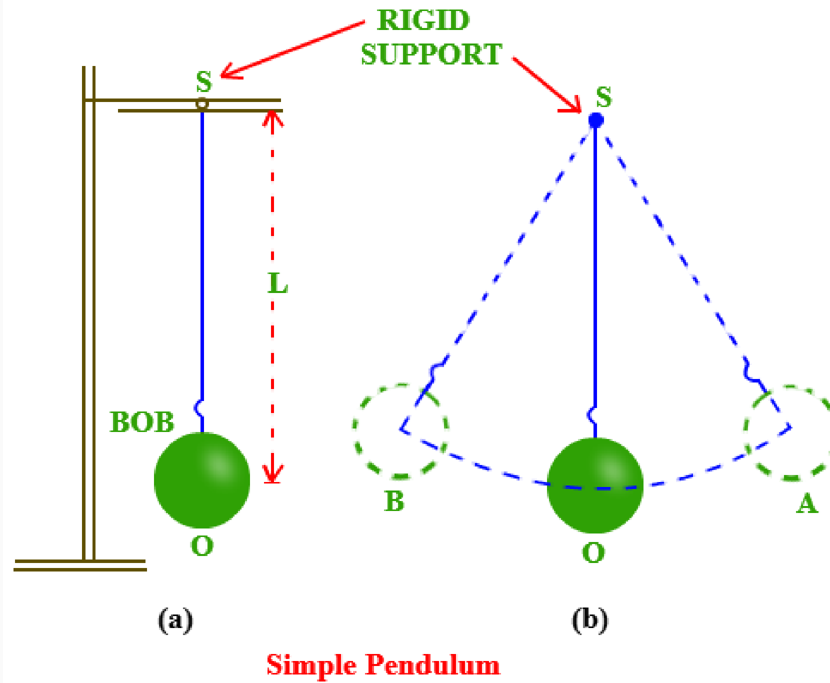
$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh$$



শক্তির নিত্যতা

শক্তি (Energy)

সরল দোলকের ক্ষেত্রে যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা :



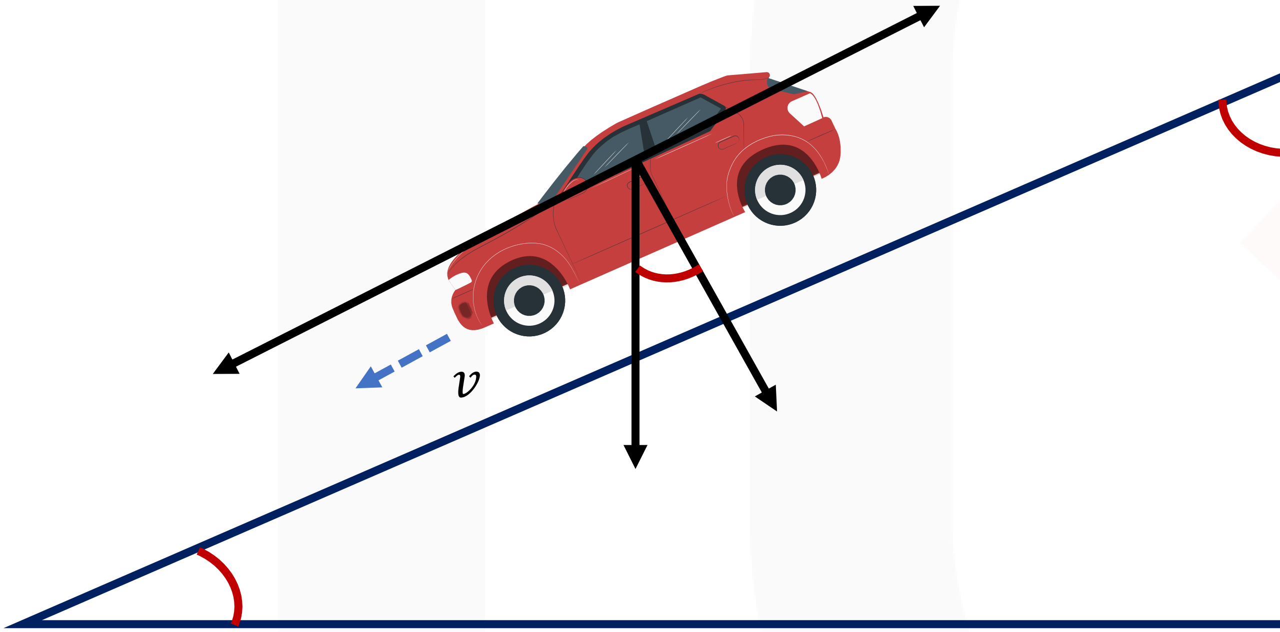
Simple Pendulum

$$1^\circ \leq \theta \leq 4^\circ$$

সরল দোলক

শক্তি (Energy)

আনত মসৃণ তল বরাবর গতিশীল বস্তুর ক্ষেত্রে যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা :



আনত তল বরাবর গতিশীল বস্তু

গাণিতিক সমস্যা

- একটি সরল দোলকের পিন্ডের ভর 2.5 kg ও কার্যকরী দৈর্ঘ্য 1.3 m। উল্লম্ব রেখা হতে 0.5 m দূরে টেনে ছেড়ে দিলে গতিপথের সর্বনিম্ন বিন্দু অতিক্রমকালে পিন্ডের বেগ ও গতিশক্তি নির্ণয় কর।

Here,

$AB = 1.3\ \text{m}$

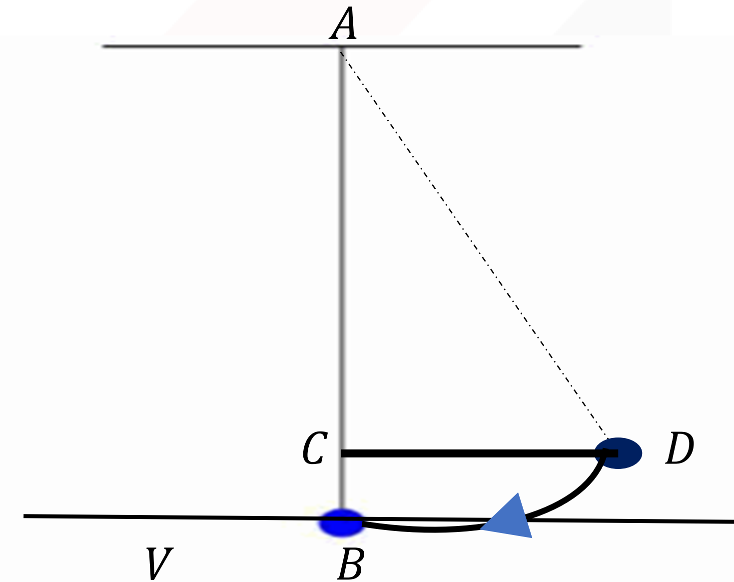
$m = 2.5\ \text{kg}$

$CD = 0.5\ \text{m}$

$$AC = \sqrt{(AB)^2 - (CD)^2}$$

$$= \sqrt{(1.3)^2 - (0.5)^2}$$

$$= 1.2\ \text{m}$$

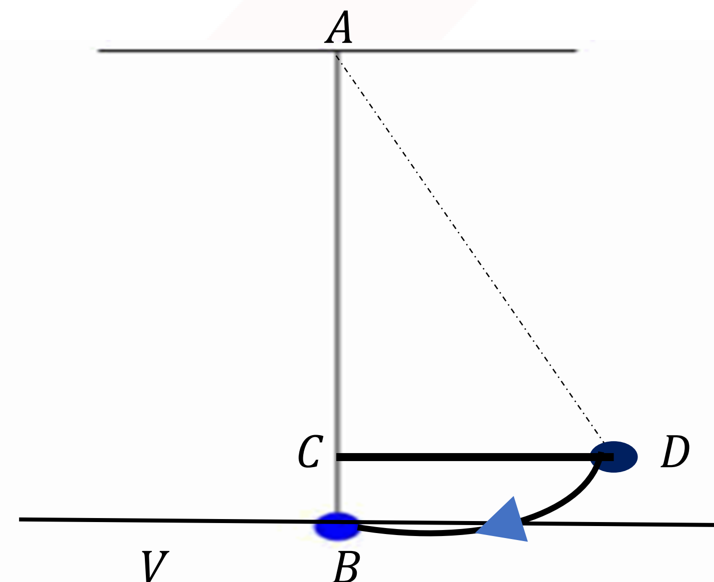


সরল দোলক

Solution

$$y = BC$$
$$= 1.3 - 1.2$$
$$= 0.1$$
$$v = \sqrt{2 \times 9.8 \times 0.1}$$
$$= 1.4\ \text{ms}^{-1}$$

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$
$$= \frac{1}{2} \times 2.5 \times (1.4)^2$$
$$= 2.45\ \text{J}$$



সরল দোলক

HOME WORK

- 50 kg ভরের একটি কার্টুন ভূমি থেকে 8 m উঁচু ভবনের ছাদে উঠাতে 10 m লম্বা মসৃণ আনত তল ব্যবহার করা হলো।

  i. ছাদে উঠাতে কৃতকাজের পরিমাণ কত?
  ii. খাড়া উপরে উঠাতে প্রয়োজনীয় বল এবং আনত তলের সমান্তরালে প্রযুক্ত বল প্রয়োগে ছাদে উঠাতে প্রয়োজনীয় বলের মধ্যে পার্থক্য দেখাও। $[g = 9.8\ ms^{-2}]$ এবং
  iii. দেখাও যে, উভয়ক্ষেত্রে কাজের পরিমাণ একই।

- একটি বস্তুকে নির্দিষ্ট উচ্চতা থেকে ফেলে দেওয়া হলো। ভূমি হতে 10 m উচ্চতায় বস্তুটির গতিশক্তি স্থিতিশক্তির দ্বিগুণ হলে,

  i. কত উচ্চতা থেকে ফেলে দেওয়া হয়েছিলো?
  ii. ভূমিতে আঘাত করার সময় মোট শক্তি ও সর্বোচ্চ উচ্চতায় মোট শক্তি অভিন্ন হবে কি-না? গাণিতিক যুক্তি দাও।

- একটি সরল দোলকের ববের ভর 0.2 kg ও কার্যকর দৈর্ঘ্য 1 m। উল্লম্ব রেখা হতে 0.4 m দূরে টেনে ছেড়ে দিলে গতিপথের সাম্যাবস্থান অতিক্রমকালে ববের বেগ ও গতিশক্তি নির্ণয় কর। A ও B বিন্দুতে শক্তির সংরক্ষণশীলতা প্রযোজ্য হয় কি-না বিশ্লেষণ কর।

- 30 m উচ্চতা থেকে একটি বস্তুকে বিনা বাধায় পড়তে দিলে কোথায় এর গতিশক্তি বিভবশক্তির দ্বিগুণ হবে?

ক্ষমতা (Power)

ক্ষমতার ধারণা :

কোনো একটি উৎসের কাজ করার হারকে ক্ষমতা বলে এবং একক সময়ের কৃত কাজ দ্বারা ক্ষমতা পরিমাপ করা হয়।

$$\Delta t s \longrightarrow W$$

$$1s \longrightarrow \boxed{\frac{W}{t}} \longrightarrow Power$$



ক্ষমতা (Power)

ক্ষমতার একক (Unit of Power) :

$$\text{ক্ষমতা} = \frac{\text{কাজ}}{\text{সময়}} = \frac{\text{জুল}}{\text{সেকেন্ড}} = \text{জুল/সেকেন্ড } (Js^{-1})$$

এস.আই. বা আন্তর্জাতিক পদ্ধতিতে ক্ষমতার একক **জুল/সে.** বা **ওয়াট (watt)**। **এক সেকেন্ডে এক জুল কাজ করার ক্ষমতাকে এক জুল/সে. বা এক ওয়াট বলে।**

ক্ষমতা (Power)

ক্ষমতার মাত্রা সমীকরণ :

ক্ষমতা, $P = \frac{W}{t} = \frac{\text{বল} \times \text{সরণ}}{\text{সময়}}$

ক্ষমতার মাত্রা সমীকরণ, $[P] = \frac{[\text{বল}]\ [\text{সরণ}]}{[\text{সময়}]}$

$= \left[\frac{MLT^{-2} \times L}{T}\right]$

$= [ML^2T^{-3}]$

ক্ষমতা (Power)

'কোনো যন্ত্রের ক্ষমতা 50 জুল/সে.।' –

উক্ত উক্তি দ্বারা বুঝি যন্ত্রটি প্রতি সেকেন্ডে 50 জুল কাজ করতে পারে।

ওয়াট অপেক্ষা বড় মানের আরও একটি একক ক্ষমতা প্রকাশের জন্য ব্যবহৃত হয়। এর নাম কিলোওয়াট (K.W.)।

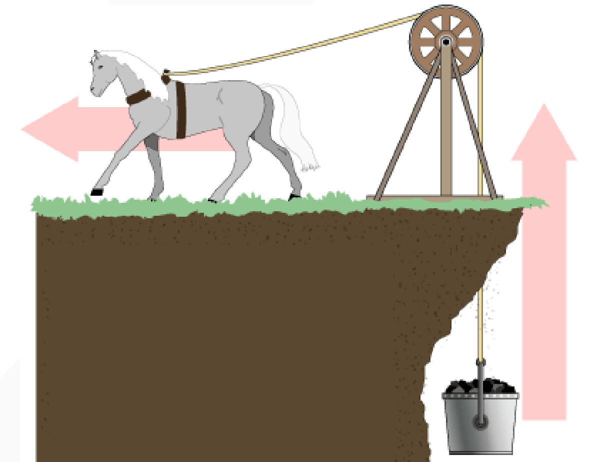
$$1 \text{ kW} = 10^3 \text{ W}$$

ক্ষমতা (Power)

অশ্ব-ক্ষমতা (Horse-power) :

প্রতি সেকেন্ডে **746 জুল** কাজ করার ক্ষমতাকে **এক অশ্ব-ক্ষমতা** বলে।

∴ 1 অশ্ব ক্ষমতা = 746 জুল/সেকেন্ড = 746 ওয়াট (watt)



ক্ষমতা (Power)

বৈদ্যুতিক ব্যবহারিক একক :

ক্ষমতার বৈদ্যুতিক ব্যবহারিক একককে ওয়াট (watt) বলে।

$\therefore$ 1 ওয়াট = 1 জুল/সেকেন্ড

$\therefore$ 1 কিলোওয়াট = 1000 ওয়াট

$\therefore$ 1 মেগাওয়াট (Mega watt) = 1000 কিলোওয়াট = 10^6 ওয়াট = 10^6 জুল/সেকেন্ড

'কোনো বিদ্যুৎ উৎপাদন কেন্দ্রের ক্ষমতা 2 মেগাওয়াট'--- এর অর্থ কেন্দ্রের সরবারহকৃত বিদ্যুৎ শক্তি দ্বারা প্রতি সেকেন্ডে 2×10^6 জুল বা 2 মেগা-জুল করা যায়।

ক্ষমতা (Power)

ক্ষমতা, বল ও বেগের মধ্যে সম্পর্ক

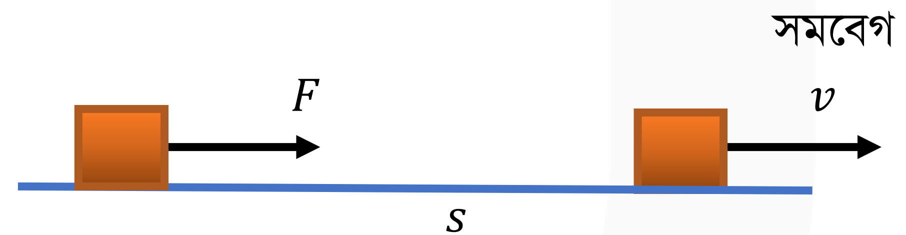
(Relation among power, force and velocity) :

$$P = \frac{W}{t}$$

$$P = \frac{FS}{t}$$

$$P = F\frac{s}{t} = \vec{F}.\vec{v}$$

$$P = Fv$$



ক্ষমতা (Power)

আবর্ত গতির (Rotational motion) ক্ষেত্রে ক্ষমতা :

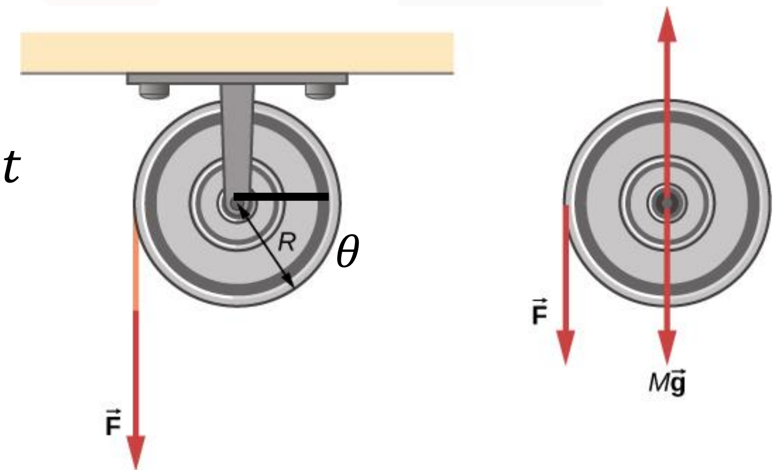
$$P = \frac{W}{t}$$

$$= \frac{\tau\theta}{t}$$

$$= \tau . \frac{\theta}{t}$$

$$P = \tau\omega$$

$\omega = constant$



গাণিতিক সমস্যা

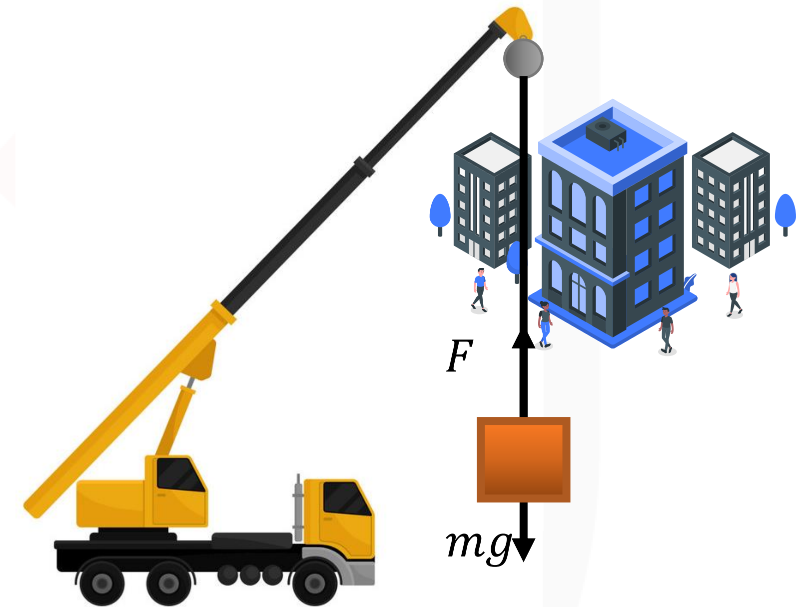
- 300 kg ভরের একটি পাথরকে ক্রেনের সাহায্যে $0.1\ ms^{-1}$ বেগে ছাদের ওপরে উঠাতে ক্রেনের কত শক্তি ব্যয় করতে হবে?

$$P = Fv$$

$$= mg.v \qquad [F = mg]$$

$$= 300 \times 9.8 \times 0.1$$

$$= 294\ W$$



Solution

$Cg \longrightarrow centre\ of\ gravity$

$F < mg$



$\sum F = 0$

$R + F - mg = 0$

$R = mg - F$

$r = 0$

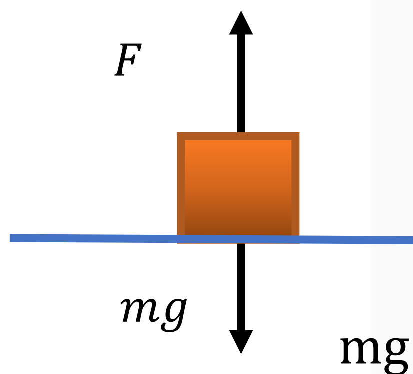
mg

$\tau = 0$

$mg - F = R$

$\tau = \vec{r} \times \vec{F}$

Solution



mg

$\boxed{F = mg}$ → *constant*

$\boxed{v}$ → *constant*

$F > mg$

$R = 0$

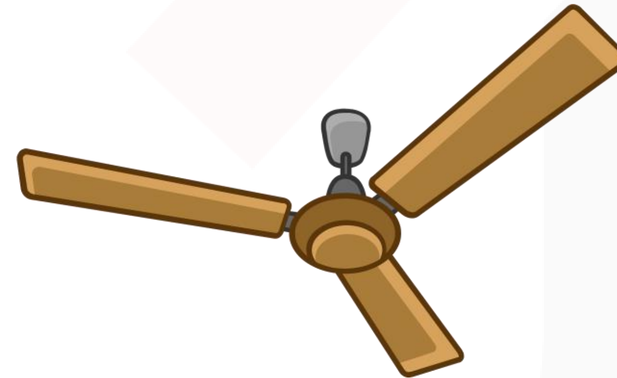
গাণিতিক সমস্যা

- একটি 20 W ক্ষমতার বৈদ্যুতিক পাখা মিনিটে 200 বার ঘুরছে। পাখার মোটর কত টর্ক উৎপন্ন করছে?

$$P = \tau\omega$$

$$\Rightarrow 20 = \tau\frac{2\pi \times 200}{60}$$

$$\Rightarrow \tau = \frac{20 \times 60}{400\pi} = 0.95\ \text{Nm}$$



কর্মদক্ষতা (Efficiency)

কোনো যন্ত্রে সরবরাহকৃত শক্তি এবং কাজে পরিণত হওয়ার শক্তির অনুপাতকে কর্মদক্ষতা বলে।

$$\eta = \frac{output}{input} \times 100\%$$

কোনো যন্ত্রেরই কর্মদক্ষতা 100% পাওয়া যায় না। কোনো যন্ত্রের কর্মদক্ষতা 80% বলতে বুঝায় 100 একক শক্তি সরবরাহ করলে তার মাত্রা 80 একক শক্তি কাজে লাগবে, বাকি 20 একক শক্তি অপচয় হবে।

কাজ ও ক্ষমতার মধ্যে পার্থক্য :

কাজ	ক্ষমতা
১. বল প্রয়োগে যদি বস্তুর সরণ ঘটে তাহলে বল এবং বলের অভিমুখে, সরণের উপাংশের গুণফলকে কাজ বলে।	১. কোন বস্তু একক সময়ে যে কাজ করতে পারে তাকে ক্ষমতা বলে।
২. কাজ ধনাত্মক ও ঋণাত্মক দুই রকমের হতে পারে।	২. ক্ষমতার প্রকারভেদ নেই।
৩. কাজের মাত্রা : ML^2T^{-2}	৩. ক্ষমতার মাত্রা : ML^2T^{-3}
৪. কাজের একক জুল।	৪. ক্ষমতার একক ওয়াট।

শক্তি ও ক্ষমতার মধ্যে পার্থক্য :

শক্তি	ক্ষমতা
১. কোন বস্তুর কাজ করার সামর্থ্যকে শক্তি বলে।	১. কোন বস্তু একক সময়ে যে কাজ করতে পারে তাকে ক্ষমতা বলে।
২. মোট নিষ্পন্ন কাজ দিয়ে শক্তি নির্ধারণ করা হয়। শক্তি নির্ণয়ে তাই সময়ের প্রশ্ন আসে না।	২. ক্ষমতা নির্ধারণে মোট কাজের কোন প্রয়োজন নেই। নির্দিষ্ট পরিমাণ কাজ করতে যার সময় যত কম লাগবে তার ক্ষমতা তত বেশি। ক্ষমতা নির্ণয়ে তাই সময়ের প্রশ্ন আসে।
৩. শক্তির প্রকারভেদ আছে এবং শক্তি একরূপ থেকে অন্যরূপে রূপান্তরিত হয়।	৩. ক্ষমতার প্রকারভেদ নেই, তাই রূপান্তরের প্রশ্ন উঠে না।
৪. শক্তির মাত্রা : ML^2T^{-2}	৪. ক্ষমতার মাত্রা : ML^2T^{-3}
৫. শক্তির একক জুল।	৫. ক্ষমতার একক ওয়াট।

গাণিতিক সমস্যা

- কোনো একটি স্থান হতে এক মিনিটে একটি ইঞ্জিন 100 kg ভরের একটি বস্তুকে 20 m উপরে তুলতে পারে। যদি ইঞ্জিন্টির ক্ষমতা 30% নষ্ট হয়, তবে ইঞ্জিনটির ক্ষমতা বের কর।

$$\eta = 70\% = \frac{output}{input} \times 100\%$$

$$\Rightarrow input = \frac{\frac{100 \times 9.8 \times 20}{60}}{0.7} = 466.67 \text{ W}$$

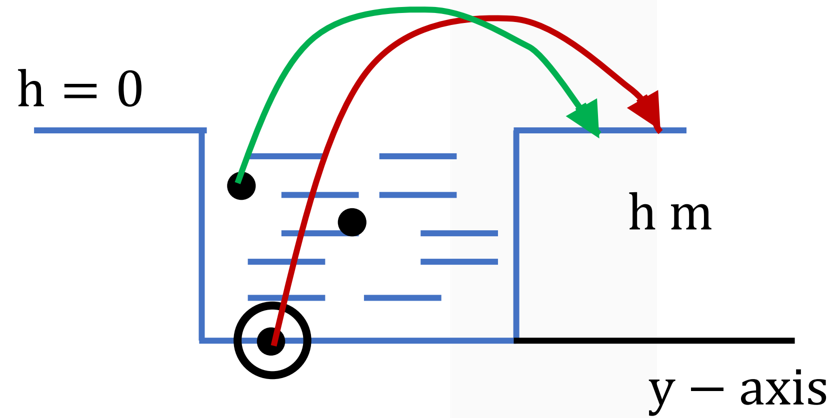
HOME WORK

- একটি পানিপূর্ণ কুয়ার গভীরতা 10 m এবং ব্যাস 2 m। একটি পাম্প 30 মিনিটে কুয়াটিকে পানি শূণ্য করতে পারে। পাম্পের অশ্ব-ক্ষমতা বের কর।





ভারকেন্দ্রের সরণ



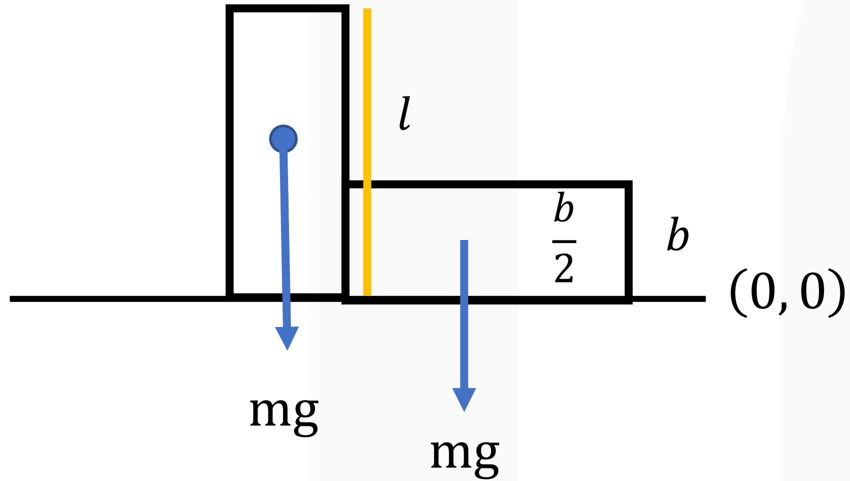
সরণ

mg

$\frac{h}{2}$

$\frac{\mathbf{0 + h}}{\mathbf{2}}$ → পানির কণার গড় সরণ

ভারকেন্দ্রের সরণ



$$\frac{y - axis}{2}$$ → ভারকেন্দ্রের পরিমাপ

1-নং অবস্থানে ভারকেন্দ্র $= \frac{b}{2}$

2-নং অবস্থানে ভারকেন্দ্র $= \frac{l}{2}$

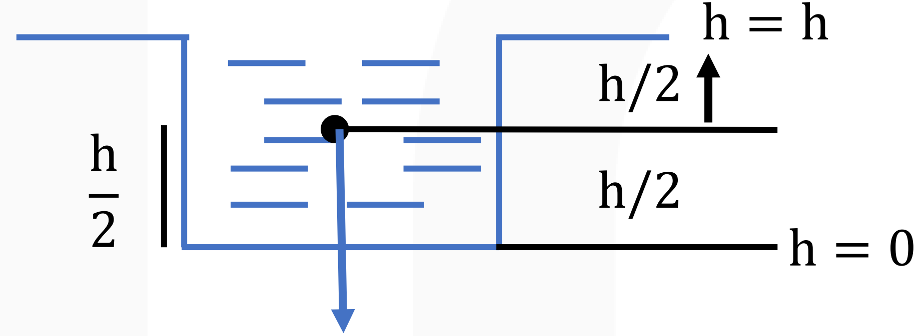
কৃতকাজ, $W = \left(\frac{l}{2} - \frac{b}{2}\right) \times mg$

$\frac{l}{2}$ → শেষ অবস্থান

$\frac{b}{2}$ → আদি অবস্থান

ভারকেন্দ্রের সরণ

কুয়া খালিঃ



$$h - \frac{h}{2} = \frac{h}{2}$$ → পানির ভারকেন্দ্র $\frac{h}{2}$ পরিমাণ উপরে উঠেছে

গাণিতিক সমস্যা

- 100 m গভীর একটি কুয়া থেকে ইঞ্জিনের সাহায্যে প্রতি মিনিটে 1000 kg পানি ওঠানো হয়। যদি ইঞ্জিনের ক্ষমতা 20% নষ্ট হয়, তাহলে এর অশ্ব-ক্ষমতা বের কর।

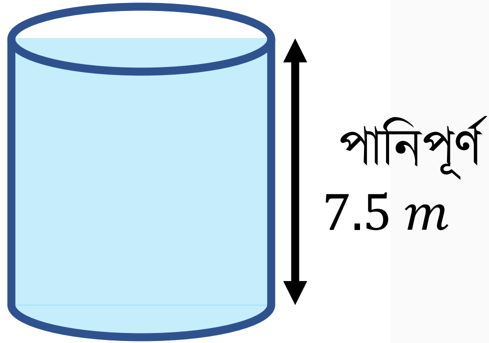
$$W = mgh$$
$$= 1000 \times 9.8 \times 100$$
$$= 9.8 \times 10^5 \text{ J}$$

$$\text{Output}, P = \frac{W}{t}$$
$$= \frac{9.8 \times 10^5}{60}$$
$$= 16.3 \text{ kW}$$

$$\eta = 0.8$$
$$\Rightarrow \frac{\text{output}}{\text{input}} = 0.8$$
$$\Rightarrow \text{input} = \frac{16.3}{0.8} \quad \Rightarrow \text{input} = 20.375$$



Brain Teasers

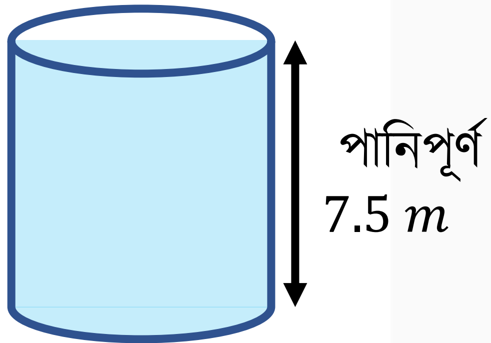


- সিলিন্ডারের ব্যাস = 4 m
- সিলিন্ডারের পাম্প দ্বারা পানি শূণ্য করতে 30 min সময় লাগে।

ক) চিত্রের পানিপূর্ণ সিলিন্ডারকে পানি শূণ্য করতে যে পাম্প ব্যবহার করা হলো তার ক্ষমতা H. P-তে নির্ণয় কর।

খ) অর্ধেক পানিশূণ্য করার পর পাম্পটি নষ্ট হয়ে যায়। পুনরায় নতুন একটি পাম্প ব্যবহার করে 15 min এ অবশিষ্ট পানি শূণ্য করা হয়। দ্বিতীয় পাম্পের ক্ষমতার সাথে প্রথম পাম্পের ক্ষমতার তুলনা কর।

Brain Teasers



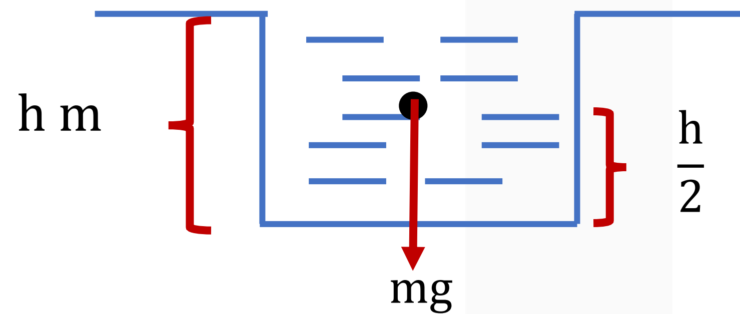
- সিলিন্ডারের ব্যাস $= 4$ m
- সিলিন্ডারের পাম্প দ্বারা পানি শূণ্য করতে 30 min সময় লাগে।

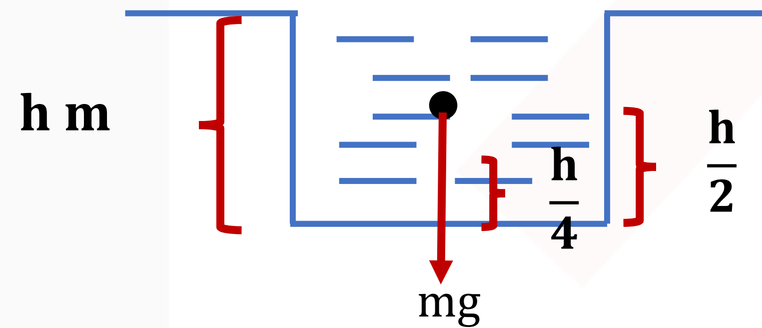
ক) চিত্রের পানিপূর্ণ সিলিন্ডারকে পানি শূণ্য করতে যে পাম্প ব্যবহার করা হলো তার ক্ষমতা H. P-তে নির্ণয় কর।

$$m = \pi r^2 h \times \rho$$

$$W = mg\frac{h}{2}$$

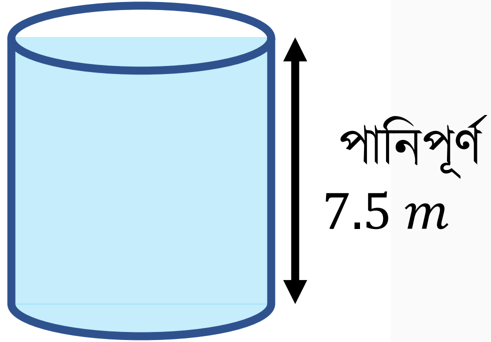
Solution





$$\frac{h}{4} - \frac{h}{2} = -\frac{h}{4}$$

Brain Teasers



- সিলিন্ডারের ব্যাস = 4 m
- সিলিন্ডারের পাম্প দ্বারা পানি শূণ্য করতে 30 min সময় লাগে।

খ) অর্ধেক পানিশূণ্য করার পর পাম্পটি নষ্ট হয়ে যায়। পুনরায় নতুন একটি পাম্প ব্যবহার করে 15 min এ অবশিষ্ট পানি শূণ্য করা হয়। দ্বিতীয় পাম্পের ক্ষমতার সাথে প্রথম পাম্পের ক্ষমতার তুলনা কর।

Brain Teasers

- একটি লিফটের কেবল লিফটিকে $0.75\ ms^{-1}$ সমদ্রুতিতে উপরে তুলতে পারে। কেবলটি 23 KW ক্ষমতা প্রয়োগ করলে কেবল এর টান বের কর।

$$P = Fv$$

$$\Rightarrow 23 \times 10^3 = F \times 0.75$$

$$\Rightarrow F = 30.67\ kN$$



Brain Teasers

- $100\ kg$ ভরের একটি বস্তু $80\ ms^{-1}$ বেগে চলছে। যদি ঘর্ষণজনিত বাধা প্রতি কিলোগ্রামে $10\ g$ ভরের সমান হয়, তবে বস্তুটির ক্ষমতা নির্ণয় কর।

$v = 80\ ms^{-1}$

$F_1 = m_1 g$

$= 0.01 \times 9.8$

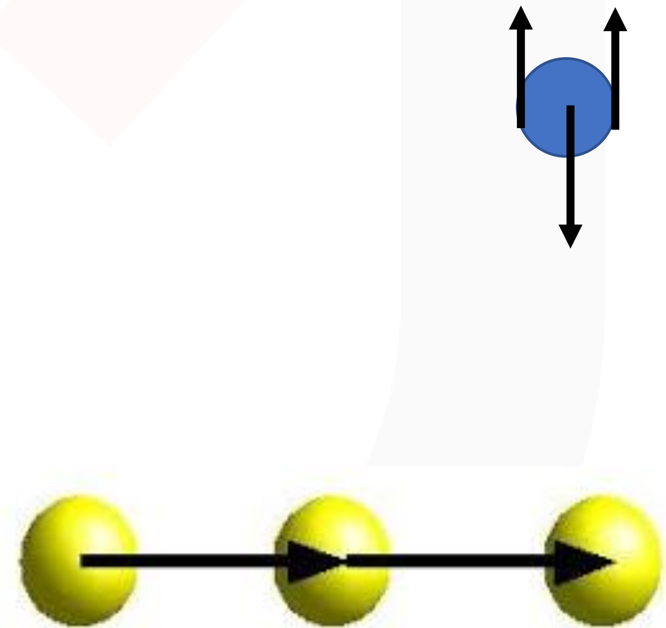
$= 0.098\ N$

Per kilogram

$P = Fv$

$= 9.8 \times 80$

$= 784\ W$



বলের প্রকারভেদ (Types of force) :

বল দুই প্রকার; যথা –

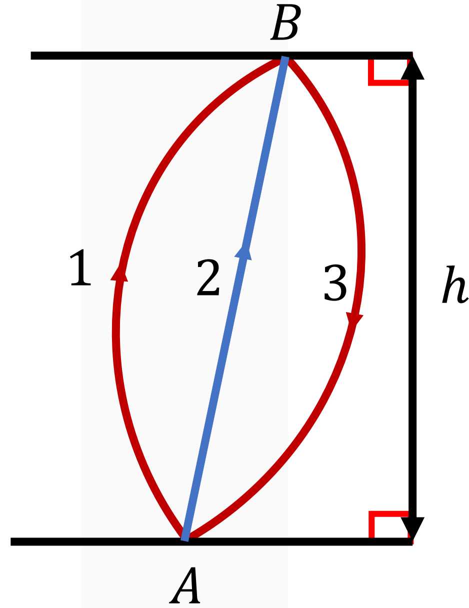
1) **সংরক্ষণশীল বল (Conservative force) এবং**

2) **অসংরক্ষণশীল বল (Non-conservative force)।**

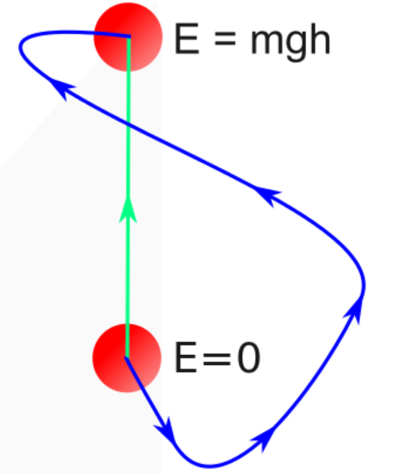
সংরক্ষণশীল বল (Conservative force) :

যে সংস্থায় বা সিস্টেমে যান্ত্রিক শক্তি সংরক্ষিত থাকে তাকে সংরক্ষণশীল সংস্থা বা সিস্টেম বলে এবং এরূপ সংস্থায় ক্রিয়াশীল বলকে সংরক্ষণশীল বল বলে।

স্প্রিং বল অর্থ্যাৎ স্থিতিস্থাপক বল একটি সংরক্ষণশীল বল :



সংরক্ষণশীল বল



সংরক্ষণশীল বলের বৈশিষ্ট্য :

i. সংরক্ষণশীল বল তথা অভিকর্ষ বল দ্বারা কৃতকাজ বস্তুর আদি ও শেষ অবস্থানের উপর নির্ভরশীল। পথের উপর নির্ভরশীল নয়।

ii. সংরক্ষণশীল বল তথা অভিকর্ষ বল দ্বারা কৃতকাজ সম্পূর্ণভাবে পুনরুদ্ধার করা সম্ভব।

iii. উভয় বলের ক্ষেত্রে ফিরতি পথের জন্য আদি ও শেষ গতিশক্তি সমান থাকে। অর্থাৎ যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা সূত্র পালিত হয়।

iv. সংরক্ষণশীল বলের ক্ষেত্রে যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতার সূত্র পালিত হয়।

v. সম্পাদিত কাজ শূন্য।

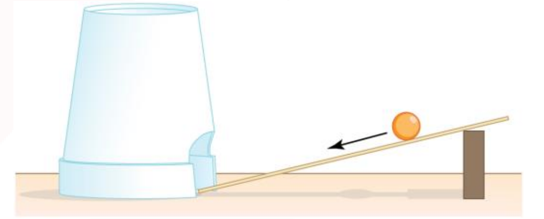
vi. সংরক্ষণশীল বলের ক্ষেত্রেই শুধু বিভব শক্তি পাওয়া যায়।

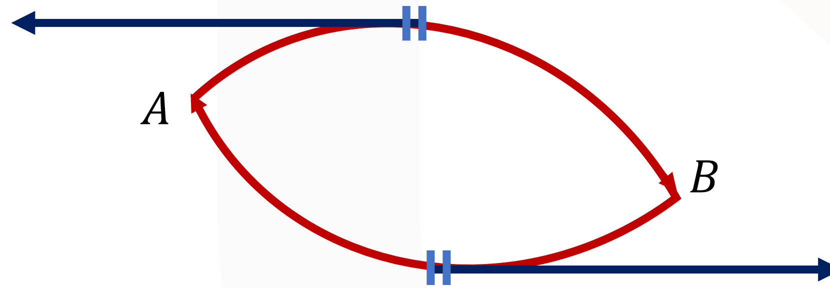
vii. $\vec{F}$ কোনো সংরক্ষণশীল বলক্ষেত্র হলে $\vec{\nabla} \times \vec{F} = 0$ হয়।

অসংরক্ষণশীল বল (Non-Conservative force) :

যে বল বস্তুর উপর ক্রিয়া করলে তাকে যে কোনো পথে ঘুরিয়ে পুনরায় প্রাথমিক অবস্থানে আনলে ওই বল কতৃক কৃত কাজ শূণ্য হয় না তাকে অসংরক্ষণশীল বল বলে।

ঘর্ষণ বল অসংরক্ষণশীল বল :





অসংরক্ষণশীল বল

অসংরক্ষণশীল বলের বৈশিষ্ট্য :

i. অসংরক্ষণশীল বল দ্বারা কৃতকাজ পথের উপর নির্ভর করে।

ii. অসংরক্ষণশীল বল তথা ঘর্ষণ বল কর্তৃক কৃতকাজ সম্পূর্ণভাবে পুনরুদ্ধার করা সম্ভব নয়।

iii. অসংরক্ষণশীল বল কর্তৃক কৃতকাজ শুধু গতিপথের প্রাথমিক ও শেষ অবস্থানের উপর নির্ভরশীল নয়।

iv. অসংরক্ষণশীল বল ও ঘর্ষণ বল উভয়ের ক্ষেত্রে ফিরতি পথের জন্য আদি ও শেষ গতিশক্তির মধ্যে পার্থক্য থাকে।

v. যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতার সূত্র পালিত হয় না।

vi. সম্পাদিত কাজ ঋণাত্মক হয়।

vii. অসংরক্ষণশীল বলের ক্ষেত্রে বিভবশক্তি পাওয়া যায় না।

viii. $\vec{F}$ কোনো অসংরক্ষণশীল বল ক্ষেত্র হলে $\vec{\nabla} \times \vec{F} \neq 0$ হয়।

সংরক্ষণশীলতা বল ও অসংরক্ষণশীল বলের মধ্যে পার্থক্য :

সংরক্ষণশীল বল	অসংরক্ষণশীল বল
১. কোন কণা একটি পূর্ণ চক্র সম্পন্ন করে তার আদি অবস্থানে ফিরে আসলে সংরক্ষণশীল বল দ্বারা কৃতকাজের পরিমাণ শূন্য হয়।	১. কোন কণা একটি পূর্ণ চক্র সম্পন্ন করে তার আদি অবস্থানে ফিরে আসলে অসংরক্ষণশীল বল দ্বারা কৃতকাজের পরিমাণ শূন্য হয় না।
২. সংরক্ষণশীল বল দ্বারা কোন কণার ওপর কৃতকাজ কণাটির গতিপথের ওপর নির্ভর করে না, কেবল কণার আদি অবস্থান ও শেষ অবস্থানের ওপর নির্ভর করে।	২. অসংরক্ষণশীল বল দ্বারা কোন কণার ওপর কৃতকাজ কণাটির আদি অবস্থান ও শেষ অবস্থানের পাশাপাশি কণাটির গতি পথের ওপরও নির্ভর করে।
৩. সংরক্ষণশীল বল দ্বারা কৃতকাজ সম্পূর্ণরূপে পুনরুদ্ধার করা সম্ভব।	৩. অসংরক্ষণশীল বল দ্বারা কৃতকাজ সম্পূর্ণরূপে পুনরুদ্ধার করা সম্ভব নয়।
৪. সংরক্ষণশীল বলের ক্রিয়ার ক্ষেত্রে যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা সূত্র খাটে।	৪. অসংরক্ষশীল বলের ক্রিয়ার ক্ষেত্রে যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা সূত্র খাটে না।

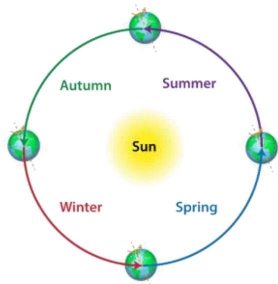
শক্তির অপচয় (Dissipation of Energy) :

যেহেতু শক্তি অবিনশ্বর। একে শুধু এক রূপ থেকে অন্য এক বা একাধিক রূপে রূপান্তর করা যায়। শক্তির এ রূপান্তরের সময় কিছু শক্তি এমনভাবে রূপান্তরিত হয়ে যায় যা প্রয়োজনীয় কোনো কাজে আসে না। যেমন- রেল গাড়ির বাষ্পীয় ইঞ্জিন দ্বারা তাপ শক্তিকে যান্ত্রিক শক্তিতে পরিণত করা হয়। কিন্তু যান্ত্রিক শক্তির কিছু অংশ রেলের চাকার এবং বিয়ারিং এর ঘর্ষণ বল অতিক্রম করতে তাপ শক্তিরূপে নষ্ট হয়। কিন্তু এ তাপ শক্তিকে উপযোগী কাজে পরিণত করা যায় না বলে এর অপচয় ঘটে। এটাই শক্তির অপচয়। অর্থাৎ শক্তির এক রূপ হতে অন্যরূপে রূপান্তরের সময় এর সামান্য কিছু অংশ এমনরূপে রূপান্তরিত হয় যা কোনো কাজ আসে না। শক্তির এ অকার্যকর রূপন্তরকে শক্তির অপচয় বলে।

HOME WORK

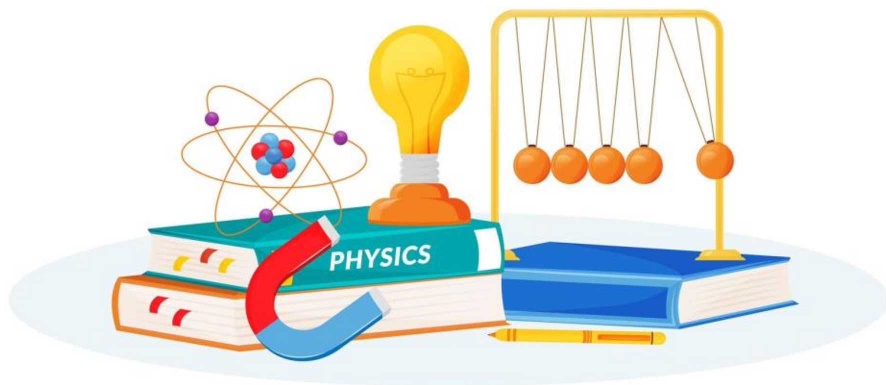
- একজন রোলার চালক অনুভূমিকের সাথে 45° কোণ করে $200\ N$ বলে রোলার চালায়। রোলারটি সামনের দিকে 75 m ঠেলাতে সে কত কাজ করবে?
- একটি মোটর দ্বারা 100 m গভীর একটি কুয়া থেকে প্রতি মিনিটে 1200 kg পানি উঠানো হয়। মোটরের ক্ষমতা ওয়াট, কিলোওয়াট ও অশ্বক্ষমতায় নির্ণয় কর।

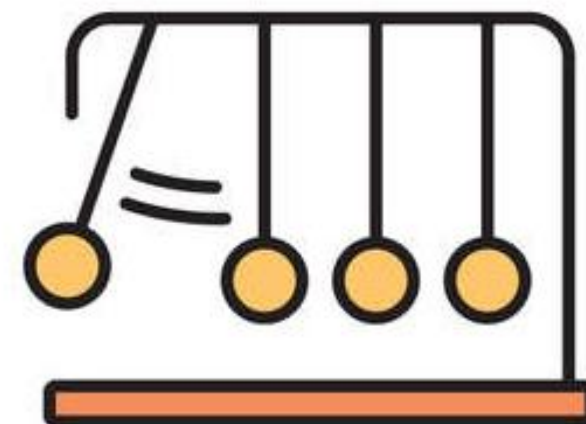




Periodic Motion

Paper-1, Chapter-8



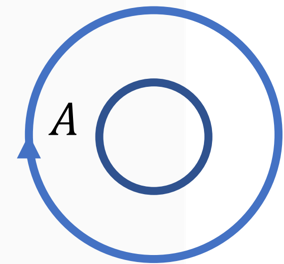


Periodic Motion

repeatation

স্থানিক ⟶ স্থান (Place)

কালিক ⟶ সময় (Time)



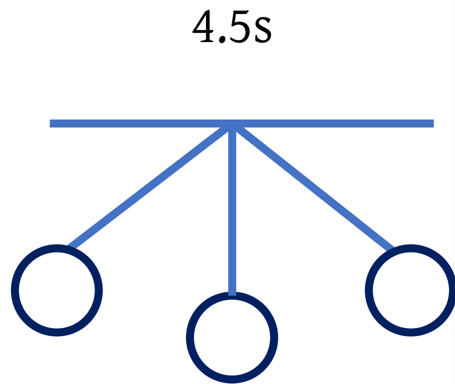
Example:- সরল দোলক/ স্প্রিং এর গতি

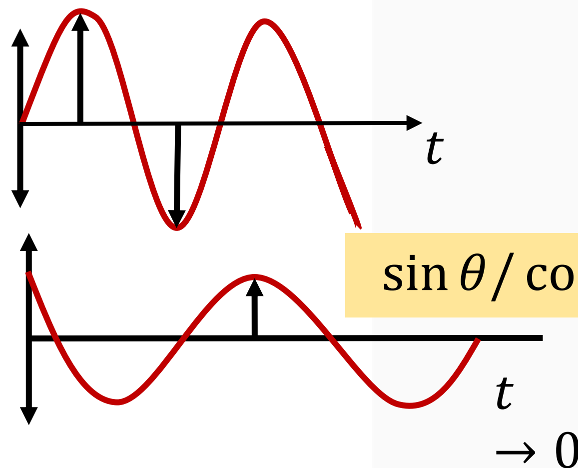
$$y = a\sin(\omega t + \delta)$$

$$y = a\sin\frac{2\pi}{r}(vt + x)$$

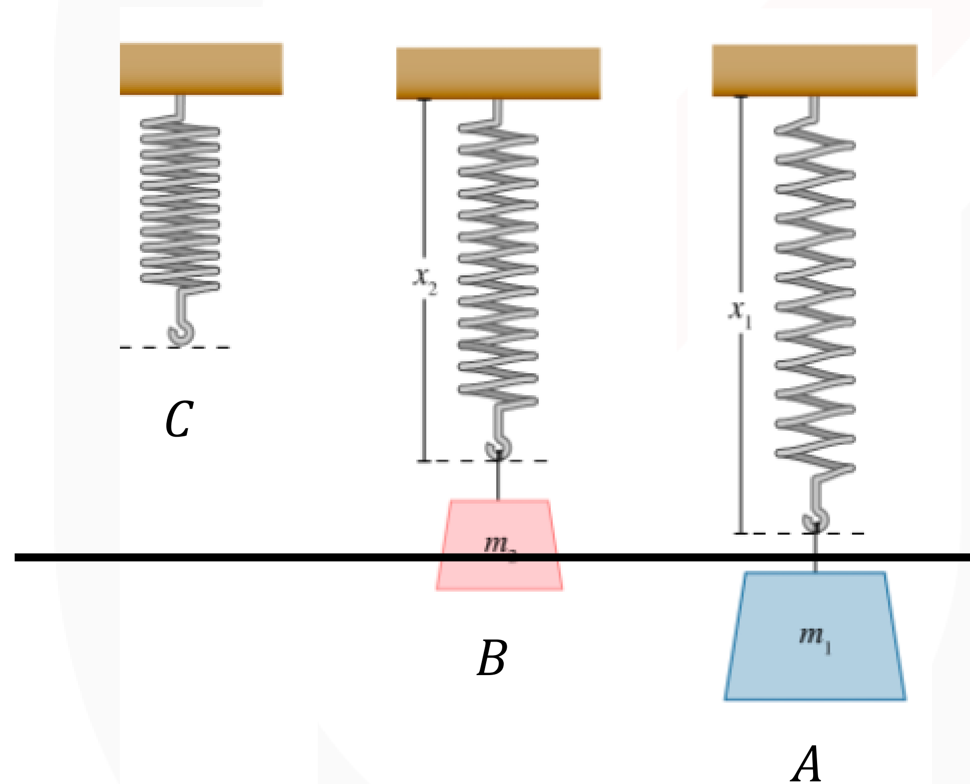
Periodic Motion

4.5s





sin θ / cos θ



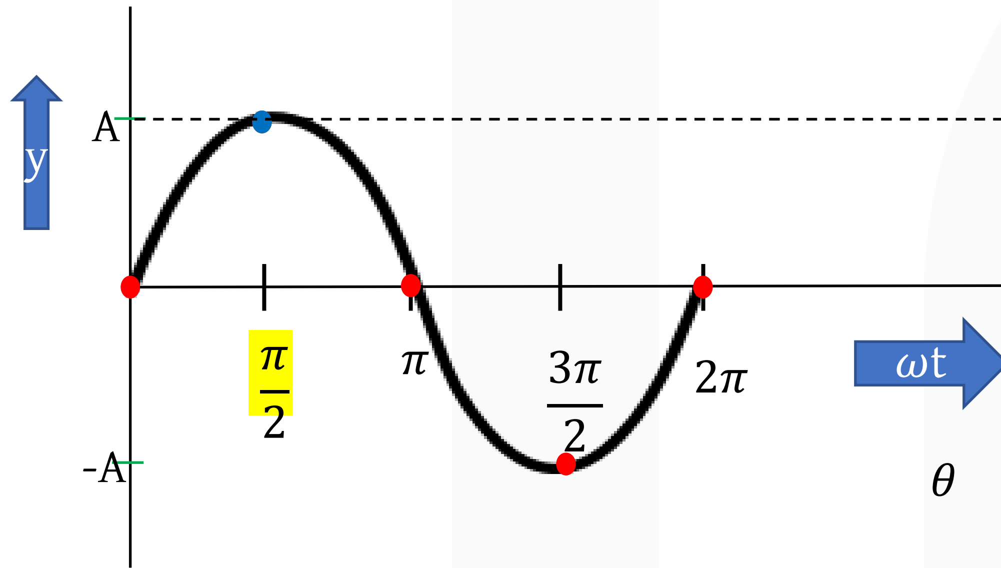
$y = A \sin \omega t$

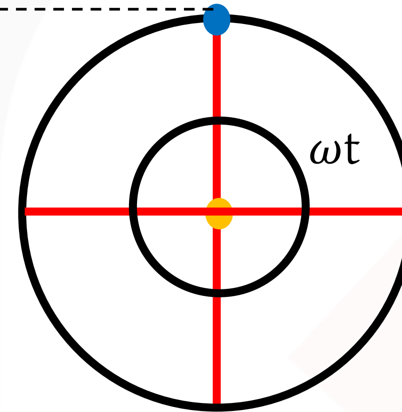
~~$\tan 0^{\theta} = 0$~~

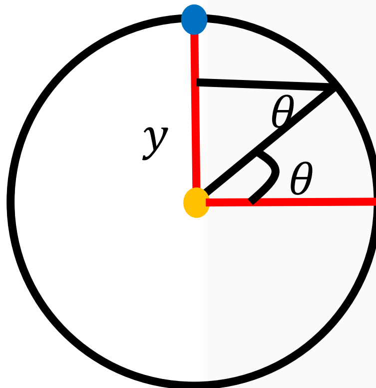
~~$\tan 90^{\theta} = 0$~~

$y = A \cos(\omega t)$

Periodic Motion







$$\boldsymbol{y = A \sin \theta}$$

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

$$\sin \theta = \frac{y}{A}$$

$$=) \; y = A \sin \theta = A \sin \omega t$$

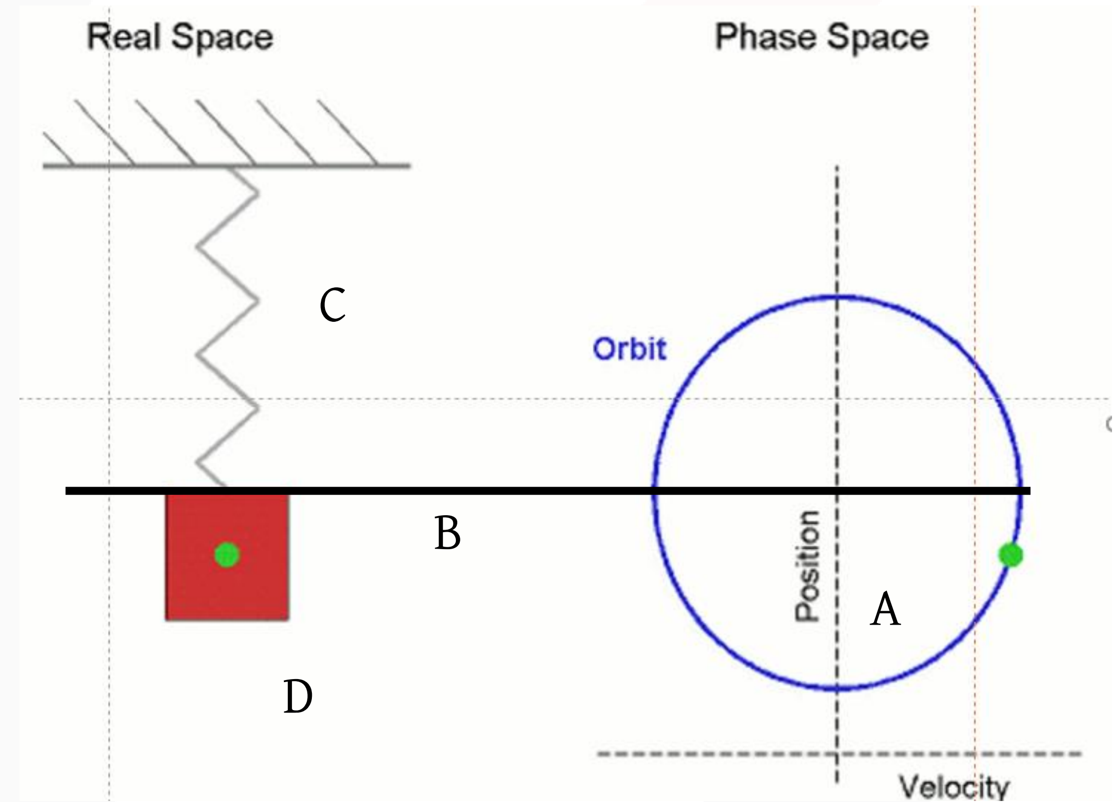
Periodic Motion

$$y = A \sin \omega t$$

$$= A \sin(\omega t + \delta)$$

আদি দশা ($t = 0$ সময় θ)

$$y = A \cos \omega t$$



❖ D বিন্দু থেকে ছেড়ে দিলে আদি দশা কত?

$$y = A \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = -A \cos \omega t$$

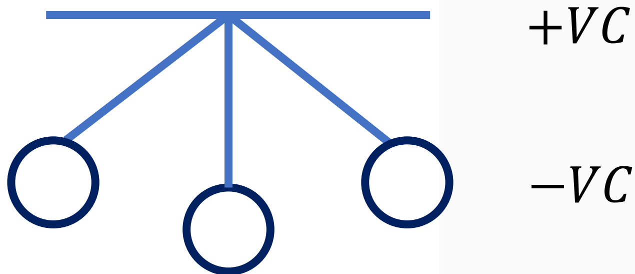
Periodic Motion

❖ একটি বস্তুকণা তার দোলনসীমার শেষ প্রান্ত হতে দোলন শুরু করে 0.1m বিস্তার ও 1Hz কম্পাঙ্ক লাভ করে। 4.5s পর কণাটির সরল কত?

$$y = A\sin\omega t$$

$$= A\sin\frac{2\pi}{T}\times t$$

$$t = 0.25s$$



$+VC$

$-VC$

Alternate Solution

$$y = A\sin(\omega t + \delta)$$

$$= A\sin\left(\frac{2\pi}{1}\times 4.5 + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$= -A$$

$$f = 1Hz$$

$$T = \frac{1}{f} = 1s$$

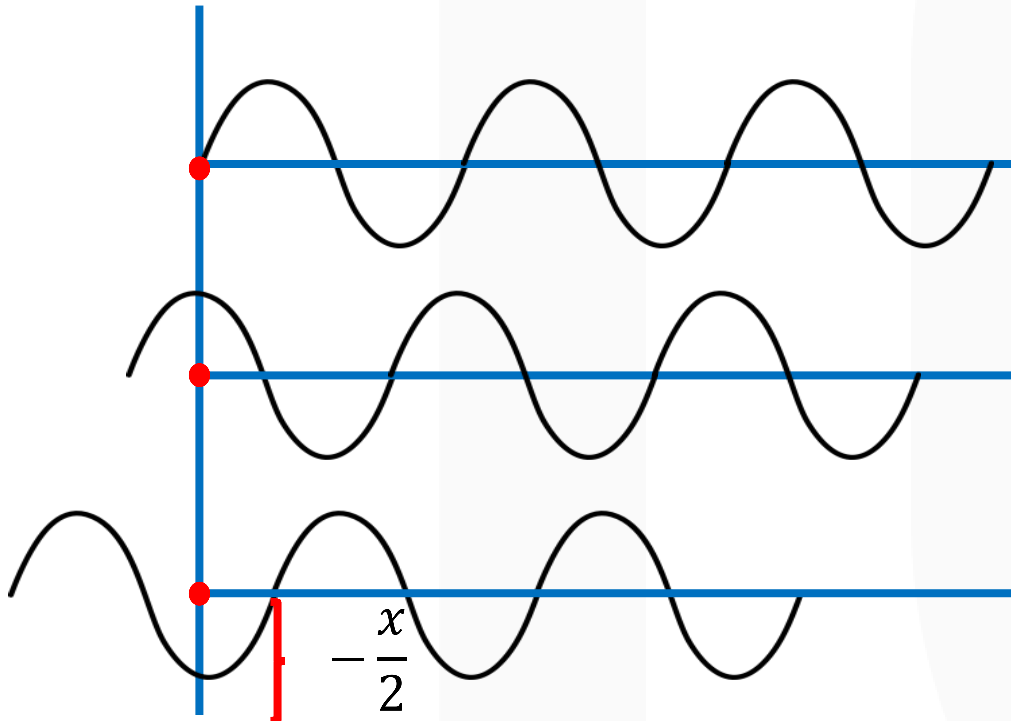
$$A = 0.1m$$

$$w = \frac{2\pi}{T}$$

Periodic Motion

$$y = A\sin(\omega t + \delta)$$

কোন



$\delta = 0^0$

$\delta = \frac{\pi}{2}$

$\delta = -\frac{\pi}{2}$ অথবা $3\frac{\pi}{2}$

Periodic Motion

$$y = A \sin \omega t$$

$$\frac{dy}{dt} = v = A\omega \cos \omega t = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$$

$$\frac{dy}{dt} = a = -A\omega^2 \sin \omega t = -\omega^2 g$$

$$\cos \theta = \sqrt{t - sin^2\theta} = \sqrt{1 - \frac{y^2}{A^2}} = \frac{\sqrt{A^2 - y^2}}{Ax}$$

$$y = \max = \pm A$$

$$y = \min = 0$$

$$V_{max} = \pm A\omega$$

$$V_{min} = 0$$

$$a_{max} = \pm \omega^2 A$$

$$a_{min} = 0$$

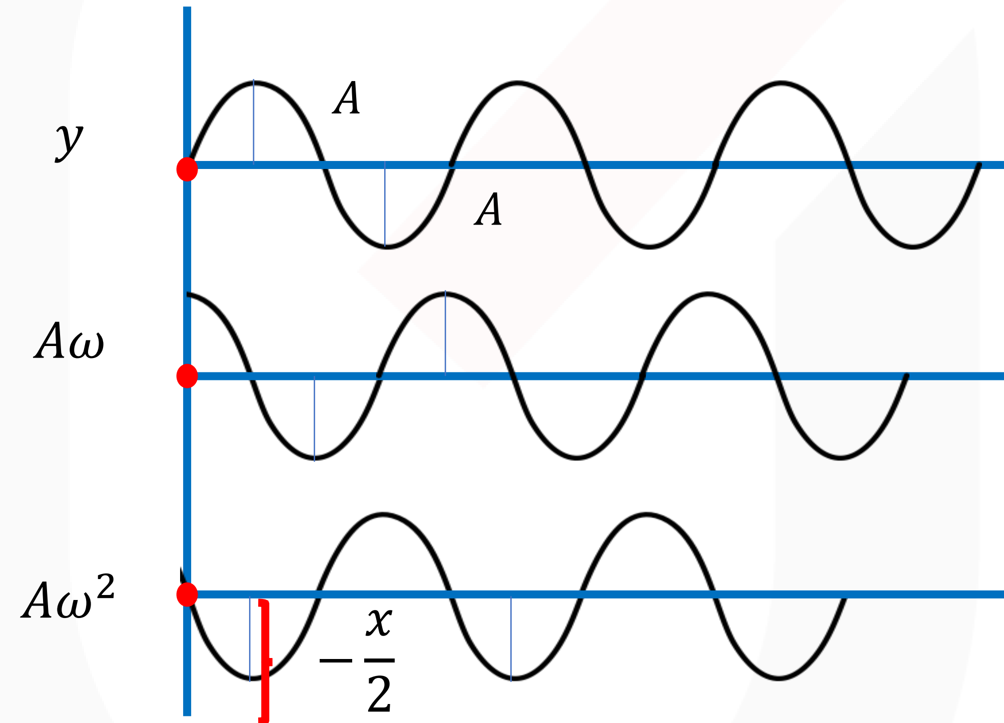
Periodic Motion

সরণের গ্রাফ

$y = A \sin \omega t$

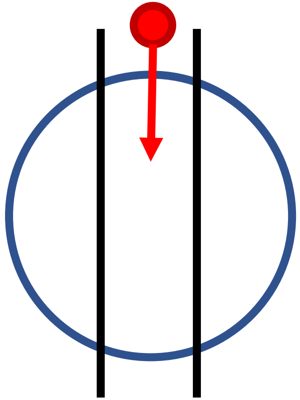
$v = A\omega \cos \omega t$

$a = -A\omega^2 \sin \omega t$



Periodic Motion

সরণের দোলন গতি



$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$F\alpha - x$

ma

$a\alpha - x$

$y=$

$v =$

$a=$

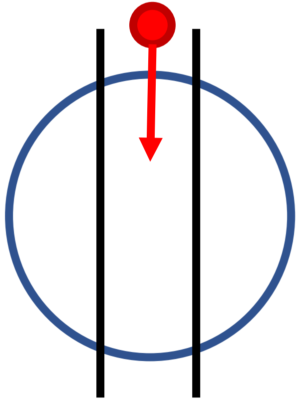
$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$f = \frac{1}{T}$$

$\delta^2 =$

Periodic Motion

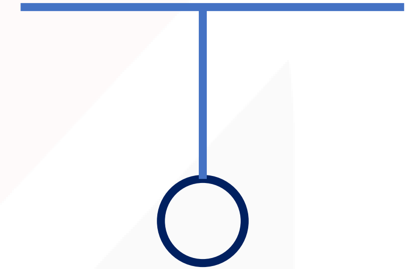
সরল দোলন গতি



$F \propto -x$

ma

$a \propto -x$





$$w = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

$y =$

$v =$

$a =$

$$w = 2\pi f = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

$$f = \frac{1}{T}$$

$\delta =$

A থেকে যাত্রা শুরু হয়েছে

$$y = A\sin(\omega t + \delta)$$

$$= A\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

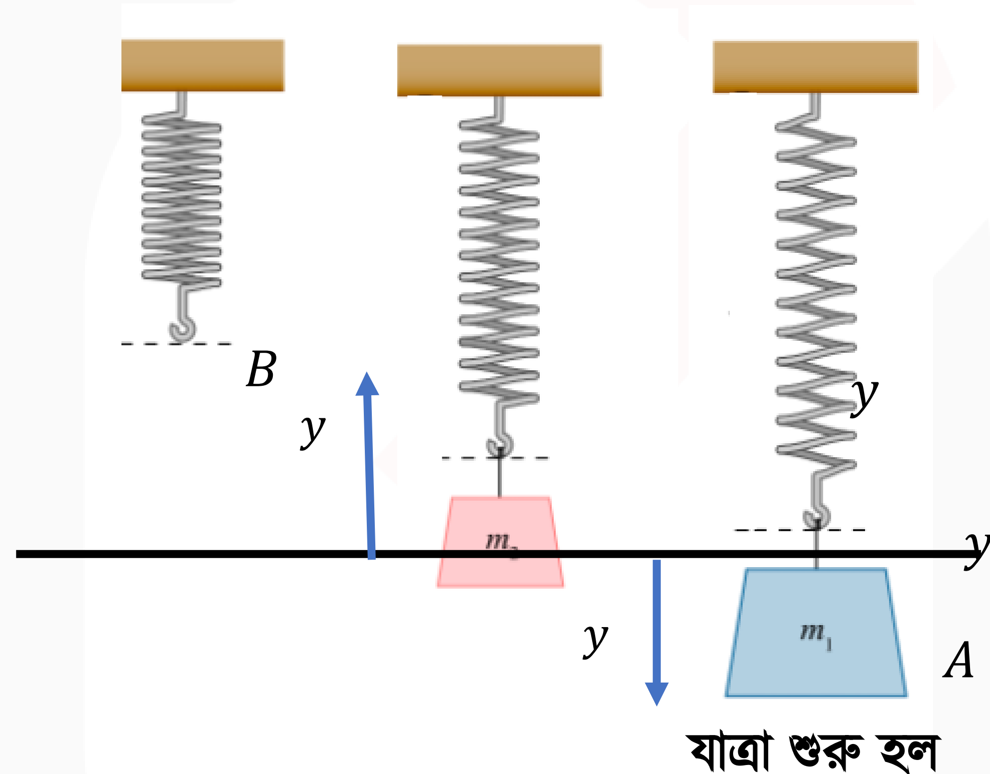
$$= -A\cos\omega t$$

y

B থেকে যাত্রা শুরু হয়েছে

$$y = A\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$= A\cos\omega t$$



দশা? → কোন

পার্থক্য

$y = A\sin\omega t$

$a = -\omega^2 A\sin\omega t$

দশা পার্থক্য $= \pi$

$y = A\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$

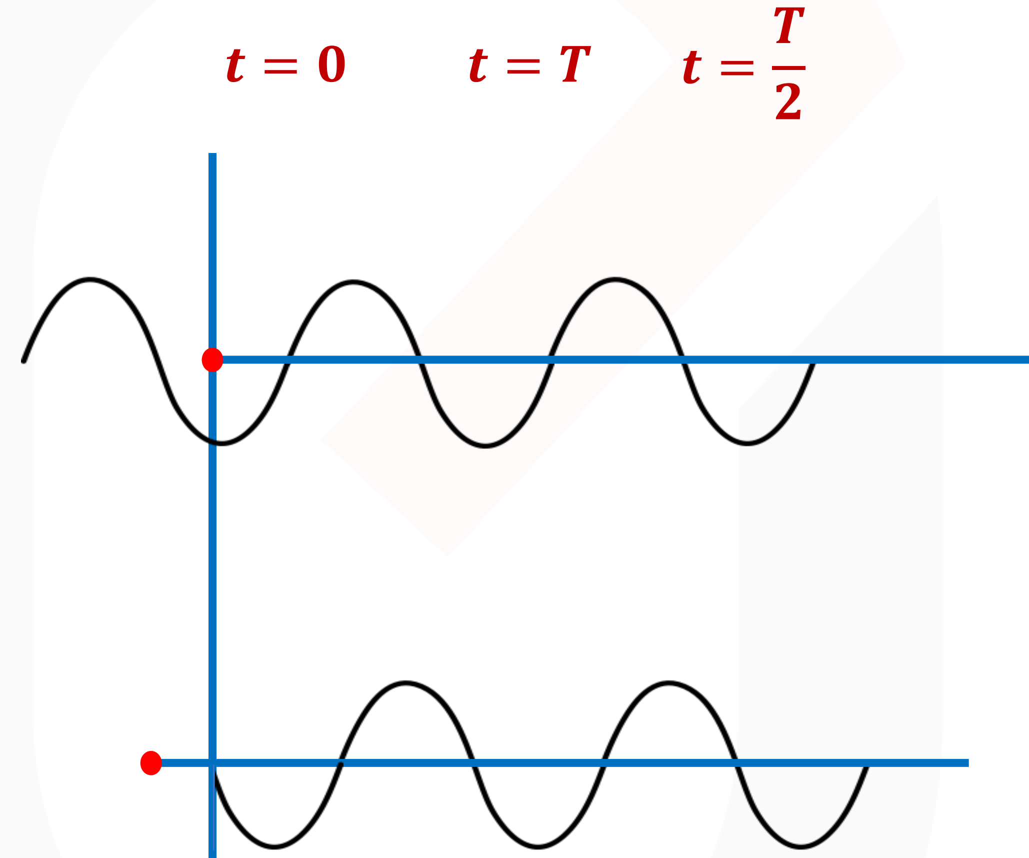
$y = A\sin(\omega t)$



দশা পার্থক্য

$\frac{\pi}{2}$

$t = 0$ $t = T$ $t = \frac{T}{2}$



- দুটি সরল ছন্দিত গতির সমীকরণ $x_1 = 0\dot{}2\sin\left(50\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ এবং $x_2 = 0\dot{}2\cos 50\pi t$। দ্বিতীয় কণাটির বেগের সাপেক্ষে প্রথম কণাটির দশা পার্থক্য নির্ণয় কর।

$$y_1 = 0.2\sin\left(50\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\frac{dy_1}{dt} = 0.2 \times \cos\left(50\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \times 50\pi$$

$$= 10A\cos\left(50\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$y_2 = 0.2\sin(50\pi t)$$

$$\frac{dy_2}{dt} = 0.2 \times \left\{-\sin\left(50\pi t + \frac{\pi}{3}\right)\right\} \times 50\pi$$

$$= -10\pi\sin(50\pi t)$$

$$= 10\pi\cos\left(50\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

দশা পার্থক্য

$$\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{2}$$

$$= -\frac{\pi}{6}$$

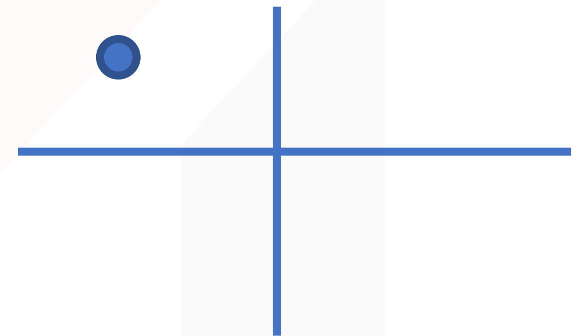
$$-\sin\theta = \cos\theta$$

$$\cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$= -\sin\theta$$

$2nd$





$$y_1 = \frac{1}{2}\sin\omega t + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\omega t$$

$$y_2 = \cos\omega t + \sin\omega t$$

দর্শা পার্থক্য কত?

Solution বের করে পাঠাবা

winner → so tk Bkash

Class শেষ হওয়ার আগে

δ

Ans:

$$\frac{\pi}{12}$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \omega^2 y = 0$$ সমীকরণ

কৌণিক যোগ

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$y = A\sin(\omega t + \delta)$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 25y = 0$$

$$\therefore \omega^2 = 25$$

$$= \omega = 5 = 2\pi f$$

সরল দোলকের 4টা সূত্র:

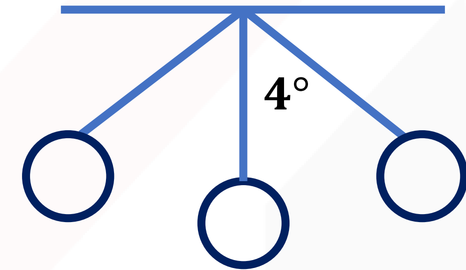
(i) প্রতিটি দোলণে সমান সময়

(ii) $T \propto \sqrt{L}$

(iii) $T \propto \frac{l}{\sqrt{g}}$

(iv) দোলনকাল বরের ভরের আকৃতি, আকার উপর নির্ভর করে না

$$\frac{1}{f} = T = 2\pi \frac{\sqrt{L}}{g}$$



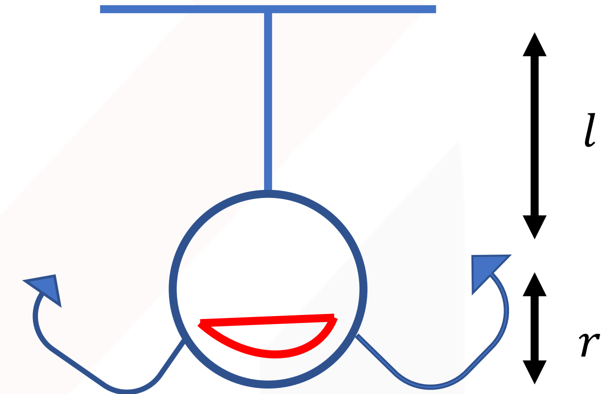
$L = l + r$

= ঝুলন কিছু হতে ভরের ভারকেন্দ্র পর্যন্ত দূরত্ব

T কেমন হবে?

দোলনকাল $T \propto \sqrt{L}$

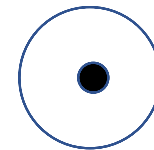
$$T \propto \frac{l}{\sqrt{g}} \rightarrow (x)$$



$L_1 = l + r$

$L_2 = l + r'$

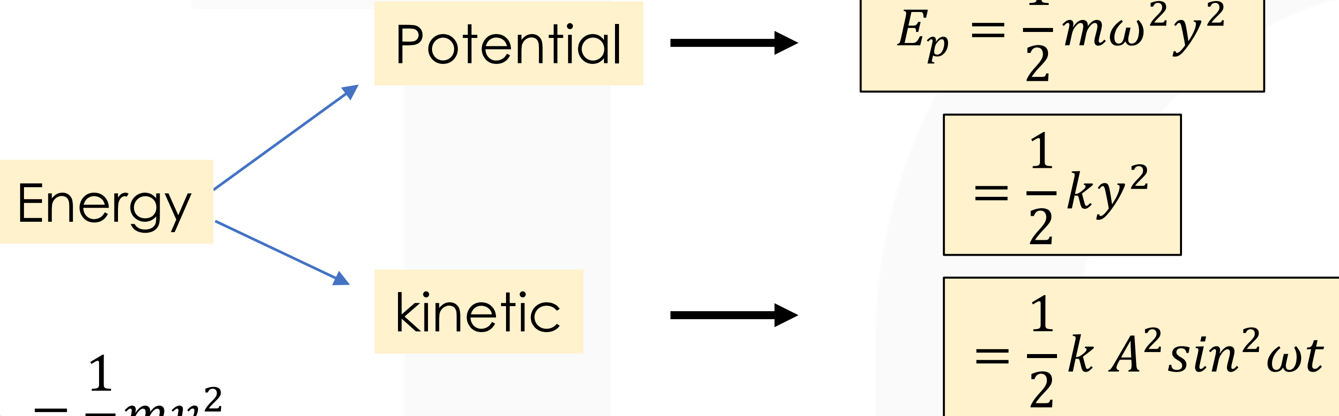
L_1



Ans: – T বাড়বে

T আবার কমে

আগের জায়গায় ফেরত আসবে।



$$E_p = \frac{1}{2}m\omega^2 y^2$$

$$= \frac{1}{2}ky^2$$

$$= \frac{1}{2}k\ A^2 sin^2\omega t$$

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

$$= \frac{1}{2}m\left(\omega\sqrt{A^2 - y^2}\right)^2$$

$$= \frac{1}{2}m\omega^2(A^2 - y^2)$$

$$= \frac{1}{2}k(A^2 - y^2)$$

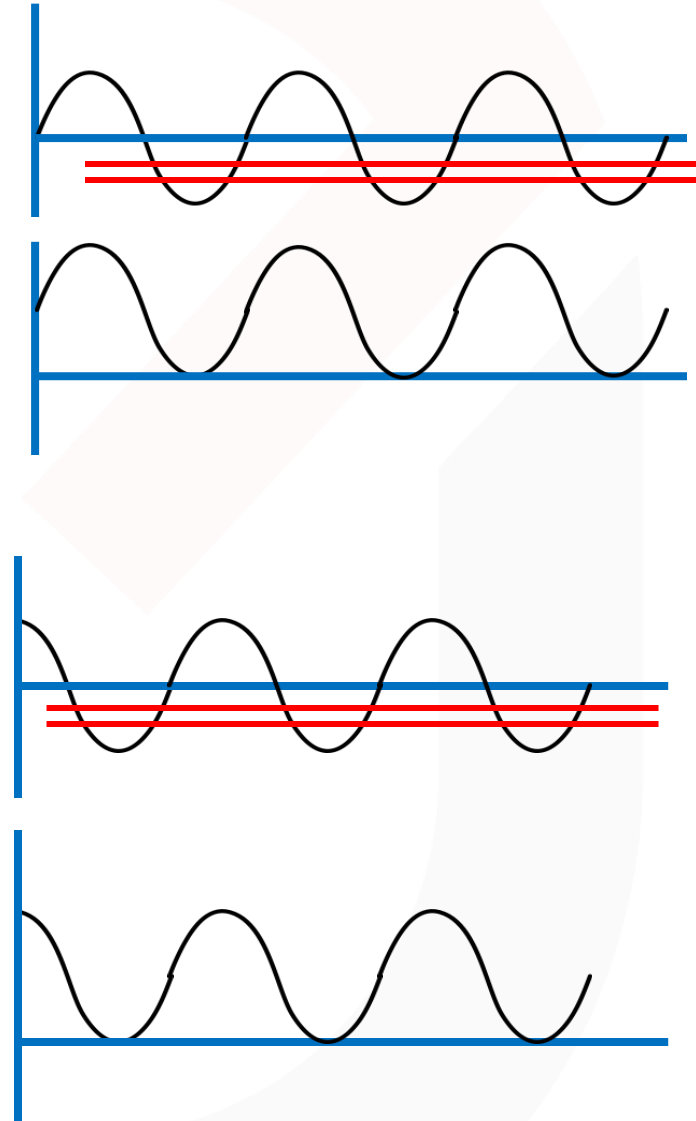
$$\frac{1}{2}mv^2$$

$$= \frac{1}{2}m(A\omega\cos\omega t)^2$$

$$= \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 cos^2\omega t \qquad = \frac{1}{2}k\ A^2 cos^2\omega t$$

$$E_{total} = E_p + E_k = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}kA^2$$

$$E_p = \frac{1}{2}kA^2\, sin^2\omega t$$



$$E_k = \frac{1}{2}kA^2\, cos^2\omega t$$

Periodic Motion

$\sin x$ ⟶ পর্যায় 2π

$\sin 2x$ ⟶ পর্যায় π

$\sin \frac{x}{4}$ ⟶ পর্যায় 8π

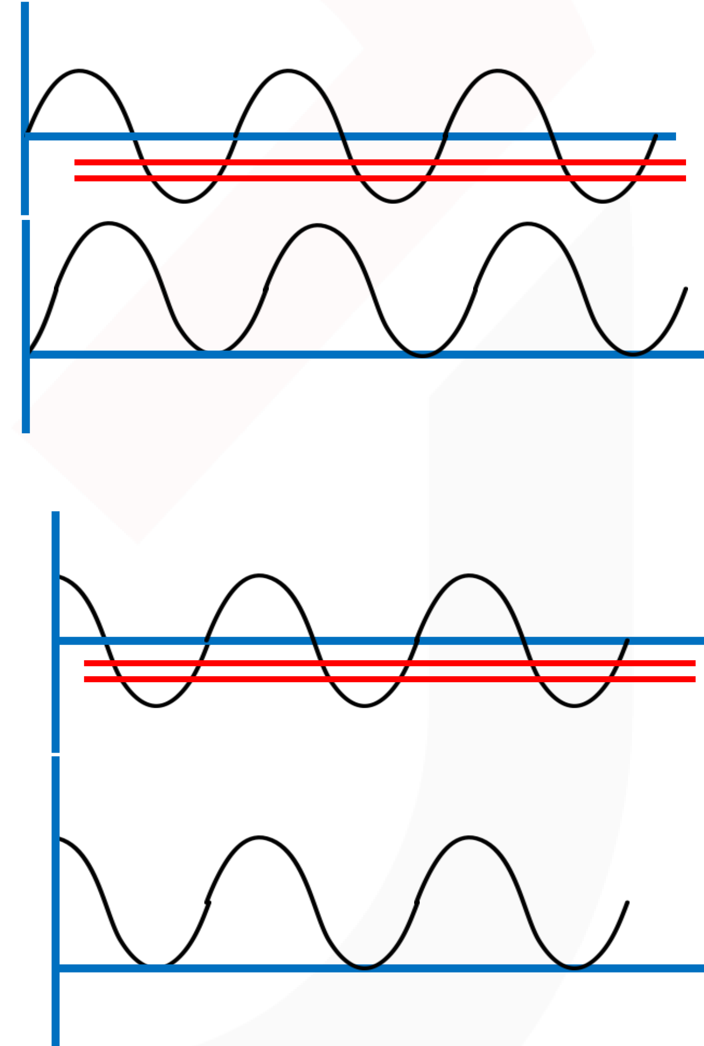
$$E_p = \frac{1}{2}KA^2 \sin^2 \omega t$$

$$y = A\sin(\omega t)$$

$$y_1 = A\sin(\omega t + 2\pi)$$

$$= A\sin \omega t$$

$$E_k = \frac{1}{2}KA^2 \cos^2 \omega t$$



$\sin x \longrightarrow 2\pi$

$\sin^2 x \longrightarrow \pi$

$\sin^3 x \longrightarrow 2\pi$

⋮ ⋮

π

$\sin(\downarrow)$

যত ছোট পর্যায় বাড়বে

যত বড় ⟶ পর্যায় কমবে

$\sin x \longrightarrow 2\pi$

$\sin 2x \longrightarrow \pi$

$\sin \frac{x}{4} \longrightarrow 8\pi$

মৌলিক পর্যায় 2π

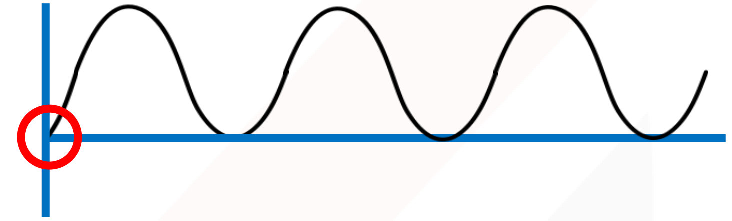
$\frac{x}{4} \rightarrow \frac{2\pi}{1/4} = 8\pi$

$2x \rightarrow \frac{2\pi}{2} = \pi$

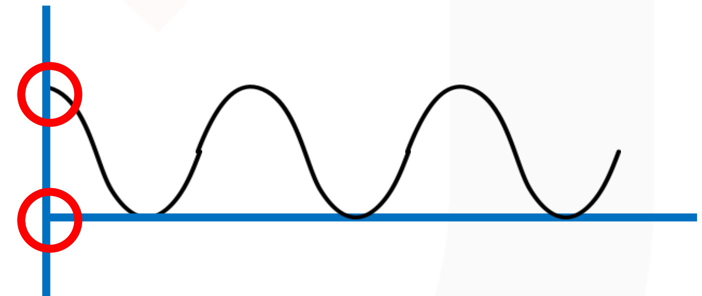
Power ⟶ odd/বিজোড় ⟶ 2π

Power ⟶ even/জোড় ⟶ π

$$E_p = \frac{1}{2} K A^2 \sin^2 \omega t$$



$$E_k = \frac{1}{2} K A^2 \cos^2 \omega t$$



সেকেন্ড দোলক

দোলক কাল 2s → 2টা অর্ধদোলন

অর্ধদোলন/টিক → 1s

পরিবর্তিত দোলনকাল, $T' = \frac{2\times86400}{86400\pm x}$

$= \frac{2\times3600}{3600\pm x}$

$fast \rightarrow (+)$

$slow \rightarrow (-)$

fast | 86400 অর্ধদোলন

x সেকেন্ড

$24hr \rightarrow 86400$

$(86400 + x)$ বেশী দিবে → $86400s.$

∴ 2 বেশী দিবে $\frac{86400\times2}{86400+x}$

$N.B \rightarrow$ দিনে কত সেকেন্ড $fast/slow$
86400

$N.B \rightarrow$ ঘন্টায় কত সেকেন্ড $fast/slow$
3600

T → বেড়ে যায় → $fast/slow$

T → কমে যায় → $fast/slow$

h উচ্চতায় T →

❖ দোলনকাল 3s. 8000Km উপরে দোলনকালের পরিবর্তন কত?

$T_1 = 3s.$

$T_2 = ?$

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{t}{g_1}} \ldots\ldots\ldots\ldots (i)$$

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{t}{g_2}} \ldots\ldots\ldots\ldots (ii)$$

$(ii) \div (i) =)$

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{t}{g_2}}}{2\pi\sqrt{\frac{t}{g_1}}} \qquad = \sqrt{\frac{t}{g_2}} \times \sqrt{\frac{g_1}{t}} = \sqrt{\frac{g_1}{g_2}}$$

h উচ্চতায় T →

❖ দোলনকাল 3s. 8000Km উপরে দোলনকালের পরিবর্তন কত?

$(ii) \div (i) =)$

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{t}{g_2}}}{2\pi\sqrt{\frac{t}{g_1}}} = \sqrt{\frac{t}{g_2}} \times \sqrt{\frac{g_1}{t}} = \sqrt{\frac{g_1}{g_2}}$$

$$= \sqrt{\frac{GM}{R^2} \times \frac{(R+h)^2}{GM}}$$

$$= \frac{R+h}{R}$$

$$= \Delta T$$

Ans

$$g_1 = \frac{GM}{R^2}$$

$$g_2 = \frac{GM}{(R+h)^2}$$

পরিবর্তিত দোলনকাল → T'

দোলনকালের পরিবর্তন → $T' - T = \Delta T$

কার্যকরী দৈর্ঘ্যকে ২গুন বাড়ানো হল → $L' = 2L + L \quad = 3L$

কার্যকরী দৈর্ঘ্যকে ২গুন করা হল → $L' = 2L$

We Know,

$$T \propto \frac{1}{\sqrt{g}}$$

$$g \propto \frac{1}{d^2}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} = \sqrt{\frac{(R+h)^2}{R^2}} = \frac{R+h}{R}$$

$$h \rightarrow g' = g\left(1 - \frac{h}{R}\right)$$

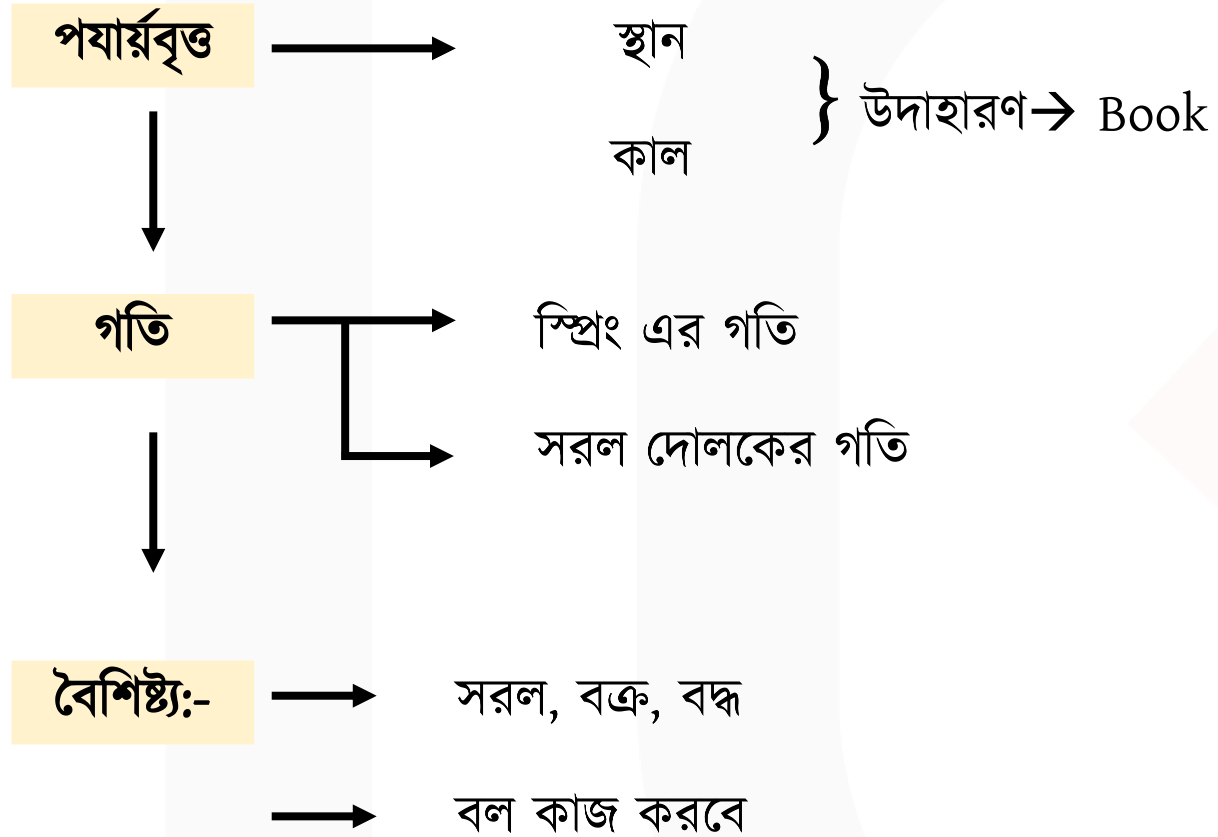
$$= g\left(1 - \frac{2h}{R}\right)$$

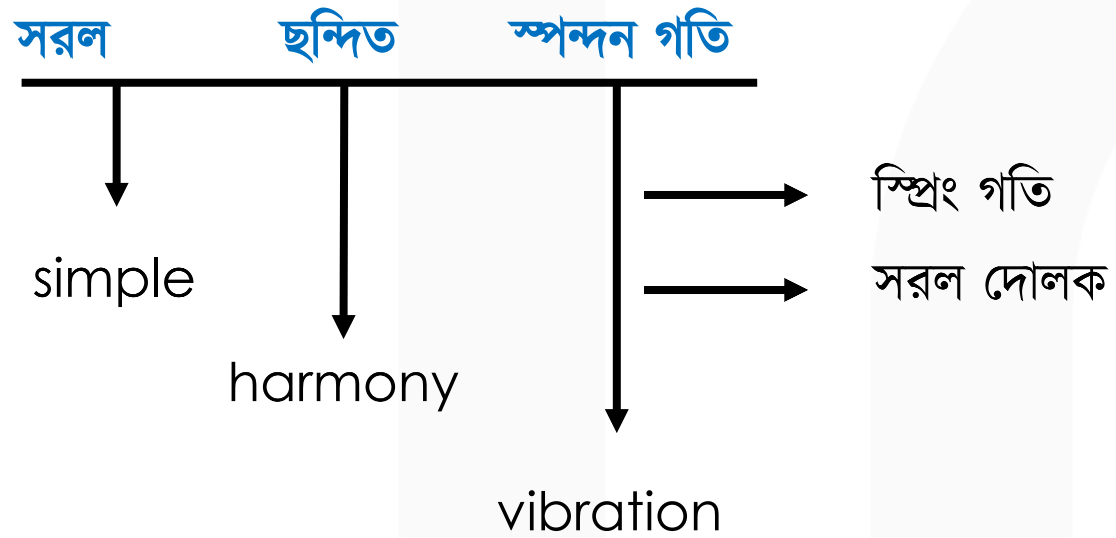
$$R = 6400Km$$

$$= 6.4 \times 10^6 m$$

$$g_1 = \frac{GM}{R^2}$$

$$g_2 = \frac{GM}{(R+h)^2}$$


পর্যায়বৃত্ত
স্থান
কাল
উদাহারণ→ Book
গতি
স্প্রিং এর গতি
সরল দোলকের গতি
বৈশিষ্ট্য:-
সরল, বক্র, বদ্ধ
বল কাজ করবে



শর্ত: $F \propto -x$

বল সরণ

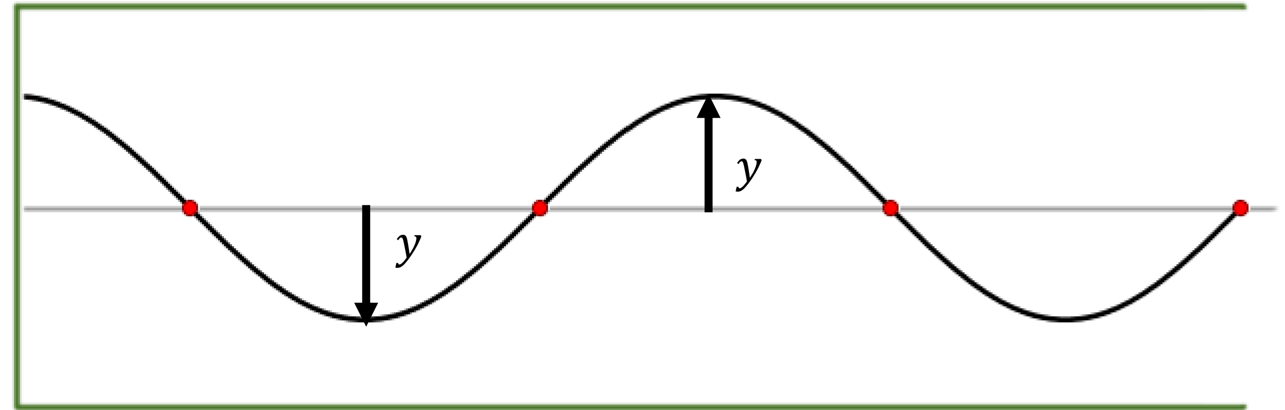
সরল ছন্দিত গতি সম্পর্কিত কয়েকটি রাশি:-

$$y = A\sin(\omega t + \delta)$$

$$v = \frac{dy}{dt} = A\omega\cos(\omega t + \delta)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2\sin(\omega t + \delta)$$

$$= -\omega^2 y$$



$$y = A\sin(\omega t + \delta)$$

$$y_{max} = \pm A$$

$$y_{min} = 0$$

সরলের সর্বোচ্চ সর্বনিম্ন

$$v_{max} = A\omega$$

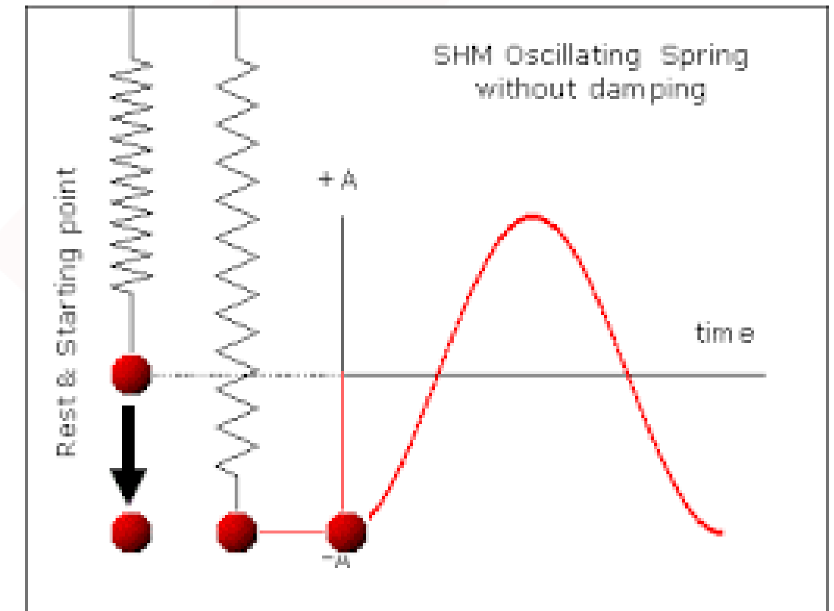
$$v_{min} = 0$$

বেগের সর্বোচ্চ, সর্বনিম্ন মান

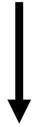
$$a_{max} = \pm\omega^2 A$$

$$a_{min} = 0$$

ত্বরণের সর্বোচ্চ, সর্বনিম্ন মান



প্রত্যয়নী বল→ প্রত্যবর্তন করতে সাহায্য করে



যতক্ষন দোলন থাকবে

spring constant



পর্যায় কাল→ সময় (T)

কৌনিক বেগ: $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi N}{t} = \sqrt{\frac{e}{g}} = \sqrt{\frac{k}{m}}$

দশা: কোন

$$y = 5\sin\left(200\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$y = A\sin(\omega t + \delta)$$

কম্পাঙ্ক: প্রতি সেকেন্ডে দোলনসংখ্যা

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

সরল দোলন গতি সম্পন্ন কণার ব্যবকলনীয় সমীকরণ,

$$\frac{k}{m} = \omega^2$$

$$=) \ \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$F \propto -\text{y}$$

$$\text{ma} \propto -\text{y}$$

$$= \text{m}.\frac{dv}{dt} = -\text{ky}$$

$$= \text{m}.\frac{d}{dt} \times \frac{d}{dt}(y) = -\text{ky}$$

$$= \text{m}.\frac{d^2y}{dt^2} = -\text{ky}$$

$$= \frac{d^2y}{dt^2} + \omega^2 y = 0$$

Solve

$$y = A\sin(\omega t + \delta)$$

সরল দোলকের সূত্রাবলী

4°
কৌনিক ব্যবধান

(i)
(ii)
(iii)
(iv)

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

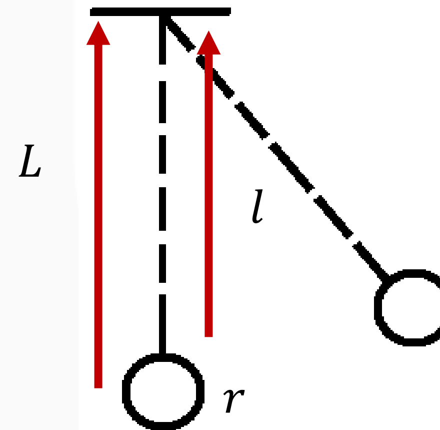
$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{u}}$$

$T =$ পর্যায়কাল

L= কার্যকরী দৈর্ঘ্য

$= l + r$

$g =$ অতিকর্ষজ ত্বরণ



সরল দোলকের গতির ব্যবহার:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$g_1 = \frac{GM}{R^2}$$

$$g_2 = \frac{GM}{(R+h)^2}$$

(i) g এর মান

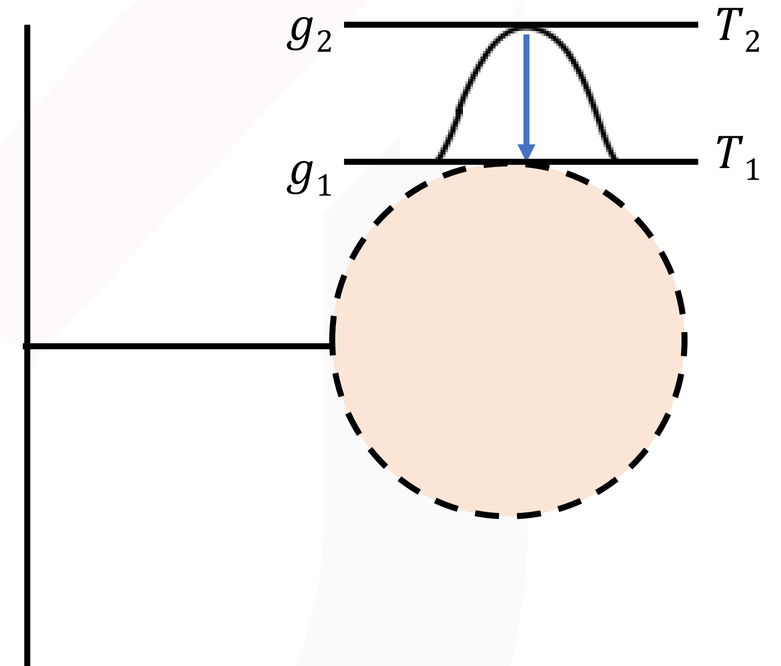
$$g = \left(\frac{4\pi^2}{T^2}\right) \times L$$

(ii) পাহাড়ের উচ্চতা

$$T \propto \frac{1}{\sqrt{g}}$$

$$g \propto \frac{1}{d^2}$$

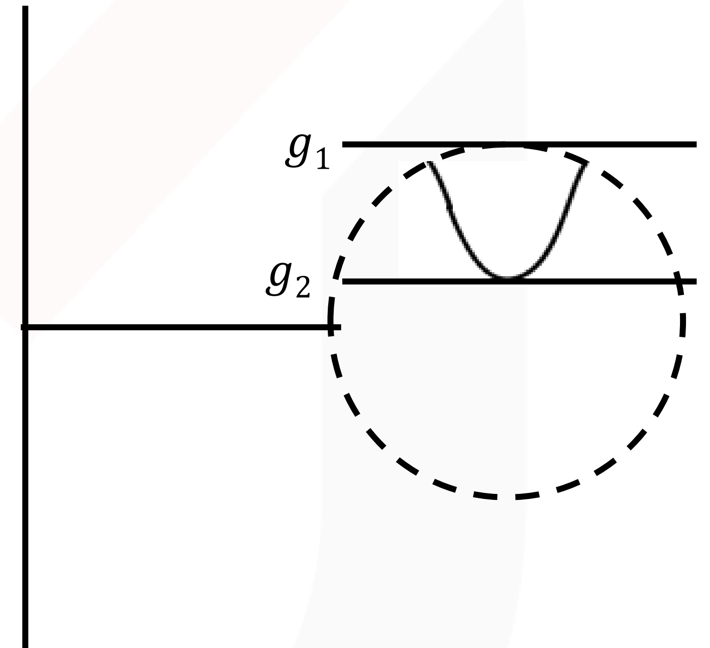
(iii) সময়



$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} = \sqrt{\frac{(R+h)^2}{R^2}} = \frac{R+h}{R} = L + \frac{h}{R}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = 1 + \frac{h}{R}$$

$$h = \left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right)R$$



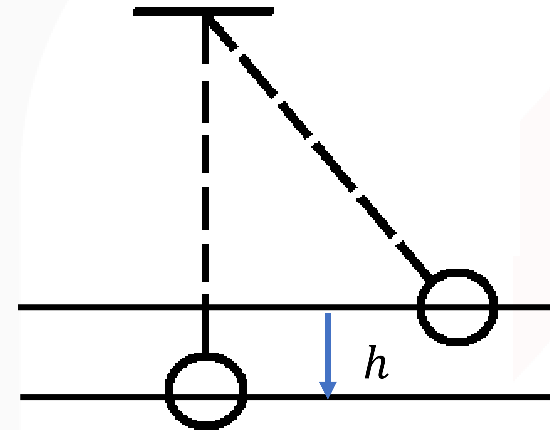
সেকেন্ড দোলক → সময়

পর্যায়কাল (T) → 2s

দোলকের শক্তি

$$E_{total} = E_p + E_k$$

$$= mgh$$



$$E_{total} = E_p + E_k$$

$$= 0 + E_k$$

$$E_p = \frac{1}{2}k(A^2 - y^2)$$

$$E_k = \frac{1}{2}ky^2$$

$$E_{total} = E_p + E_k = \frac{1}{2}kA^2$$

লিফটের দোলনকাল



$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g+f}}$$



$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g-f}}$$

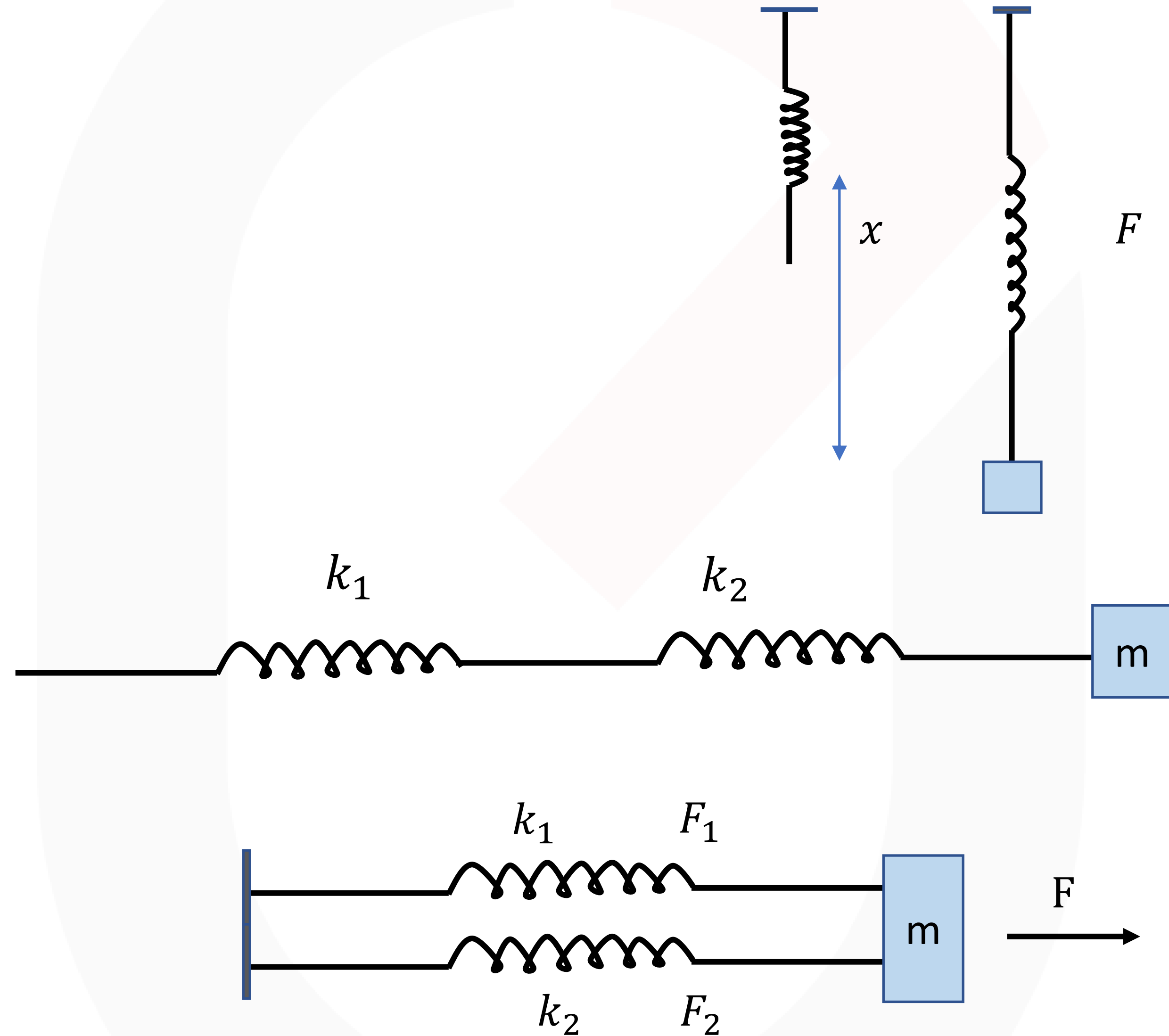
স্প্রিং ধ্রুবক → (k)

$$F = kx$$

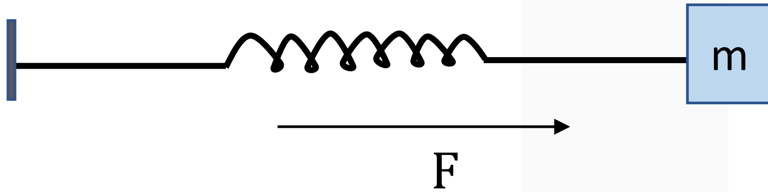
$$k = \frac{F}{x}$$

শ্রেণী $\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$

সমান্তরাল $k = k_1 + k_2$



Periodic Motion

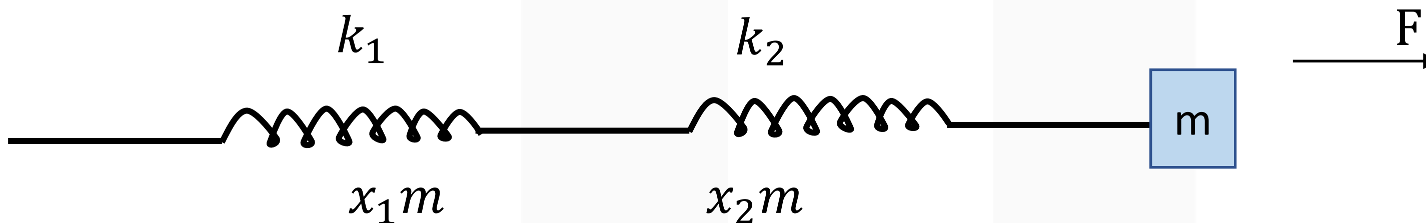


$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

স্প্রিং এর শ্রেণী সমবায়ে তুল্য স্প্রিং ধ্রুবক



F →

$$F = k_1 x_1$$

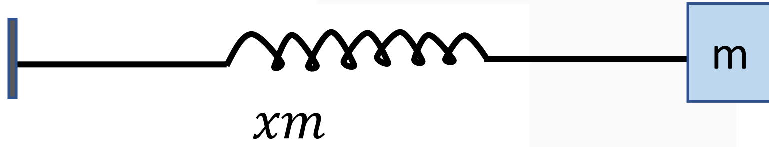
$$=) \; x_1 = \frac{F}{k_1} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (i)$$

$$F = k_2 x_2$$

F →

$$=) \; x_2 = \frac{F}{k_2} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (ii)$$

তুল্য স্প্রিং



xm

$$x = x_1 + x_2$$

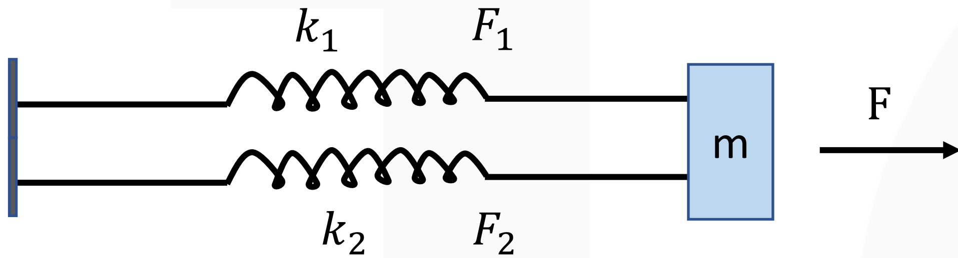
তুল্য প্রসারন = স্প্রিং – 1 + স্প্রিং – 2

প্রসারণ প্রসারণ

$$\frac{F}{k_5} = \frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_2}$$

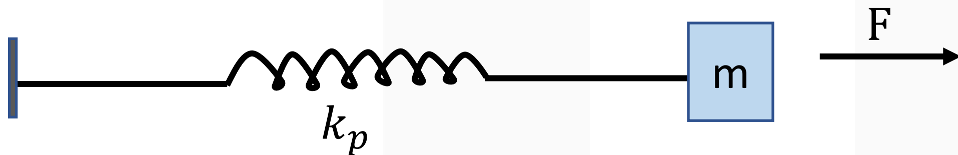
$$\frac{1}{k_5} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{\boldsymbol{k_s}}{m}}$$



সমান্তরাল

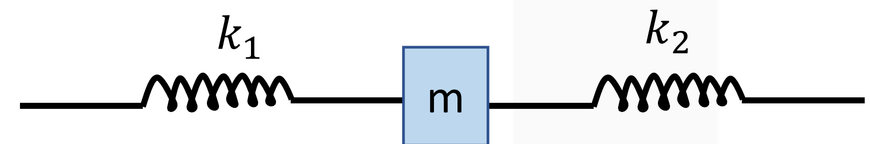
$$\omega = \sqrt{\frac{k_s}{m}}$$



$$F = F_1 + F_2$$

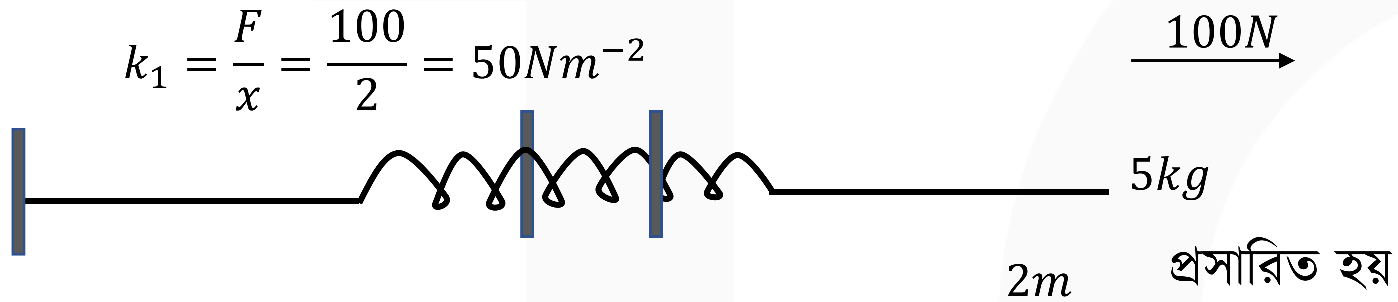
$$=) k_p x = k_1 x + k_2 x$$

$$k_p = k_1 + k_2$$

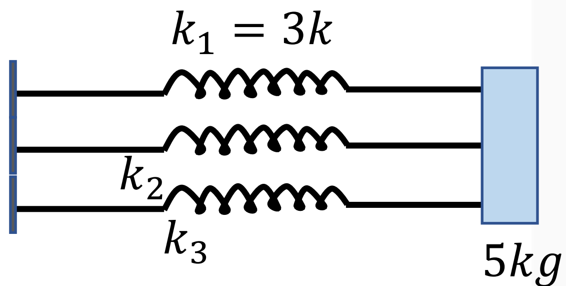


m ভরের বস্তুকে ডানে/বামে সরানোর ক্ষেত্রে তুল্য স্প্রিং ধ্রুবক

$$k_p = k_1 + k_2$$



কেটে সমান 3 ভাগে ভাগ করে তাদেরকে সমান্তরালে যুক্ত করলে কম্পাঙ্ক কত?



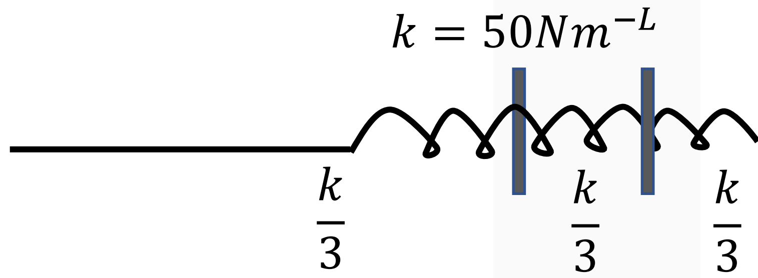
$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{kp}{m}}$$

$$= \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{9k}{m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{9 \times 5°}{5}} =$$

$$k_p = k_1 + k_2 + k_3$$

3k 3k 3k

=9k

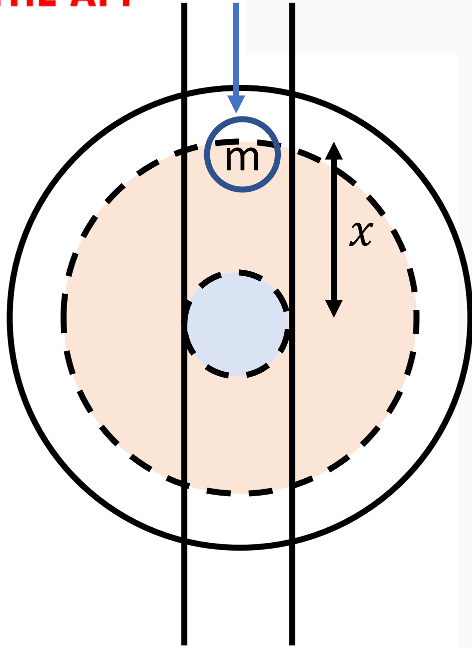


কেটে সমান 4 ভাগ করলাম

$4k, 4k, 4k, 4k,$

কেটে সমান 5 ভাগ করলাম

$5k, 5k, 5k, 5k, 5k$



পৃথিবীর এক প্রান্ত থেকে আরেকপ্রান্তে সুরঙ্গে বস্তুকে ছেড়ে দিলে তার গতি কেমন হবে?

মহাকর্ষ বল, $F = G\frac{mM'}{x^2} = G.m.\frac{\rho v'}{x^2}$

$$= G.m.\frac{\rho v' \times \frac{4}{2}\pi x^5}{x^2}$$

$$F = \frac{4}{3}\pi\rho Gm \times x$$

$$F = -kx$$

$$F \propto -x$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\frac{4}{3}\pi\rho Gm}}$$

$=$ [ ]

- একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য ঢাকায় 100cm এবং কাঠমুন্ডতে 95cm । কোনো বস্তুকে কাঠমুন্ড হতে ঢাকায় আনলে এর ওজনের কী পরিবর্তন হবে?

$8aln$

$$\omega_D = mg_D \quad \ldots\ldots(i)$$

$$\omega_K = mg_K \quad \ldots\ldots(ii)$$

$L_D = 100cm$

$L_K = 95cm$

$(i) \div (ii) =)$

$$\frac{\omega_D}{\omega_K} = \frac{g_D}{g_K} = \frac{L_D}{L_K} = \frac{100}{95}$$

$$=)\ \omega_D = 1.05\omega_K$$

$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

$=)T^2 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

$=)\ L \propto g$

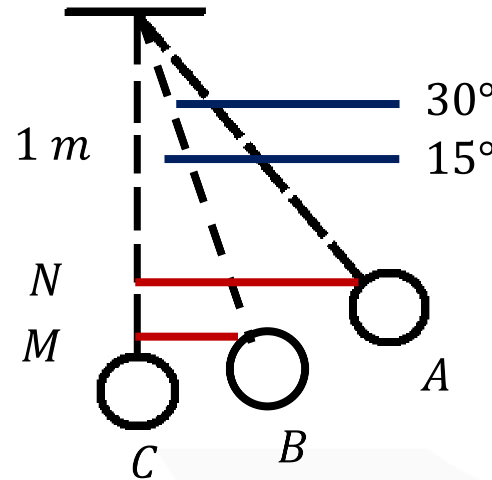
$$\therefore \Delta\omega = \omega_D - \omega_K$$

$$= (1.05\omega_K - \omega_K) \times 100\% \quad = 5\%\ \omega_K$$

- নিচের চিত্রে $0.02kg$ ভরের একটি বস্তুকে O বিন্দু থেকে 1m লম্বা সুতার সাহায্যে ঝুলানো হলো। A বিন্দু সর্বোচ্চ বিস্তার নির্দেশ করে যার O বিন্দুতে $30°$ কোণ উৎপন্ন করে। এটাকে A বিন্দু পর্যন্ত টেনে ছেড়ে দেওয়া হলে এটি দুলতে শুরু করে। $(g = 9{\cdot}8ms^{-2})$

০১) উদ্দীপকের B বিন্দুতে দোলকটির গতিশক্তি বের কর।

০২) উদ্দীপকের ব্যবহৃত দোলকটি যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা সূত্র মেনে চলে কি না গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও।



(০১) B বিন্দুতে

$L = 1m$

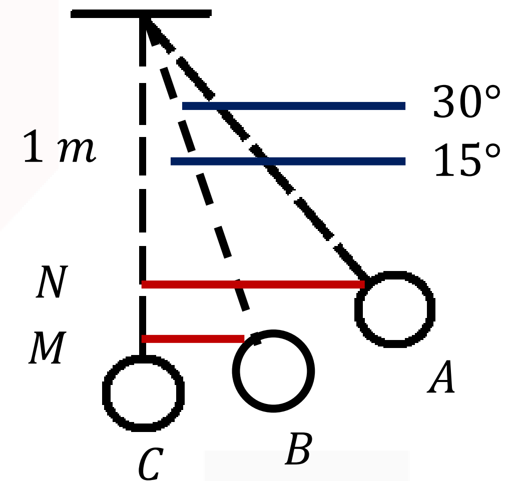
$m = 0.02kg$

$$E_K = \frac{1}{2}mv^2$$
$$= \frac{1}{2}m(u^2 + 2gh)$$
$$= \frac{1}{2} \times m \times 2gh = mgh = 0.01\text{J}$$

$h = NM = OM - ON$

$$= OB \times \cos 15° - OA \times \cos 30°$$

$$= 1 \times \cos 15° - 1 \times \cos 30°$$

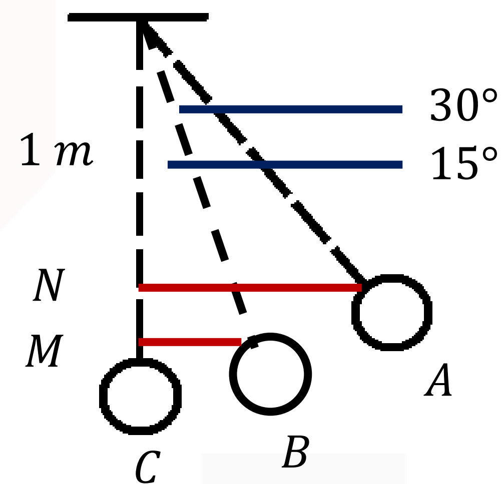


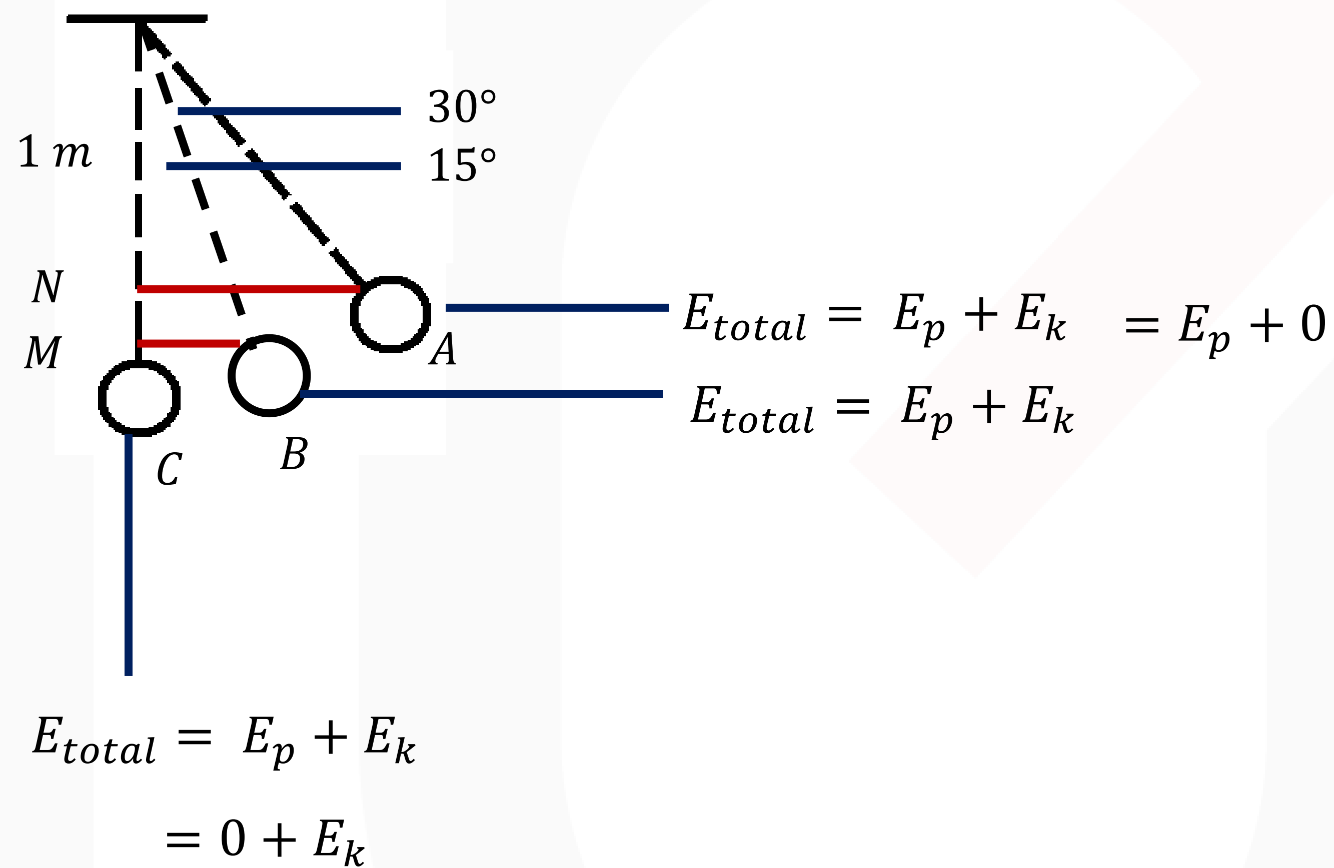
B বিভক্ত শক্তি→

$$E_p = mgh$$

$$= mg \times CM$$

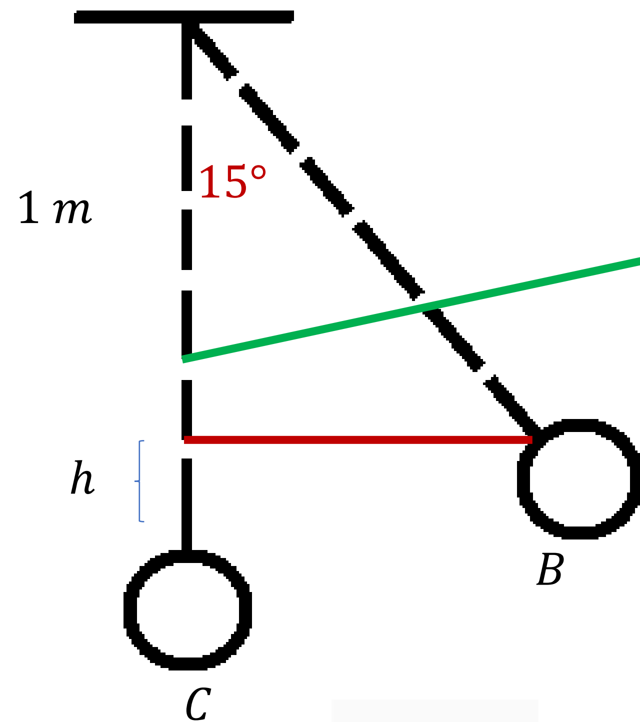
$$= 0.02 \times 9.8 \times (1 - \cos 15°)$$





$E_{total} = E_p + E_k$

$= 0 + E_k$



$$\cos 15° = \frac{OM}{OB}$$

$$=) \; OM = OB \times \cos 15°$$

$$= 1 \times 96$$

$$E_p = mgh$$

$$= 0.02 \times 9.6 \times (1 - 0.96)$$

- একটি সরণ দোলকের দোলনকাল 50% বৃদ্ধি করতে এর কার্যকরী দৈর্ঘ্য কত গুন বাড়াতে হবে?

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

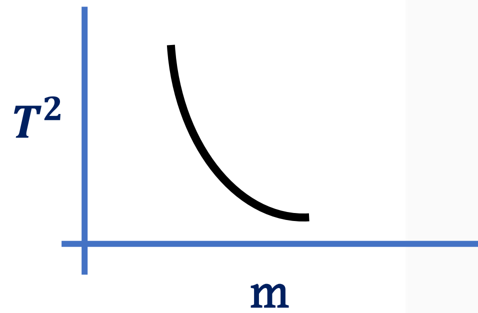
$$T \propto \sqrt{L}$$

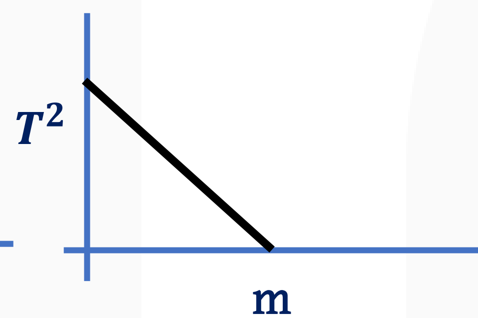
$$T^2 \propto \sqrt{L}$$

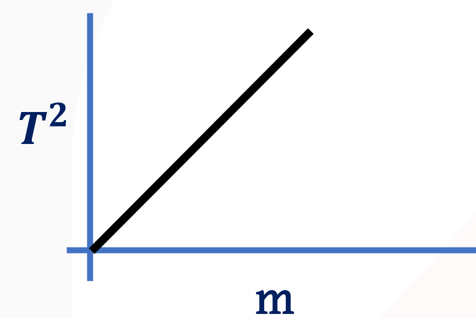
$$\frac{L_2}{L_1} = \frac{{T_2}^2}{{T_1}^2} = \left(\frac{1.5T}{T}\right)^2 = 2.25$$

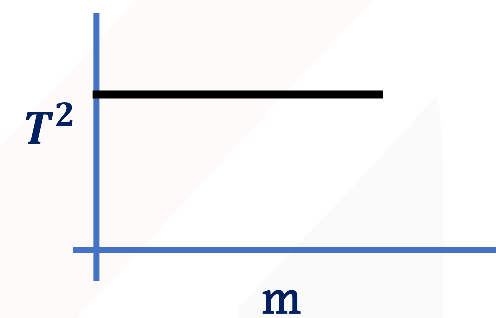
$$Or, \quad \Delta L = L_2 - L_1 = 2.25L_1 - L_1 = 2.25L_1$$

- একটি স্প্রিং এর T^2 বনাম m এর লেখচিত্র কোনটি?





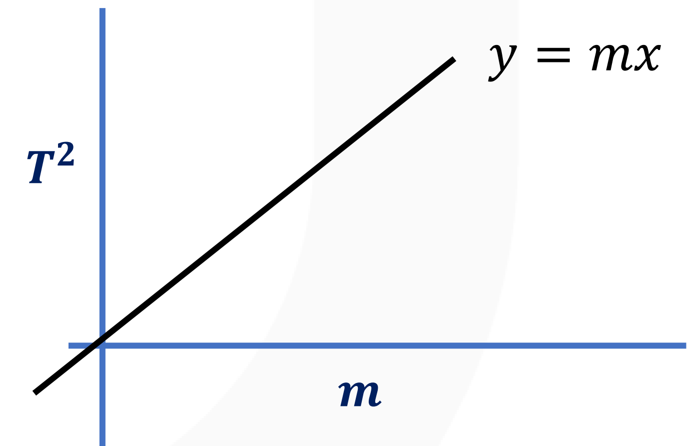




$$y = mx$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$=) \ T^2 = 4x^2\frac{m}{k} = \frac{4x^2}{k} \times m$$

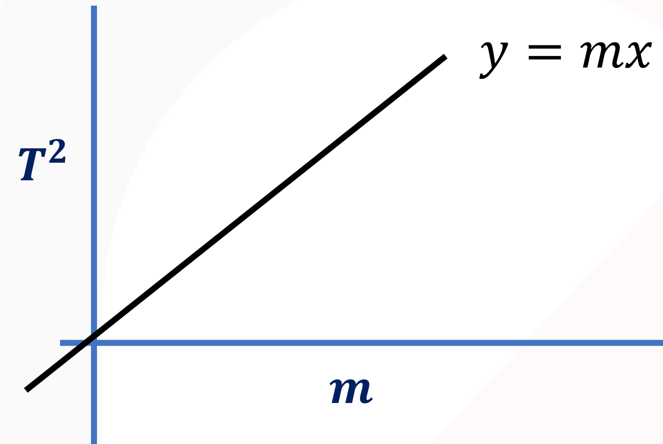


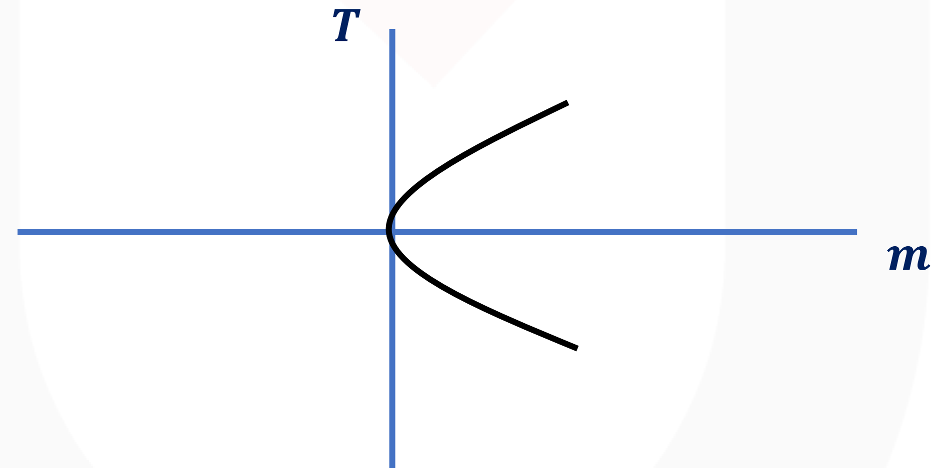
$$T^2 = \frac{4x^2}{k} \times m$$

$$y = K \times x$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

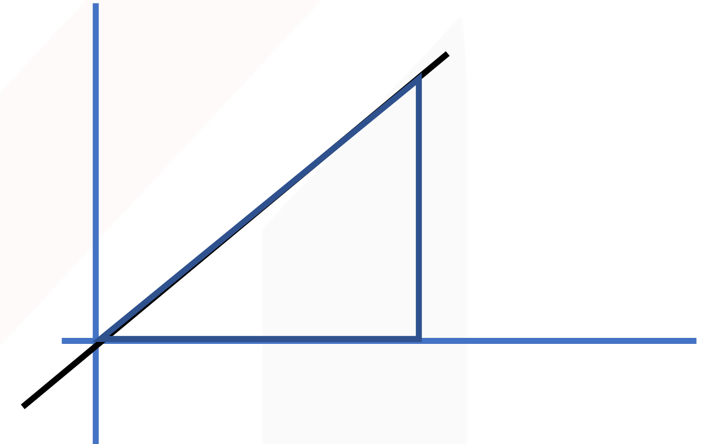
$$=) \, T^2 = 4x^2 \frac{m}{k}$$





- কোন পরীক্ষায় T ও L এর মান নিয়ে $L - T^2$ লেখচিত্র আকঁলে একটি মূলবিন্দুগামী সরলরেখা পাওয়া যায়। এটি x অক্ষের সাথে $tan^{-1}4$ কোণ উৎপন্ন করে। g- এর মান কত?

বামপাশে তাই- y Axis বরাবর ধরব ডানপাশে তাই x Axis বরাবর ধরব



$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$=)T^2 = 4\pi^2\frac{L}{g}$$

$$y = K\,x$$

$$K = \tan\theta = \tan(\tan^{-1}4) = 4$$

$$K = 4 = \frac{4x^2}{g} =)\ g = x^2 = 9.85$$

$$\tan\theta = \tan(\tan^{-1}4) = 4$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g} \times L$$

$$y = mx$$

$$\boldsymbol{T^2 = \frac{4\pi^2}{g} \times L}$$

$$\boldsymbol{y = mx}$$

গাণিতিক সমস্যা

একটি স্প্রিং এর অগ্রভাগে 300g ভর ঝুলানো হলে স্প্রিংটি 10 cm লম্বা হয়। স্প্রিংটিকে এই সাম্যবস্থা হতে আরও 8 cm লম্বা করে ছেড়ে দেয়া হল। বস্তুটির-

(i) মোট শক্তি কত?

(ii) সাম্যবস্থা থেকে 5 cm দূরে অবস্থানকালে বস্তুটির বেগ কত?

(iii)বিস্তারের মাঝামাঝি অবস্থানে $\left(\pm\frac{A}{3}\right)$বস্তুর গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তি কত?

$i)$ $\boldsymbol{E = \frac{1}{2} K A^2}$

$= \frac{1}{2} \times \square \times (0.08)^2$

$= \square$ $Ans.$

$\boldsymbol{\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}}$

$\boldsymbol{F = kx}$

$=) \; mg = kx$

$=) \; .3 \times 9.8 = k \times .1m$

$=) \; k = \square$

$ii)$ $V = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$

$= \sqrt{\frac{k}{m}} \times \sqrt{A^2 - x^2}$

$A = 8cm$

$= 0.08m$

$E_p = \frac{1}{2} k x^2$

$= \frac{1}{2} \times k \times \frac{A^2}{4}$

$E_k = E - E_p = \frac{1}{2} K \left(A^2 - x^2\right)$

গাণিতিক সমস্যা

একটি সেকেন্ড দোলক ভূ-পৃষ্ঠে সঠিক সময় দেয়। চন্দ্রে দিয়ে গেলে এর দোলনকাল কত হবে? পৃথিবীর ব্যাসার্ধ চন্দ্রের ব্যাসার্ধের 4 গুণ এবং পৃথিবীর ভর চন্দ্রের ভরের 81 গুণ।

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\sqrt{\text{ভরের গুণ}}}{\text{ব্যাসার্ধের গুণ}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$T \propto \frac{1}{\sqrt{g}}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{g_1}{g_2}}$$

$$g_1 = \frac{GM_1}{{R_1}^2}$$

$$g_2 = \frac{GM_2}{{R_2}^2}$$

$$\therefore \frac{g_1}{g_2} = \frac{M_1}{M_2} \times \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2$$

$$T_1 = 2s$$

$$g_{moon} = \frac{Senrth}{6}$$

$$\therefore \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{M_1}{M_2}} \times \frac{R_2}{R_1} = \sqrt{\frac{81\, M_1}{M_2}} \times \frac{R_2}{4\, R_1} = \frac{9}{4}$$

$$\therefore T_2 = \frac{9}{4} \times T_1$$

গাণিতিক সমস্যা

একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 1% কমিয়ে দেয়া হল। এটি দিনে মোট কতগুলো পূর্ণ দোলন বেশি দিবে?

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$L_1 = L$$

$$L_2 = L - L \times 1\%$$

$$= 0.99L$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} = \frac{86400}{86400 + x}$$

T কমে যাওয়া → watch fast/slow

$$x = \frac{435.26s}{2} = 217$$

$Ans..$

গাণিতিক সমস্যা

একটি সরল ছন্দিত গতি সম্পন্ন কণার বিস্তার 1m, পর্যায়কাল 4s, এবং আদি দশা 30°। উক্ত কণাটির দোলনগতির সমীকরণ কোনটি?

$$A = 0.1m$$

$$T = 4s$$

$$\delta = 30^\circ$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$x = A\sin(\omega t + \delta)$$

$$= 0.1 \times \sin\left(\frac{2\pi}{4} \times t \times \frac{\pi}{6}\right)$$

$$= 0.1 \times \sin\left(0.5\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$$

Ans..

গাণিতিক সমস্যা

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$T^2 = 4\pi^2\frac{L}{g}$$

$4\pi^2$

$$\mathrm{L} = T^2 g$$

$$\mathrm{L} \propto g$$

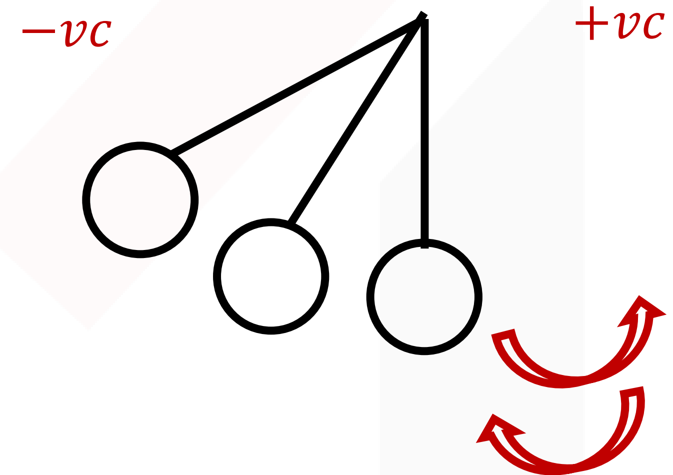
$$\frac{\mathrm{L}}{\mathrm{L}'} = \frac{g}{g'}$$

গাণিতিক সমস্যা

- সরল দোলন গতিতে স্পন্দিত কণার শুরুতে $x = \frac{A}{\sqrt{2}}$ এবং শুরুতে x অক্ষের ধনাত্মক দিকে চলনশীল। x এর সমীকরণ নির্ণয় কর।

$$x = A\sin(\omega t + \delta)$$

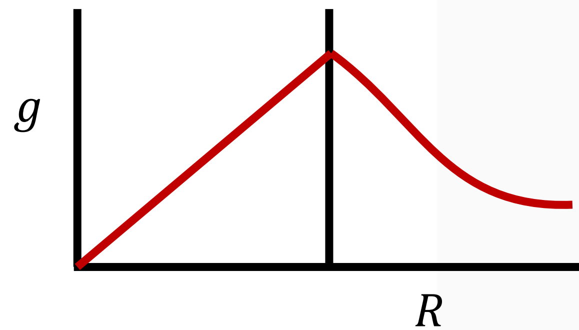
$$= A\sin\left(\omega t + 3 \times \frac{\pi}{2}\right)$$

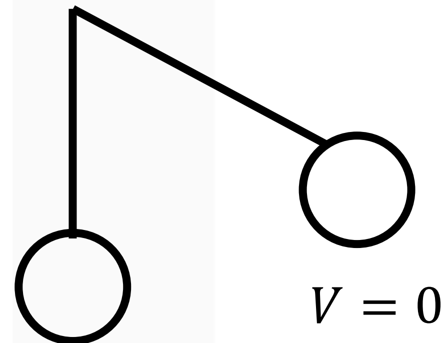


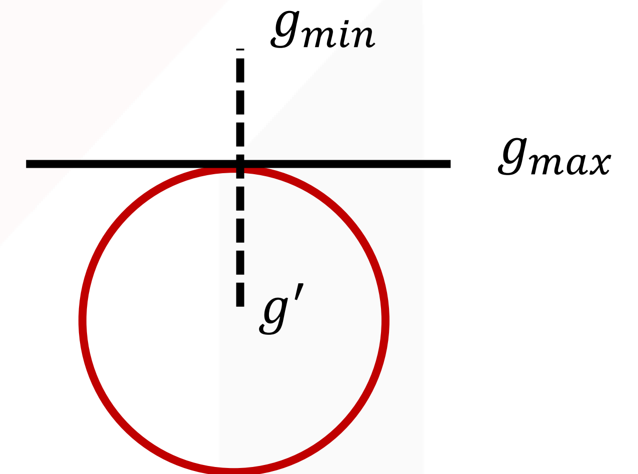
গাণিতিক সমস্যা

$$a = -\omega^2 y$$

$$a_{max} = -\omega^2 A$$







গাণিতিক সমস্যা

দূরত্ব, $y = A\sin(\omega t + \delta)$

বেগ, $v = \frac{dy}{dt} = A\omega\cos(\omega t + \delta)$

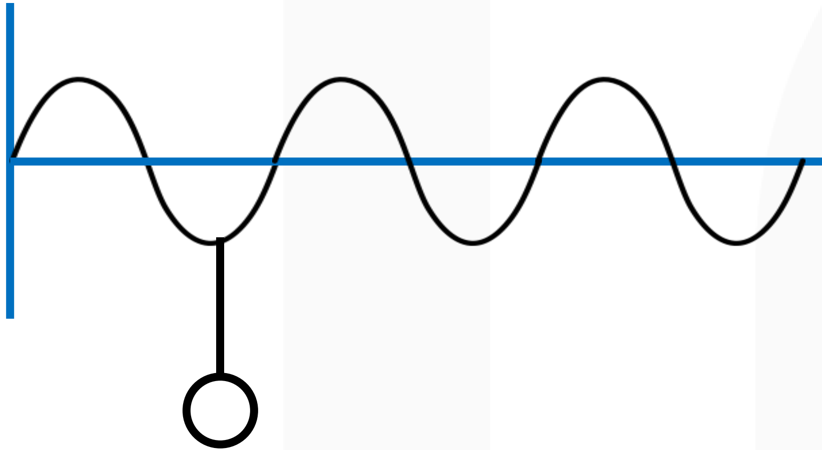
ত্বরণ $a = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 A\sin(\omega t + \delta)$

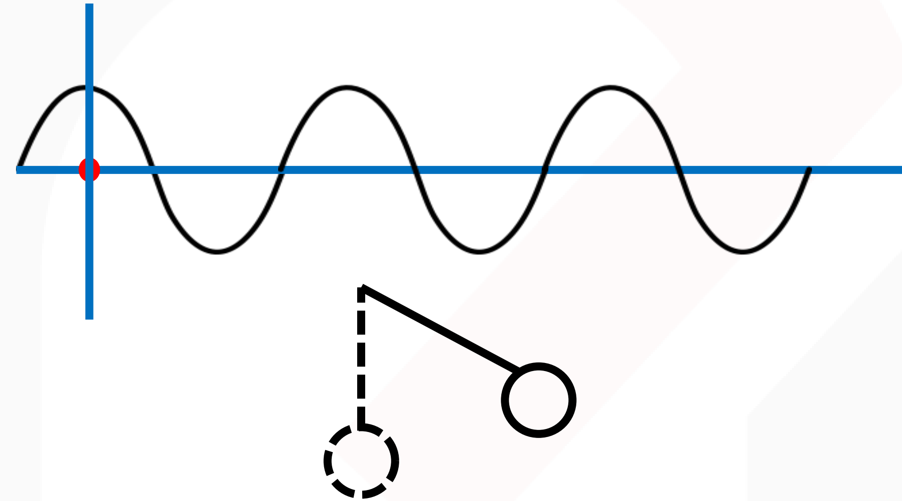
$V_{max} = A\omega$

$\omega = \frac{V_{max}}{A}$

$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi(A)}{V_{max}}$

গাণিতিক সমস্যা





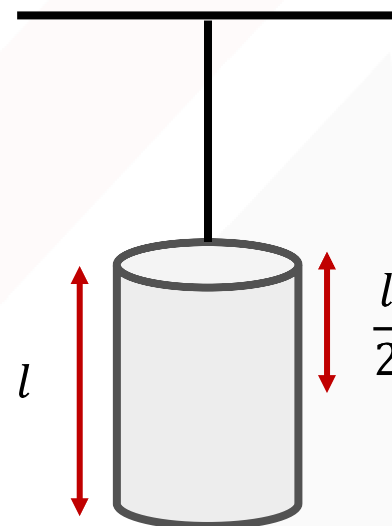
$$y = A\sin(\omega t + \delta)$$
$$= A\sin\omega t$$

$$y = A\sin(\omega t + \delta)$$
$$= A\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$
$$= A\cos(\omega t)$$

গাণিতিক সমস্যা

$$h = \left(\sqrt{\frac{g}{g'}} - 1\right)R$$

$$h = \left(\frac{T'}{T} - 1\right)R$$



গাণিতিক সমস্যা

9th

$$y = \frac{2\pi}{x}(vt - x)$$

$$x = A\sin(\omega t + \delta)$$

8th

গাণিতিক সমস্যা

- 50g ভরবিশিষ্ট একটি সরল দোলকের দোলনকাল 2s এবং ইয়ার বিস্তার 10cm। দোলনরত অবস্থায় যখন ইহার বব মধ্যবস্থানে আসে তখন ববটি ভূমি হতে 45cm উপরে অবস্থান করে।

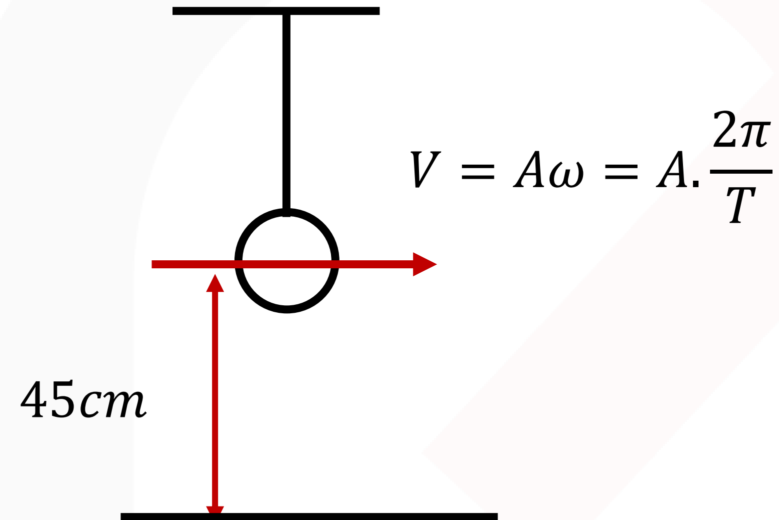
ক. স্পর্শ কোণ কাকে বলে?

খ. বলের ঘাত ভরবেগের পরিবর্তনের সমান – মাত্রা সমীকরণের সাহায্যে ব্যাখ্যা কর।

গ. দোলনরত ববের সর্বোচ্চ বেগ কত?

ঘ. দোলনরত বব যখন মধ্যবস্থানে আসে তখন সূত্রাটি ছিগে গেলে এর গতি প্রকৃতি বিশ্লেষণ করে সাম্যাবস্থান হতে কত দূরে ভূমিতে পতিত হবে তার গাণিতিক পরিমাপ কর।

গাণিতিক সমস্যা



$$V = A\omega = A.\frac{2\pi}{T}$$

$$h = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$=)\ 0.45 = \frac{1}{2} \times 9.8 \times t^2$$

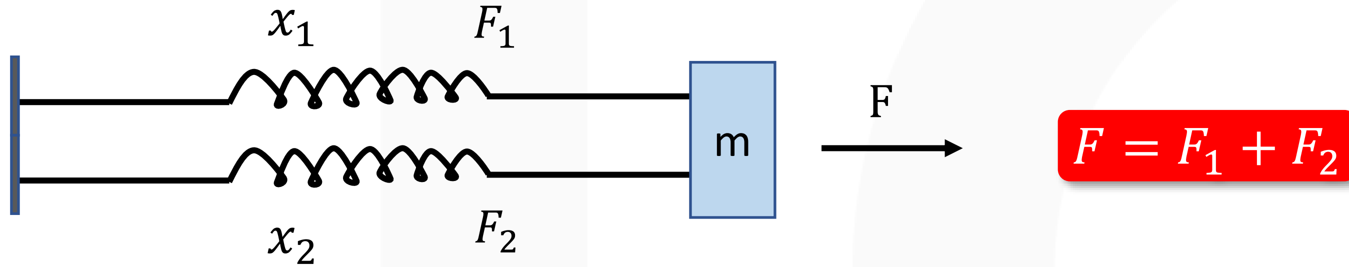
$$=)\ t = \square$$



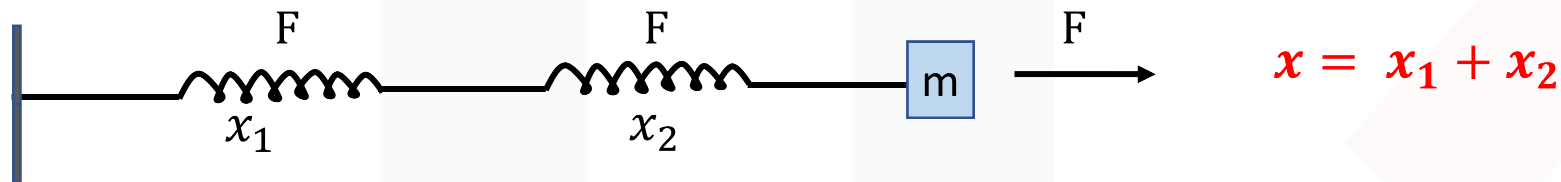
$$x = vt$$

$Ans..$

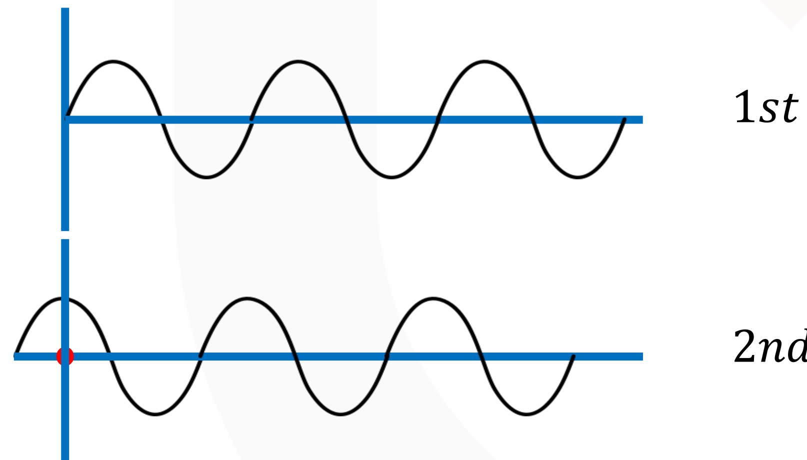
গাণিতিক সমস্যা



$F = F_1 + F_2$



$x = x_1 + x_2$



$1st$

$2nd$

গাণিতিক সমস্যা

a b

$$\frac{y}{5} = \frac{4}{5}\sin\omega t + \frac{3}{5}\cos\omega t$$

$$= 5\sin(\omega t + \theta)$$

এখানে,

$$\sin\theta = \frac{3}{5},$$

$$\cos\theta = \frac{4}{5},$$

এবং

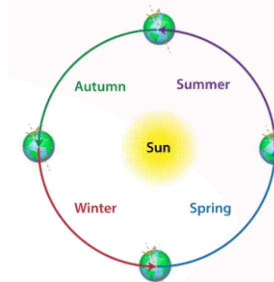
$$\tan\theta = \frac{3}{4},$$

$$= 5\{\cos\theta\sin\omega t + \sin\theta\cos\omega t\}$$

$$= 5\{\sin(\omega t + \theta)\}$$

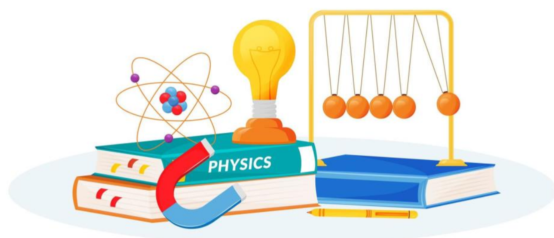
$$\sqrt{a^2 + b^2}$$

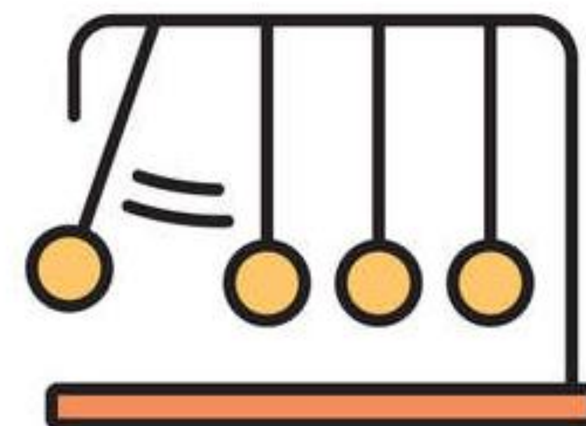
$$= \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$



IDEAL GAS & GAS KINEMATICS

Chapter 10





গ্যাস বর্ণনায় প্রয়োজনীয় চলক

	প্রতীক	S.I. একক	তাৎপর্য
তাপমাত্রা	T	Kelvin	গ্যাসটির তাপমাত্রার পরিমান
চাপ	P	Pascal	পাত্রের দেয়ালের ওপর গ্যাসটির ধাক্কা
আয়তন	V	m^3	গ্যাসটি যে পাত্রে রাখা তার আয়তন
মোল	n	mole	গ্যাসটির গ্রামে প্রকাশিত ভর

$$\text{গ্যাসের চাপ} = \frac{\text{পাত্রের দেয়ালে অণু কর্তৃক দেয়া ধাক্কা}}{\text{পাত্রের ক্ষেত্রফল}}$$

গ্যাসের আয়তন = পাত্রের আয়তন

$$n = \frac{N}{N_A} = \frac{W}{M}$$

N → পরমাণু/অণু সংখ্যা

N_A → 6.02×10^{23}

W → গ্রামে প্রকাশিত ভর

M → পারমানবিক/আণবিক ভর

(UNIT CONVERSION)

PRESSURE(চাপ) → S.I একক Pascal

- 1 atm = 101325 Pa
- 76 cm (Hg) = 760 mm (Hg) = 1 atm

Example: 200 cm (Hg) = ? Pa

VOLUME(আয়তন) → S.I একক m^3

- 1 L = 1 dm^3 = 10^{-3} m^3
- 1 cc = 1 cm^3 = 1 mL = 10^{-3} L = 10^{-6} m^3

Example: 200 cc = ? m^3

TEMPERATURE(তাপমাত্রা) → S.I একক K

$$\frac{C}{5} = \frac{F-32}{9} = \frac{K-273}{5}$$

S T P

standard temperature pressure

অর্থাৎ T = 273 K

P =101325 Pa

S A T P

Ambient(বায়ুমন্ডলীয়)

অর্থাৎ T = 298K

P = 101325 Pa → NTP

(OLD IUPAC STANDARD)

P = 100,000 Pa

(CURRENT IUPAC STANDARD)

P V T n

বয়েলের সূত্র

T ও n ধ্রুবক হলে,

$$V \propto \frac{1}{P}$$

$$P_i V_i = P_f V_f$$

চার্লসের সূত্র

P ও n ধ্রুবক হলে,

$$V \propto T$$

$$\frac{V_i}{T_i} = \frac{V_f}{T_f}$$

গে-লুস্যাকের সূত্র

V ও n ধ্রুবক হলে,

$$P \propto T$$

$$\frac{P_i}{T_i} = \frac{P_f}{T_f}$$

অ্যাভোগেড্রোর সূত্র

P ও T ধ্রুবক হলে,

$$V \propto n$$

$$\frac{V_i}{n_i} = \frac{V_f}{n_f}$$

P V T n

বয়েলের সূত্র

T ও n ধ্রুবক হলে,

$$V \propto \frac{1}{P}$$

চার্লসের সূত্র

P ও n ধ্রুবক হলে,

$$V \propto T$$

গে-লুস্যাকের সূত্র

V ও n ধ্রুবক হলে,

$$P \propto T$$

গ্যাসের সমন্বয় সূত্র

$$\frac{P_i V_i}{T_i} = \frac{P_f V_f}{T_f}$$

n ধ্রুবক হলে,

P V T n

বয়েলের সূত্র

T ও n ধ্রুবক হলে,

$$V \propto \frac{1}{P}$$

চার্লসের সূত্র

P ও n ধ্রুবক হলে,

$$V \propto T$$

গে-লুস্যাকের সূত্র

V ও n ধ্রুবক হলে,

$$P \propto T$$

অ্যাভোগেড্রোর সূত্র

P ও T ধ্রুবক হলে,

$$V \propto n$$

আদর্শ গ্যাস সূত্র

$$PV = nRT$$

আদর্শ গ্যাস

"যেসকল গ্যাস বয়েলের ও চার্লসের সূত্র মেনে চলে তা হল আদর্শ গ্যাস"

সাধারণত প্রকৃতিতে প্রাপ্ত গ্যাসগুলো বয়েল ও চার্লসের সূত্র মেনে চলেনা।

গ্যাসসমূহ যদি-

- উচ্চতাপমাত্রায়(Higher T)
- নিম্নচাপে (lower P)

থাকে তবে তারা উক্ত সূত্রদ্বয় মেনে চলে অর্থাৎ আদর্শ গ্যাসের মতন আচরণ করে।

Boyle's Law

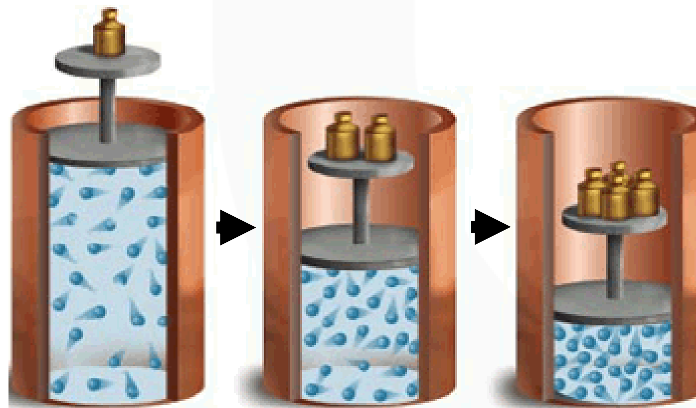
গাণিতিকভাবে, $V \propto \frac{1}{P}$

$\rightarrow V = K\frac{1}{P}$

$\rightarrow PV = K =$ ধ্রুবক

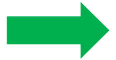
$$P_i V_i = P_f V_f$$

$P_i =$ আদি চাপ
$P_f =$ শেষ চাপ
$V_i =$ আদি আয়তন
$V_f =$ শেষ আয়তন



গাণিতিক সমস্যা

- কোনো গ্যাসের 2 atm চাপে আয়তন 2 L হলে, 220000 Pa চাপে এর আয়তন কত হবে?



$$P_i V_i = P_f V_f$$

$$P_i = 2\text{ atm} = 2 \times 101325\ Pa = 202650 Pa$$

$$V_i = 2\text{ L} = 2 \times 10^{-3}\ m^3 = 0.002\ m^3$$

$$P_f = 220000\ Pa$$

$$\rightarrow V_f = \frac{202650 \times 0.002}{220000}$$

$$\rightarrow V_f = 1.84 \times 10^{-3}\ m^3$$

DOWNLOAD THE APP

গাণিতিক সমস্যা

10 MINUTE SCHOOL

- কোনো গ্যাসের 2 atm চাপে আয়তন 2 L হলে, এর চাপ 30% কমালে এর আয়তনের পরিবর্তন কত হবে?



$$P_iV_i = P_fV_f$$

$$P_i = 2\text{ atm} = 2 \times 101325\ Pa = 202650Pa$$

$$V_i = 2\text{ L} = 2 \times 10^{-3}\ m^3 = 0.002\ m^3$$

$$P_f = P_i - 30\%\ P_i$$

$$\Rightarrow P_f = P_i - 0.3P_i$$

$$\Rightarrow P_f = 0.7P_i$$

$$\longrightarrow \ P_iV_i = (0.7P_i)V_f$$

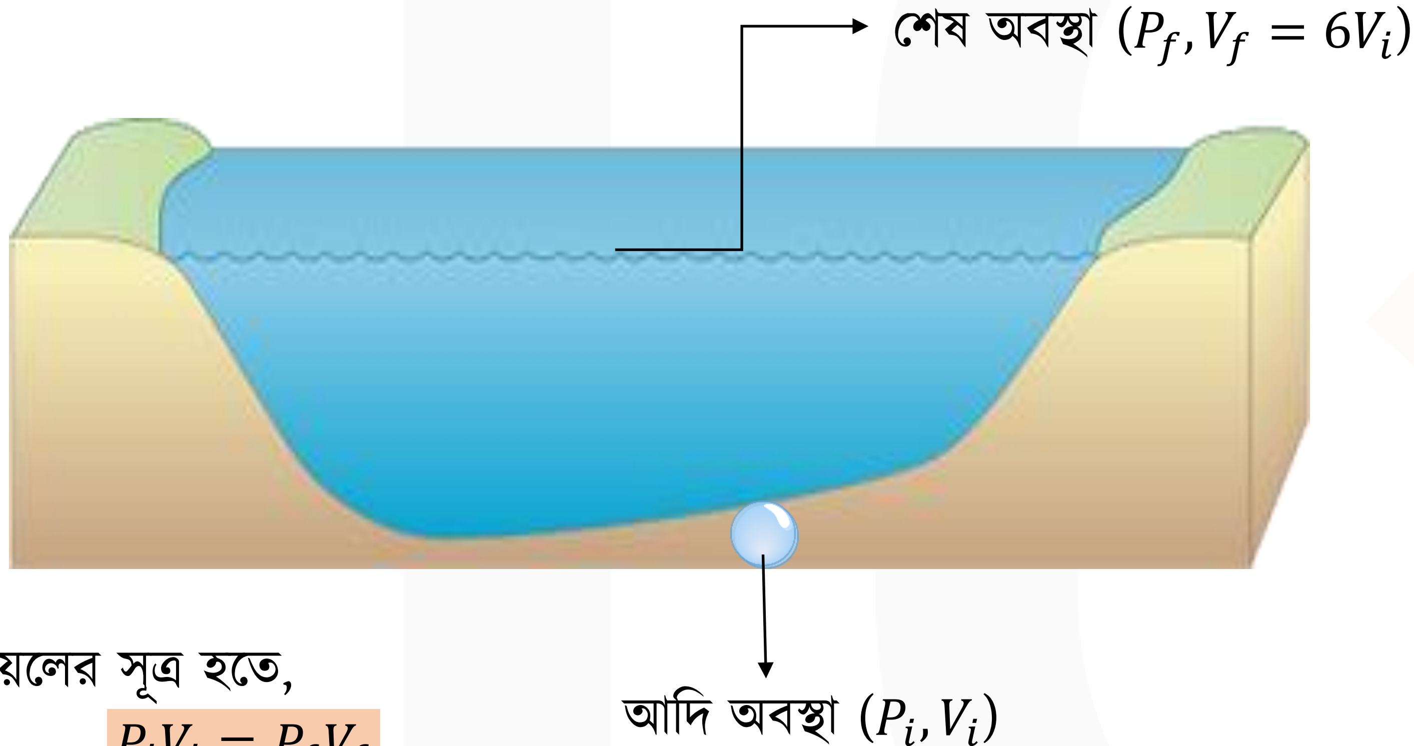
$$\longrightarrow \ V_f = \frac{V_i}{0.7} = \frac{0.002}{0.7}$$

$$\longrightarrow \ V_f = 2.85 \times 10^{-3}\ m^3$$

$$\therefore \Delta V = V_f - V_i = 2.85 \times 10^{-3} - 0.002 = 8.57 \times 10^{-4} m^3$$ (আয়তনের বৃদ্ধি)

গাণিতিক সমস্যা

- কোনো হ্রদের তলদেশ হতে একটি বায়ু বুদবুদ হ্রদের উপরিতলে উঠে আসায় এর আয়তন পূর্বের ছয়গুণ হলে হ্রদের গভীরতা কত?



বয়েলের সূত্র হতে,

$$P_iV_i = P_fV_f$$

$V_f = 6V_i$

P_f = বায়ুমণ্ডলের চাপ $= 101325\ Pa$

P_i = বায়ুমণ্ডলের চাপ + পানির চাপ $= 101325 + h\rho g$

$\rho = 1000\ \text{kgm}^{-3}$

$\rightarrow (101325 + h\rho g)V_i = (101325)(6V_i)$

$\rightarrow h = 51.7m$

গাণিতিক সমস্যা

কোনো হ্রদের তলদেশ থেকে পানির উপরিতলে আসার ফলে কোনো বায়ু বুদবুদ আয়তনে দ্বিগুণ হয়। বায়ুমণ্ডলের চাপ 10^5 Pa এবং হ্রদের গভীরতা 10 m হলে তুমি কিভাবে প্রমাণ করবে, হ্রদের পানি সম্পূর্ণ বিশুদ্ধ নিয়?

Solution : এখানে,

হ্রদের তলদেশে বুদবুদের আয়তন $V_1 = V$

হ্রদের উপরিতলে বুদবুদের আয়তন $V_2 = 2V$

হ্রদের গভীরতা $h = 10$ m

তলদেশে চাপ P_1 = বায়ুমণ্ডলের চাপ+ পানির চাপ

উপরিতলে চাপ = বায়ুমণ্ডলের চাপ

গাণিতিক সমস্যা

কোনো হ্রদের তলদেশ থেকে পানির উপরিতলে আসার ফলে কোনো বায়ু বুদবুদ আয়তনে দ্বিগুণ হয়। বায়ুমণ্ডলের চাপ 10^5 Pa এবং হ্রদের গভীরতা 10 m হলে তুমি কিভাবে প্রমাণ করবে, হ্রদের পানি সম্পূর্ণ বিশুদ্ধ নিয়?

Solution : আমরা জানি,

$$P_1V_1 = P_2V_2$$

$$or, (P_2 + h\rho g) \times V = P_2 \times 2V$$

$$or, \rho = \frac{P_2}{hg}$$

$$or, \rho = \frac{10^5}{10 \times 9.8}$$

$$= 1020.4\ kgm^{-3}$$

কিন্তু, বিশুদ্ধ পানির ঘনত্ব $1000kgm^{-3}$। ∴ পানি বিশুদ্ধ নয়।

গাণিতিক সমস্যা

একটি পুকুরের গভীরতা 6 মিটার। বায়ুমণ্ডলের তাপমাত্রা 27 ডিগ্রি সেলসিয়াস এবং পানির মধ্যে প্রতি মিটার গভীরতার জন্য তাপমাত্রা 0.5 ডিগ্রি সেলসিয়াস কমে। পুকুরের তলদেশে উৎপন্ন একটি বুদবুদ উপরিতলে পৌঁছালে আয়তনের পরিবর্তনের শতকরা হার নির্ণয় কর। [KUET, RUET'05-06]

Solution : ধরি, আদি চাপ P_i এবং শেষ চাপ P_f

$$P_i = P_f + h\rho g = 1.013 \times 10^5 + (6 \times 1000 \times 9.8) = 1.6 \times 10^5 \ Nm^{-2}$$

$$T_f = 300\ K$$

$$T_i = (300 - 6 \times 0.5) \qquad = 297\ K$$

গাণিতিক সমস্যা

একটি পুকুরের গভীরতা 6 মিটার। বায়ুমণ্ডলের তাপমাত্রা 27 ডিগ্রি সেলসিয়াস এবং পানির মধ্যে প্রতি মিটার গভীরতার জন্য তাপমাত্রা 0.5 ডিগ্রি সেলসিয়াস কমে। পুকুরের তলদেশে উৎপন্ন একটি বুদবুদ উপরিতলে পৌঁছালে আয়তনের পরিবর্তনের শতকরা হার নির্ণয় কর। [KUET, RUET'05-06]

Solution :

$$\frac{P_f V_f}{T_f} = \frac{P_i V_i}{T_i}$$

$$\therefore \frac{V_f}{V_i} = \frac{P_i T_f}{P_f T_i}$$

$$= \frac{1.6 \times 10^5 \times 300}{1.013 \times 10^5 \times 297} = 1.596$$

গাণিতিক সমস্যা

একটি পুকুরের গভীরতা 6 মিটার। বায়ুমণ্ডলের তাপমাত্রা 27 ডিগ্রি সেলসিয়াস এবং পানির মধ্যে প্রতি মিটার গভীরতার জন্য তাপমাত্রা 0.5 ডিগ্রি সেলসিয়াস কমে। পুকুরের তলদেশে উৎপন্ন একটি বুদবুদ উপরিতলে পৌঁছালে আয়তনের পরিবর্তনের শতকরা হার নির্ণয় কর। [KUET, RUET'05-06]

Solution :

সুতরাং, শেষ আয়তনের শতকরা পরিবর্তন, $\frac{V_f - V_i}{V_i} \times 100\%$

$= (1.596 - 1) \times 100\%$

$= 59.6\%$

সুতরাং, আয়তন 59.6% বৃদ্ধি পায়।

গাণিতিক সমস্যা

পানি ভর্তি একটি লম্বা সিলিন্ডারের তলদেশে সুতা দিয়ে একটি বেলুন বেঁধে দিলেন। হঠাৎ সুতাটি ছিড়ে যাওয়ায় বেলুনটি সিলিন্ডারের ঠিক মুখে এসে আটকে যায়।
[বায়ুর চাপ 0.76 mHg সিলিন্ডারের উচ্চতা 27 m ও বেলুনের আদি ব্যাসার্ধ 0.01 m]

a) সিলিন্ডারের ব্যাস কত?

Solution :

মনে করি, সিলিন্ডারের ব্যাসার্ধ R

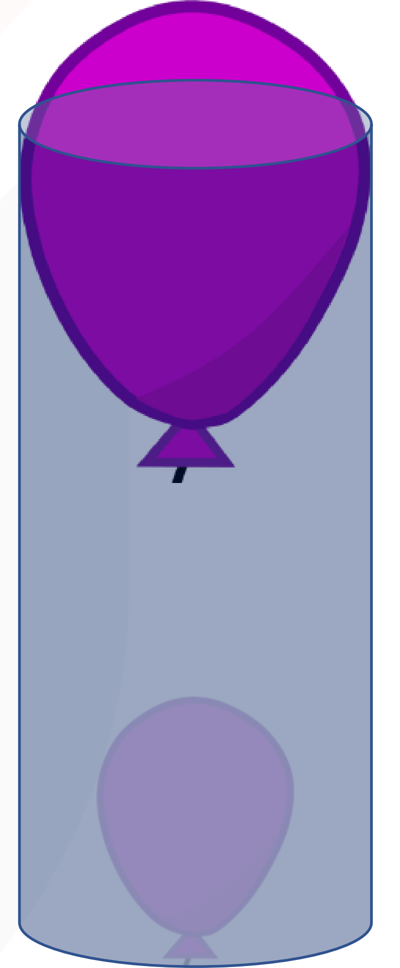
সুতা ছিড়ে গেলে বেলুন সিলিন্ডারের মুখে আটকে যাওয়ায় বেলুনের শেষ ব্যাসার্ধ হবে R

পানির ঘনত্ব $\rho = 1000\ kgm^{-3}$

সিলিন্ডারের উচ্চতা $h = 27\ m$

বেলুনের আদি ব্যাসার্ধ $r = 0.01\ m$

স্বাভাবিক বায়ুর চাপ $P = 0.76\ mHg = 101325\ P$



গাণিতিক সমস্যা

পানি ভর্তি একটি লম্বা সিলিন্ডারের তলদেশে সুতা দিয়ে একটি বেলুন বেঁধে দিলেন। হঠাৎ সুতাটি ছিড়ে যাওয়ায় বেলুনটি সিলিন্ডারের ঠিক মুখে এসে আটকে যায়।
[বায়ুর চাপ 0.76 mHg সিলিন্ডারের উচ্চতা 27 m ও বেলুনের আদি ব্যাসার্ধ 0.01 m]

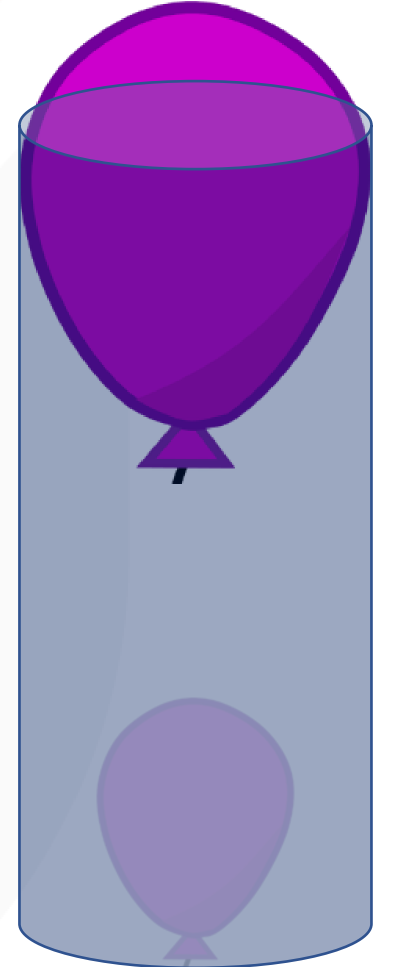
a) সিলিন্ডারের ব্যাস কত?

Solution :

সিলিন্ডারের নিচে প্রাথমিক চাপ P_1 = h গভীরতায় পানির চাপ + P

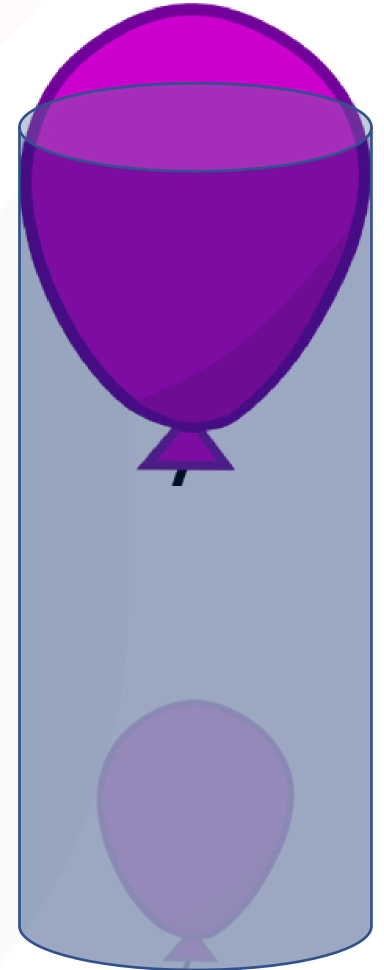
বেলুনের আদি আয়তন $V_1 = \frac{4}{3}\pi r^3$

বেলুনের শেষ আয়তন $V_2 = \frac{4}{3}\pi R^3$



গাণিতিক সমস্যা

পানি ভর্তি একটি লম্বা সিলিন্ডারের তলদেশে সুতা দিয়ে একটি বেলুন বেঁধে দিলেন। হঠাৎ সুতাটি ছিড়ে যাওয়ায় বেলুনটি সিলিন্ডারের ঠিক মুখে এসে আটকে যায়।
[বায়ুর চাপ 0.76 mHg সিলিন্ডারের উচ্চতা 27 m ও বেলুনের আদি ব্যাসার্ধ 0.01 m]



a) সিলিন্ডারের ব্যাস কত?

Solution :

এখন, $P_1V_1 = P_2V_2$

$$or, (h\rho g + \mathrm{P}) \times \frac{4}{3}\pi r^3 = \mathrm{P} \times \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$\mathrm{or}, R^3 = 3.611 \times 10^{-6}$$

$$R = 15.3 \times 10^{-3} m$$

ব্যাস $= 2\mathrm{R} = 2 \times 15.3 \times 10^{-3} m = 3.06 \times 10^{-2}\mathrm{m}$

হ্রদের গভীরতা

কোনো হ্রদের তলদেশ থেকে পানির উপরিতলে আসায় একটি বায়ু বুদবুদের ব্যাস দ্বিগুণ হয়। হ্রদের পৃষ্ঠে বায়ুমণ্ডলের চাপ স্বাভাবিক চাপের সমান এবং হ্রদের তাপমাত্রা ধ্রুবক হলে হ্রদের গভীরতা কত?

TRICK

$$h = \frac{(n^3 - 1)P}{\rho g}$$

$h =$ হ্রদের গভীরতা

$p =$ হ্রদের উপরিতলের চাপ

$\rho =$ পানির ঘনত্ব

$g =$ অভিকর্ষজ ত্বরণ

তবে হ্রদের উপরিতলের চাপ $10^5 Nm^{-2}$ প্রশ্নে দেয়া থাকলে

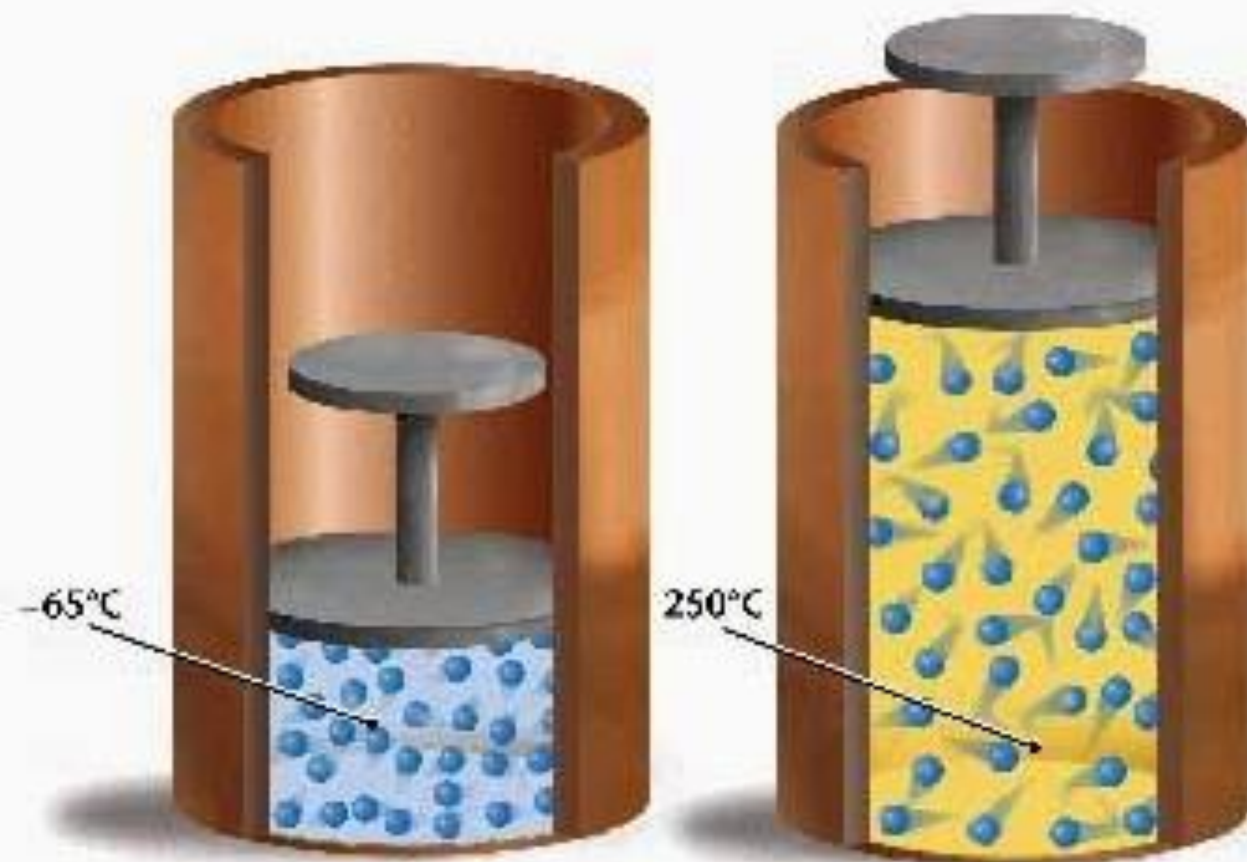
$h = (n^3 - 1) \times 10.2$ হবে

SOLVE

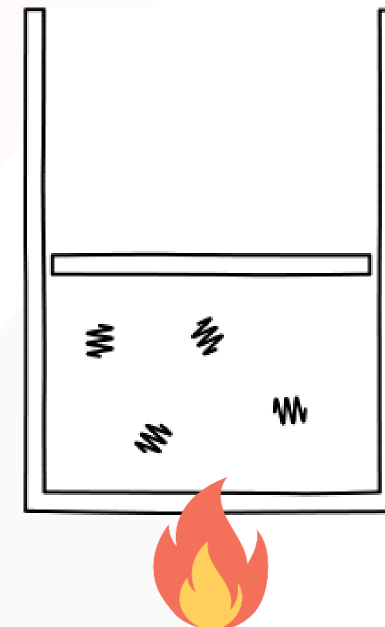
$$h = \frac{7 \times 1.013 \times 10^5}{11 \times 10^3 \times 9.8}$$

$$= 72.36\ m$$

Charle's Law



কেননা,



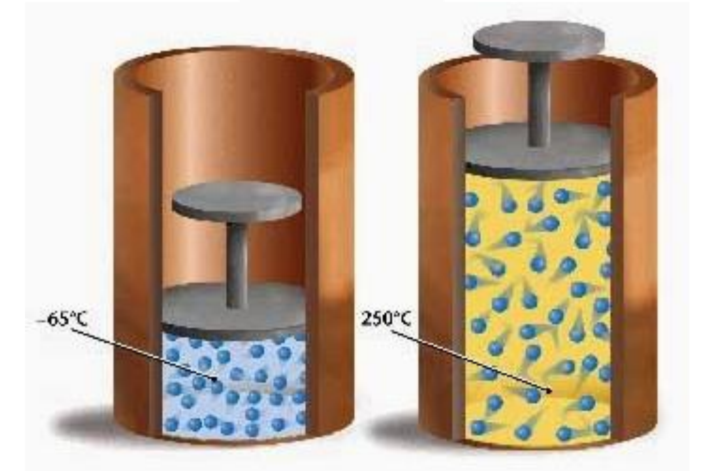
Charle's Law

শর্তঃ
- নির্দিষ্ট চাপে (P=constant)
- নির্দিষ্ট পরিমান গ্যাসের (n=constant)

ক্ষেত্রে,

প্রতি ডিগ্রী সেলসিয়াস তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে → আয়তন বৃদ্ধি ঘটে ০ ডিগ্রী সেলসিয়াসের আয়তনের ১/২৭৩ অংশ

প্রতি ডিগ্রী সেলসিয়াস তাপমাত্রা হ্রাসে → আয়তন হ্রাস ঘটে ০ ডিগ্রী সেলসিয়াসের আয়তনের ১/২৭৩ অংশ



চার্লস সূত্রের অনুসিদ্ধান্ত

“স্থির চাপে,নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন কেলভিন তাপমাত্রার সমানুপাতিক”

$V \propto T$

$V = KT$

$\frac{V}{T} = K$

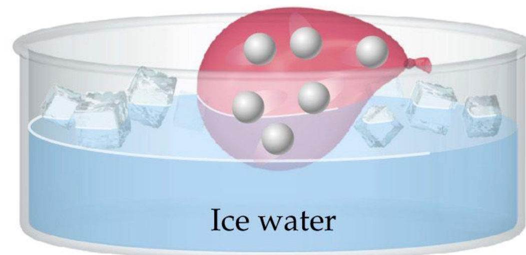
$$\frac{V_i}{T_i} = \frac{V_f}{T_f}$$

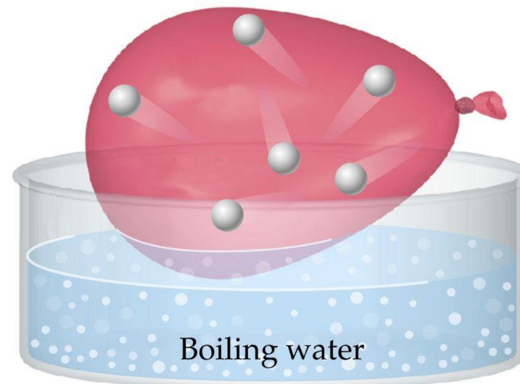
T_i = আদি তাপমাত্রা

T_f = শেষ তাপমাত্রা

V_i = আদি আয়তন

V_f = শেষ আয়তন





গাণিতিক সমস্যা

- কোনো গ্যাসের 20°C তাপমাত্রায় আয়তন 10 L হলে, 30°C তাপমাত্রায় এর আয়তন কত হবে?



$$\frac{V_i}{T_i} = \frac{V_f}{T_f}$$

$T_i = 20°C = (20 + 273)K = 293K$

$V_i = 10\ L = 10 \times 10^{-3}\ m^3 = 0.01\ m^3$

$T_f = 30°C = (30 + 273)K = 303K$

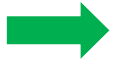
$$\rightarrow\quad V_f = \frac{V_i \times T_f}{T_i}$$

$$\rightarrow\quad V_f = \frac{0.01 \times 303}{293}$$

$$\rightarrow\quad V_f = 0.01034\ m^3$$

গাণিতিক সমস্যা

- কোনো গ্যাসের 20°C তাপমাত্রায় আয়তন 10 L হলে, এর তাপমাত্রা 10°F কমালে এর আয়তনের পরিবর্তন কত হবে?



$$\frac{V_i}{T_i} = \frac{V_f}{T_f}$$

$$\rightarrow V_f = \frac{V_i \times T_f}{T_i}$$

$$\rightarrow V_f = \frac{0.01 \times 287.44}{293}$$

$$\rightarrow V_f = 0.00981\ m^3$$

আয়তনের পরিবর্তন, $\Delta V = V_f - V_i = 0.00981 - 0.01 = -1.89 \times 10^{-4} m^3$

(আয়তন হ্রাস)

$T_i = 20°C = (20 + 273)K = 293K$

$V_i = 10\ L = 10 \times 10^{-3}\ m^3 = 0.01\ m^3$

°F স্কেলে তাপমাত্রার ব্যবধান	K স্কেলে তাপমাত্রার ব্যবধান
180°F →	$100K$
10°F →	$\frac{100}{180} \times 10\ K$
	$= 5.55K$

$T_f = 293 - 5.55 = 287.44K$

গাণিতিক সমস্যা

একটি $500m^3$ আয়তনের ঘরের বাতাসের তাপমাত্রা 37 °C ছিল যা AC ব্যবহারে কমে 23°C হল। যদি ঘরে বায়ুচাপ সমান থাকে,তবে শতকরা কতভাগ বাতাস ঘরের মধ্যে আসবে/ বাহির হয়ে যাবে? [CUET'04-05]

Solution : $T_1 = (37 + 273) = 310\ K$

$$T_2 = (23 + 273)K = 296\ K$$

$$V_2 = ?$$

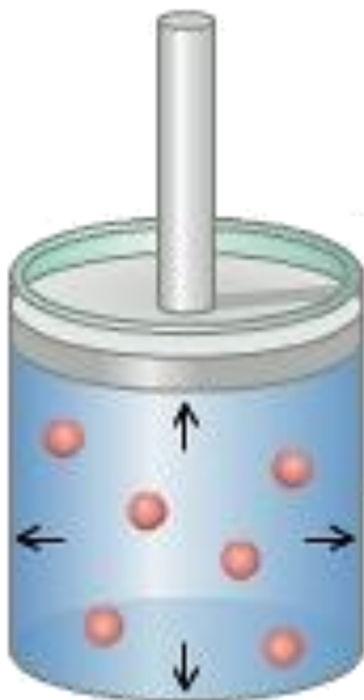
$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

$$\text{Or, } V_2 = \frac{V_1 T_2}{T_1} = \frac{500 \times 296}{310} = 477.4\ m^3$$

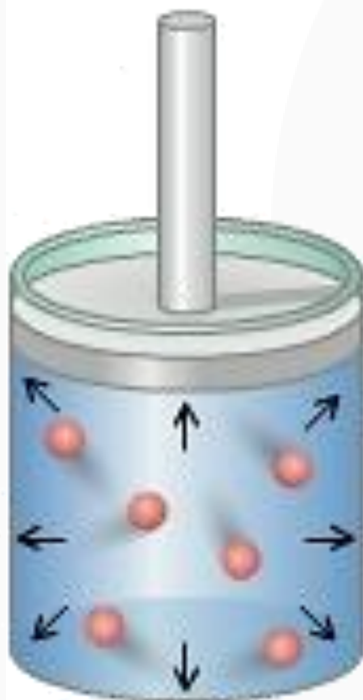
শেষে বায়ুর আয়তন কমে গেছে অর্থাৎ কিছু বাতাস বাইরে চলে গেছে

বাতাস ঘরের মধ্যে থেকে বাহিরে যাবে= $\frac{\Delta V}{V_1} \times 100\% = \frac{500 - 477.4}{500} = 4.5\%$

Gay lussac's Law

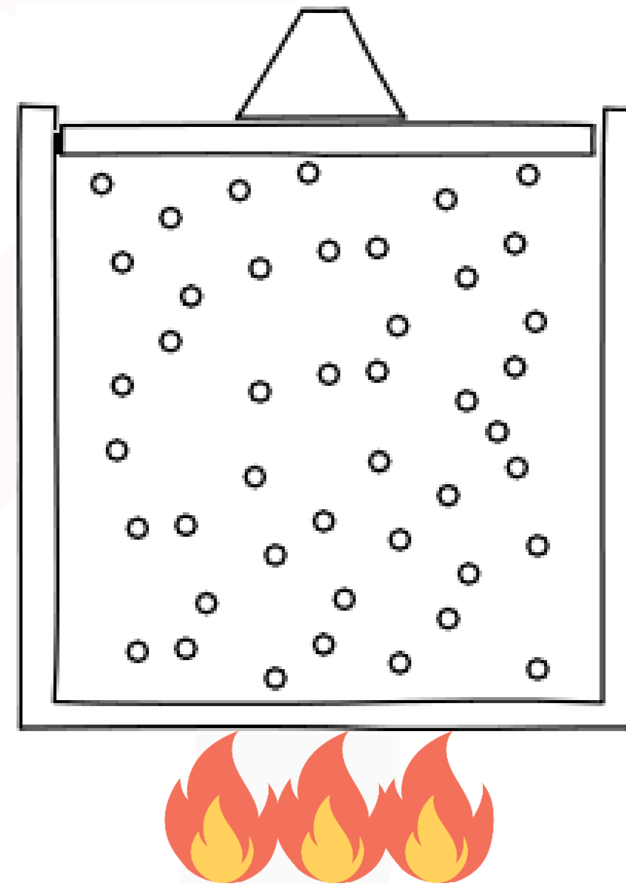


Lower temperature
Lower pressure



Higher temperature
Higher pressure

কেননা,



Gay lussac's Law

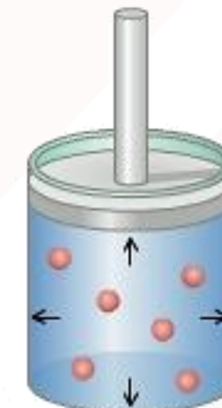
শর্তঃ

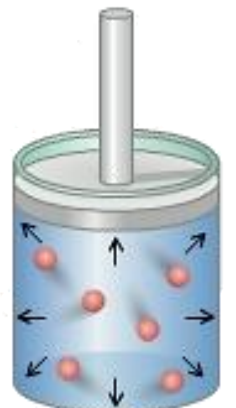
- নির্দিষ্ট আয়তনে (V=constant)
- নির্দিষ্ট পরিমান গ্যাসের (n=constant)

ক্ষেত্রে,

প্রতি ডিগ্রী সেলসিয়াস তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে ⟶ চাপ বৃদ্ধি ঘটে ০ ডিগ্রী সেলসিয়াসের চাপের ১/২৭৩ অংশ

প্রতি ডিগ্রী সেলসিয়াস তাপমাত্রা হ্রাসে ⟶ চাপ হ্রাস ঘটে ০ ডিগ্রী সেলসিয়াসের চাপের ১/২৭৩ অংশ





গে-লুস্যাকের সূত্রের অনুসিদ্ধান্ত

"স্থির আয়তনে,নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের চাপ এর কেলভিন তাপমাত্রার সমানুপাতিক"

$$P \propto T$$

$$P = KT$$

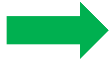
$$\frac{P}{T} = K$$

$$\frac{P_i}{T_i} = \frac{P_f}{T_f}$$

T_i = আদি তাপমাত্রা
T_f = শেষ তাপমাত্রা
P_i = আদি চাপ
P_f = শেষ চাপ

Gay lussac's Law

- কোনো গ্যাসের 20°C তাপমাত্রায় চাপ 2 atm হলে, 30°C তাপমাত্রায় এর চাপ কত হবে?



$$\frac{P_i}{T_i} = \frac{P_f}{T_f}$$

$T_i = 20°C = (20 + 273)K = 293K$

$P_i = 2\ atm = 202650\ Pa$

$T_f = 30°C = (30 + 273)K = 303K$

→ $$P_f = \frac{P_i \times T_f}{T_i}$$

→ $$P_f = \frac{202650 \times 303}{293}$$

→ $$P_f = 209566.3823 Pa$$

গাণিতিক সমস্যা

- কোনো গ্যাসের 20°C তাপমাত্রায় চাপ 20 cm (Hg) হলে, এর তাপমাত্রা 10°F কমালে এর চাপের পরিবর্তন কত হবে?



$$\frac{P_i}{T_i} = \frac{P_f}{T_f}$$

$$\rightarrow P_f = \frac{P_i \times T_f}{T_i}$$

$$\rightarrow P_f = \frac{26664.47 \times 287.44}{293}$$

$$\rightarrow P_f = 25339.65\ Pa$$

চাপের পরিবর্তন, $\Delta P = P_f - P_i = 25339.65 - 26664.47 = -1324.814\ Pa$

(চাপ হ্রাস)

$$T_i = 20°C = (20 + 273)K = 293K$$

$$P_i = 20cm(Hg) = 26664.47\ Pa$$

°F স্কেলে তাপমাত্রার ব্যবধান		K স্কেলে তাপমাত্রার ব্যবধান
180°F	→	$100K$
10°F	→	$\frac{100}{180} \times 10\ K$
		$= 5.55K$

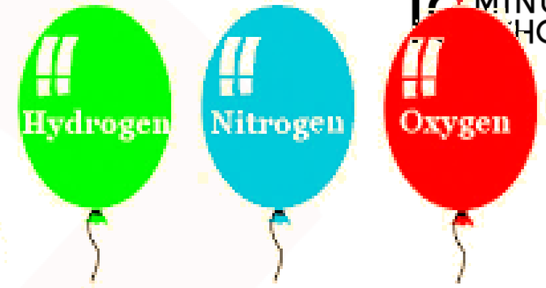
$$T_f = 293 - 5.55 = 287.44K$$

Avogadro’s Law

শর্তঃ

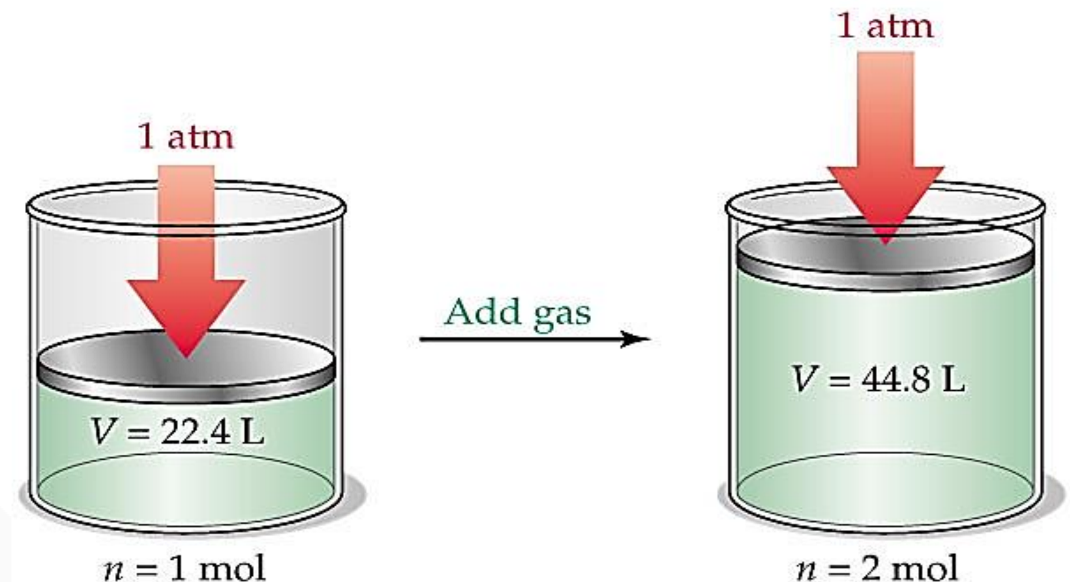
- নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় (T=constant)
- নির্দিষ্ট চাপে (P=constant)





The balloons all have the same volume. This means they all contain the same number of molecules.

সকল গ্যাসের(একই পরিমান) আয়তন সমান।প্রমান তাপমাত্রা(২৭৩কেলভিন) ও চাপে(১০১৩২৫প্যাসকেল) মোলার গ্যাসের জন্য তা ২২.৪ লিটার।



আভোগেড্রোর সূত্রের অনুসিদ্ধান্ত

"স্থির চাপে,স্থির তাপমাত্রায় গ্যাসের আয়তন এর মোল পরিমাণের সমানুপাতিক"



$$V \propto n$$

$$V = Kn$$

$$\frac{V}{n} = K$$

$$\frac{V_i}{n_i} = \frac{V_f}{n_f}$$

V_i = আদি আয়তন
V_f = শেষ আয়তন
n_i = আদি মোল
n_f = শেষ মোল

গাণিতিক সমস্যা

final



initial



$$\frac{V_i}{n_i} = \frac{V_f}{n_f}$$

$\longrightarrow$ $V_f = \dfrac{n_f \times V_i}{n_i}$

$\longrightarrow$ $V_f = \dfrac{2 \times 30}{3}$

$\longrightarrow$ $V_f = 20L$

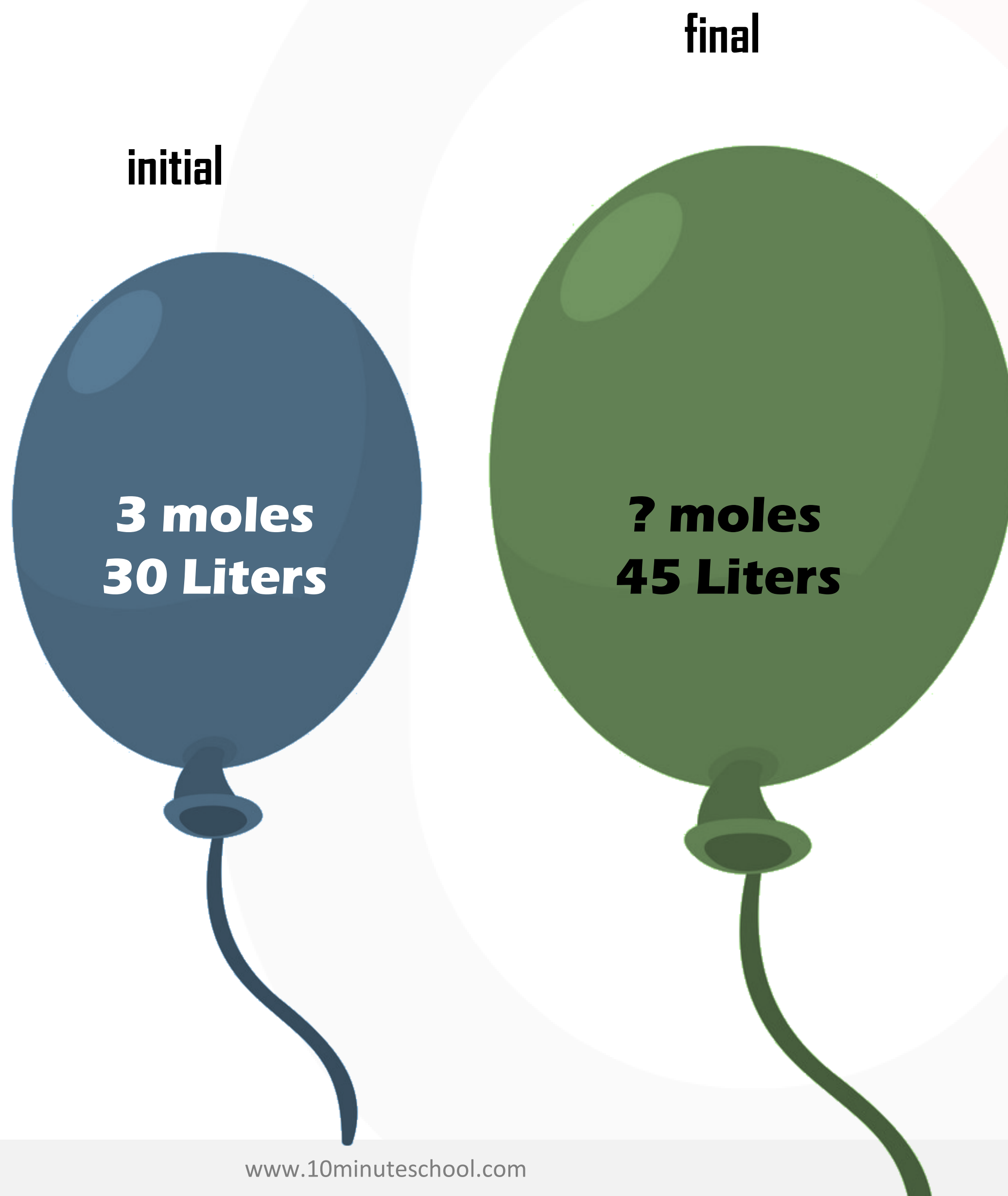
গাণিতিক সমস্যা

$$\frac{V_i}{n_i} = \frac{V_f}{n_f}$$

$\rightarrow \quad n_f = \frac{V_f \times n_i}{V_i}$

$\rightarrow \quad n_f = \frac{45 \times 3}{30}$

$\rightarrow \quad n_f = 4.5\ mol$



গাণিতিক সমস্যা

- CO_2 গ্যাসের 2×10^{24} টি অণুর আয়তন 25 L হলে, একই তাপমাত্রা ও চাপে গ্যাসটির 30 gm এর আয়তন কত?



$$\frac{V_i}{n_i} = \frac{V_f}{n_f}$$

$$n_i = \frac{N}{N_A} = \frac{2 \times 10^{24}}{6.02 \times 10^{23}} = 3.322\, mol$$

$$V_i = 25\text{ L} = 25 \times 10^{-3}\, m^3 = 0.025\, m^3$$

$$n_f = \frac{W}{M} = \frac{30}{44} = 0.682\ mol$$

$$\rightarrow V_f = \frac{V_i \times n_f}{n_i}$$

$$\rightarrow V_f = \frac{0.025 \times 0.682}{3.322}$$

$$\rightarrow V_f = 5.13 \times 10^{-3}\, m^3$$

Combined Gas Law (গ্যাসের সমন্বয় সূত্র)

(বয়েল+চার্লস)

বয়েলের সূত্র $V \propto \frac{1}{P}$

T=constant
n=constant

চার্লসের সূত্র $V \propto T$

P=constant
n=constant

যখন শর্ত
n=constant

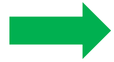
একত্র করে পাই $V \propto \frac{T}{P}$

$$\frac{P_iV_i}{T_i} = \frac{P_fV_f}{T_f}$$

T_i = আদি তাপমাত্রা
T_f = শেষ তাপমাত্রা
P_i = আদি চাপ
P_f = শেষ চাপ
V_i = আদি আয়তন
V_f = শেষ আয়তন

গাণিতিক সমস্যা

- কোনো গ্যাসের 20°C তাপমাত্রায় চাপ 20 cm (Hg) এবং আয়তন 2 L হলে,গ্যাসটির STP তে আয়তন কত হবে?



$$\frac{P_iV_i}{T_i} = \frac{P_fV_f}{T_f}$$

$T_i = 20°C = (20 + 273)K = 293K$

$P_i = 20cm(Hg) = 26664.47 \ Pa$

$V_i = 2L = 2 \times 10^{-3} m^3$

$T_f = 273 \text{ K}$

$P_f = 101325 \ Pa$

STP বলে

$V_f = ?$

$$\rightarrow V_f = \frac{P_iV_i}{T_i} \times \frac{T_f}{P_f}$$

$$\rightarrow V_f = \frac{26664.47 \times 2 \times 10^{-3}}{293} \times \frac{273}{101325}$$

$$\rightarrow V_f = 4.9 \times 10^{-4} \ m^3$$

গাণিতিক সমস্যা



- বিশ্রামকালে এক ব্যক্তি 25°C তাপমাত্রা ও 100KPa চাপে এক ঘন্টায় 14 L অক্সিজেন গ্রহণ করে।ব্যক্তিটি প্রতি সেকেন্ডে কতটি অক্সিজেন অণু গ্রহণ করে?

গাণিতিক সমস্যা

$$\frac{P_iV_i}{T_i} = \frac{P_fV_f}{T_f}$$

$$\rightarrow \quad V_f = \frac{P_iV_i}{T_i} \times \frac{T_f}{P_f}$$

$$\rightarrow \quad V_f = \frac{10^5 \times 3.88 \times 10^{-6}}{298} \times \frac{273}{101325}$$

$$\rightarrow \quad V_f = 3.5 \times 10^{-6}\ m^3$$

$T_i = 25°C = (25 + 273)K = 298K$

$P_i = 100\ KPa = 100 \times 1000\ Pa = 10^5 Pa$

এক সেকেন্ডে গৃহিত অক্সিজেনের আয়তন,

$$V_i = \frac{14}{60 \times 60} L = 3.88 \times 10^{-3} L$$
$$= 3.88 \times 10^{-6} m^3$$

$T_f = 273\ K$

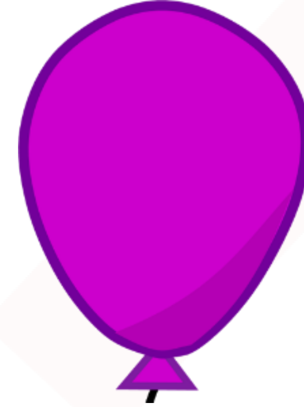
$P_f = 101325\ Pa$

STP বলে

$V_f = ?$

গাণিতিক সমস্যা





- ধুলাবালি সহ একটি বায়ুভর্তি বেলুনের আয়তন STP তে $0.02m^3$ ।যদি বেলুনটির তাপমাত্রা বাড়িয়ে 25°C এবং চাপ কমিয়ে অর্ধেক করা হয় তবে এর আয়তন হয় $0.04m^3$ । ধুলাবালির আয়তন কত?

গাণিতিক সমস্যা

$$\frac{P_iV_i}{T_i} = \frac{P_fV_f}{T_f}$$

$$\frac{101325 \times (0.02 - x)}{273} = \frac{50662.5 \times (0.04 - x)}{298}$$

$$x = 3.09 \times 10^{-3}\ m^3$$

$T_i = 273$ K

$P_i = 101325\ Pa$

STP বলে

ধরি, ধুলাবালির আয়তন $x\ m^3$

$V_i = (0.02 - x)\ m^3$ (শুধু গ্যাসের আয়তন)

$T_f = 25°C = (25 + 273)K = 298K$

$P_f = \frac{1}{2} P_i = 50662.5 Pa$

$V_f = (0.04 - x)\ m^3$ (শুধু গ্যাসের আয়তন)

ঘনত্বের সাথে তাপমাত্রা ও চাপের সম্পর্ক

আমরা জানি,

$$\frac{P_i V_i}{T_i} = \frac{P_f V_f}{T_f}$$

; যেখানে, n = constant

আবার আমরা জানি,

$$d = \frac{W}{V}$$

যেহেতু, n = constant
কাজেই একই মৌলের বা যৌগের,W=constant

$$d_i = \frac{W}{V_i} \quad \rightarrow V_i = \frac{W}{d_i}$$

$$d_f = \frac{W}{V_f} \quad \rightarrow V_f = \frac{W}{d_f}$$

$$\frac{P_i \frac{W}{d_i}}{T_i} = \frac{P_f \frac{W}{d_f}}{T_f}$$

$$\frac{d_i T_i}{P_i} = \frac{d_f T_f}{P_f}$$

Ideal Gas Law
(আদর্শ গ্যাস সূত্র)

(বয়েল+চার্লস+আভোগেড্রো)

বয়েলের সূত্র $V \propto \frac{1}{P}$ — T=constant, n=constant

চার্লসের সূত্র $V \propto T$ — P=constant, n=constant

আভোগেড্রোর সূত্র $V \propto n$ — T=constant, P=constant

একত্র করে পাই $V \propto \frac{nT}{P}$

$$\frac{P_iV_i}{n_iT_i} = \frac{P_fV_f}{n_fT_f} = R$$

T_i = আদি তাপমাত্রা
T_f = শেষ তাপমাত্রা
P_i = আদি চাপ
P_f = শেষ চাপ
V_i = আদি আয়তন
V_f = শেষ আয়তন
n_i = আদি মোল
n_f = শেষ মোল
R = মোলার গ্যাস ধ্রুবক

Ideal Gas Law (আদর্শ গ্যাস সূত্র)

আমরা সাধারণত এভাবে লিখে থাকি,

$$PV = nRT$$

T = যেকোনো তাপমাত্রা
P = ঐ তাপমাত্রায় গ্যাসের চাপ
V = ঐ তাপমাত্রায় গ্যাসের আয়তন
n = ঐ তাপমাত্রায় গ্যাসের মোল
R = মোলার গ্যাস ধ্রুবক

Molar Gas Constant,R

(S.I unit)

আমরা জানি, STP তে 1 mol গ্যাসের আয়তন = 22.4L (আভোগেড্রোর সূত্র)

অর্থাৎ

P = 101325 Pa
T = 273 K
n = 1 mol
V = $22.4 \times 10^{-3}\ m^3$

$$R = \frac{PV}{nT} = \frac{101325 \times 22.4 \times 10^{-3}}{1 \times 273} = 8.314\ Jmol^{-1}K^{-1}$$

গাণিতিক সমস্যা

আদর্শ তাপমাত্রা ও চাপ 1 mol গ্যাসের একক আয়তনে অণুর সংখ্যা নির্ণয় কর।

Solution :

আমরা জানি,

$$PV = nRT$$

$$\therefore V = \frac{nRT}{P}$$

$$= \frac{1 \times 8.31 \times 273}{1.013 \times 10^5}$$

$$= 2.25 \times 10^{-2} m^3$$

একক আয়তনে অণুর সংখ্যা, $\frac{N_A}{V} = \frac{6.02 \times 10^{23}}{2.25 \times 10^{-2}}$

$$= 2.68 \times 10^{25} m^{-3}$$

বিকল্পঃ

$$PV = nRT$$

$$\Rightarrow PV = \frac{N}{N_A} RT$$

$$\Rightarrow (1.013 \times 10^5)(1) = \frac{N}{(6.02 \times 10^{23})}(8.31)(273)$$

Molar Gas Constant,R

আমরা জানি, STP তে 1 mol গ্যাসের আয়তন = 22.4L (আভোগেড্রোর সূত্র) (L-atm unit)

অর্থাৎ

P = 1 atm
T = 273 K
n = 1 mol
V = 22.4 L

$$R = \frac{PV}{nT} = \frac{1 \times 22.4}{1 \times 273} = 0.0821\ L - atm\ mol^{-1} K^{-1}$$

Molar Gas Constant,R

(C G S unit)

Molar Gas Constant,R

(L-atm unit)

আমরা জানি, STP তে 1 mol গ্যাসের আয়তন = 22.4L (আভোগেড্রোর সূত্র)

অর্থাৎ

P = 1 atm
T = 273 K
n = 1 mol
V = 22.4 L

$$R = \frac{PV}{nT} = \frac{1 \times 22.4}{1 \times 273} = 0.0821\ L - atm\ mol^{-1} K^{-1}$$

আদর্শ গ্যাস সূত্র এর ব্যবহার

- গ্যাসের ঘনত্ব নির্ণয়ে-

$$PV = nRT$$

$$\rightarrow PV = \frac{W}{M}RT$$

$$\rightarrow PM = \frac{W}{V}RT$$

$$\rightarrow PM = dRT$$

$$d = \frac{PM}{RT}$$

- গ্যাসের আণবিক ভর নির্ণয়ে-

$$PV = nRT$$

$$\rightarrow PV = \frac{W}{M}RT$$

$$\text{M} = \frac{WRT}{PV}$$

গাণিতিক সমস্যা

- কোনো গ্যাসের 50 টি অণুর ভর $2.325\times 10^{-21} gm$ । 25°C এবং 2 atm চাপে গ্যাসটির ঘনত্ব কত?



$$d = \frac{PM}{RT}$$

$$\Rightarrow d = \frac{202650 \times (28 \times 10^{-3})}{8.314 \times 298}$$

$$\therefore d = 2.29 kgm^{-3}$$

এখানে,

$N = 50$

$W = 2.325 \times 10^{-21} gm$

$T = (25 + 273)K = 298K$

$P = 2 \times 101325 = 202650 Pa$

$$n = \frac{N}{N_A} = \frac{W}{M}$$

$$\Rightarrow \frac{50}{6.02 \times 10^{23}} = \frac{2.325 \times 10^{-21}}{M}$$

$$\Rightarrow M = 28 \frac{gm}{mol} \text{ (প্রায়)}$$

গাণিতিক সমস্যা

- একটি সিলিন্ডারে রক্ষিত O_2 গ্যাসের আয়তন 10000 cc ,তাপমাত্রা 27°C এবং চাপ 2 atm।তাপমাত্রা স্থির রেখে কিছু অক্সিজেন বের করে নেয়ার পরে চাপ মেপে পাওয়া গেল 1.2 atm। ব্যবহৃত অক্সিজেনের ভর কত?



আদিতে,

$T_i = (27 + 273)K = 300K$

$P_i = 2 \times 101325\ Pa$

$= 202650 Pa$

$V_i = 10000 \times 10^{-6}\ m^3$

$= 0.01\ m^3$



INITIAL

$P_i V_i = n_i R T_i$

$\rightarrow n_i = \dfrac{P_i V_i}{R T_i} = \dfrac{202650 \times 0.01}{8.314 \times 300}$

$\rightarrow n_i = 0.812 mol$

শেষে,

$T_f = (27 + 273)K = 300K$

$P_f = 1.2 \times 101325\ Pa$

$= 121590 Pa$

$V_f = 10000 \times 10^{-6}\ m^3$

$= 0.01\ m^3$



FINAL

$P_f V_f = n_f R T_f$

$\rightarrow n_f = \dfrac{P_f V_f}{R T_f} = \dfrac{121590 \times 0.01}{8.314 \times 300}$

$\rightarrow n_f = 0.487 mol$

ব্যবহৃত অক্সিজেনের মোল পরিমান,

$\Delta n = n_i - n_f$

$= 0.325 mol$

$\Rightarrow \Delta n = \dfrac{\Delta W}{M}$

$= 0.325 mol$

$\Rightarrow \Delta W = 0.325 \times M$

$\Rightarrow \Delta W = 0.325 \times 32$

$\therefore \Delta W = 10.4 gm$

গাণিতিক সমস্যা

একটি সিলিণ্ডারে অক্সিজেন গ্যাসের আয়তন $1.10m^3$. তাপমাত্রা $300k$ এবং চাপ 2.5×10^5 Pa. তাপমাত্রা স্থির রেখে কিছু অক্সিজেন বের করে নেওয়া হলে চাপ কমে 1.3×10^5 Pa হল। ব্যবহৃত অক্সিজেনের ভর বের করো। [CUET'07-08,13-14,KUET'03-04]

Solution : পুর্বে সিলিণ্ডারে অক্সিজেনের মোলসংখ্যা,

$$n_1 = \frac{P_1V}{RT}$$

এবং পরে সিলিণ্ডারে অক্সিজেনের মোলসংখ্যা,

$$n_2 = \frac{P_2V}{RT}$$

গাণিতিক সমস্যা

একটি সিলিণ্ডারে অক্সিজেন গ্যাসের আয়তন $1.10m^3$. তাপমাত্রা $300k$ এবং চাপ 2.5×10^5 Pa. তাপমাত্রা স্থির রেখে কিছু অক্সিজেন বের করে নেওয়া হলে চাপ কমে 1.3×10^5 Pa হল। ব্যবহৃত অক্সিজেনের ভর বের করো। [CUET'07-08,13-14,KUET'03-04]

Solution :

∴ ব্যবহৃত মোল সংখ্যা $= n_1 - n_2 = \frac{(P_1 - P_2)V}{RT} = (2.5 - 1.3) \times 10^5 \times \frac{10^{-2}}{8.31 \times 300} = 0.48$

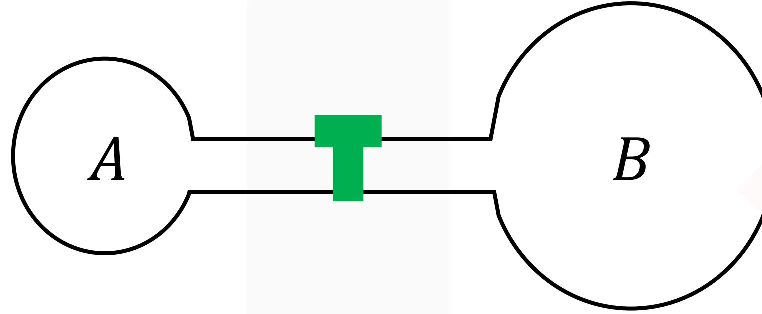
∴ ব্যবহৃত অক্সিজেনের ভর $= 0.48\times 32 \times 10^{-3}\ kg$

$= 0.015\ kg$

$= 15\ g$

গাণিতিক সমস্যা

চিত্রে প্রদর্শিত দুটি পাত্র A ও B একটি ভাল্ব X যুক্ত নগণ্য আয়তনের সংযোগ নল দ্বারা যুক্ত আছে। ভাল্ব X বন্ধ থাকা অবস্থায় A পাত্রে 5.0×10^5 Pa চাপে এবং 300 K তাপমাত্রায় একটি আদর্শ গ্যাস রাখা আছে। A অপেক্ষা 4 গুণ বেশি আয়তনবিশিষ্ট B পাত্রে একই আদর্শ গ্যাস 1.0×10^5 Pa চাপে এবং 400 K তাপমাত্রায় রাখা আছে। ভাল্ব খুলে দেওয়া হলো কিন্তু A ও B এর তাপমাত্রা পূর্বের যথাক্রমে 300 K ও 400 K –ই রাখা হলো। এ অবস্থায় ব্যবস্থাটির চাপ নির্ণয় কর।



এখানে, A পাত্রের চাপ, $P_A = 5.0 \times 10^5$ Pa

B পাত্রের চাপ, $P_B = 1.0 \times 10^5$ Pa

A পাত্রের তাপমাত্রা, $T_A = 300$ K

B পাত্রের তাপমাত্রা, $T_B = 400$ K

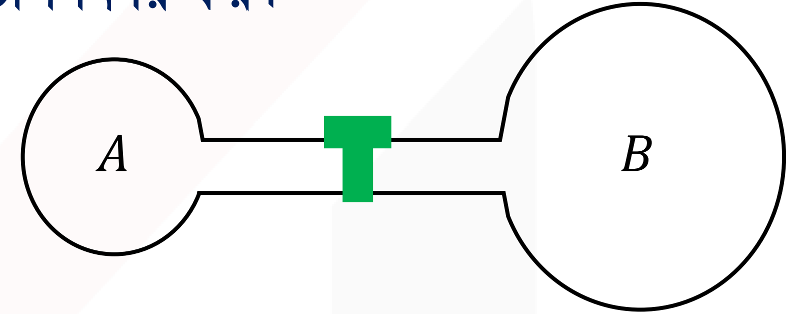
A পাত্রের আয়তন, $V_A = V$

B পাত্রের আয়তন, $V_B = 4V$

ব্যবস্থাটির চাপ, $P = ?$

গাণিতিক সমস্যা

চিত্রে প্রদর্শিত দুটি পাত্র A ও B একটি ভাল্ব X যুক্ত নগণ্য আয়তনের সংযোগ নল দ্বারা যুক্ত আছে। ভাল্ব X বন্ধ থাকা অবস্থায় A পাত্রে 5.0×10^5 Pa চাপে এবং 300 K তাপমাত্রায় একটি আদর্শ গ্যাস রাখা আছে। A অপেক্ষা 4 গুণ বেশি আয়তনবিশিষ্ট B পাত্রে একই আদর্শ গ্যাস 1.0×10^5 Pa চাপে এবং 400 K তাপমাত্রায় রাখা আছে। ভাল্ব খুলে দেওয়া হলো কিন্তু A ও B এর তাপমাত্রা পূর্বের যথাক্রমে 300 K ও 400 K –ই রাখা হলো। এ অবস্থায় ব্যবস্থাটির চাপ নির্ণয় কর।



আমরা জানি,

$$\frac{P_A V_A}{T_A} + \frac{P_B V_B}{T_B} = P\left\{\frac{V_A}{T_A} + \frac{V_B}{T_B}\right\}$$

বা, $$\frac{5.0\times10^5 \times V}{300} + \frac{1.0\times10^5 \times 4V}{400} = P\left\{\frac{V}{300} + \frac{4V}{400}\right\}$$

বা, $$\frac{(20\times10^5 + 12\times10^5)V}{1200} = P\left\{\frac{4V+12V}{1200}\right\}$$

বা, $$\frac{32\times10^5 \times V}{1200} = \frac{16\, V\times P}{1200}$$

বা, $P = 2 \times 10^5$ Pa

গাণিতিক সমস্যা

- STP তে একটি সিলিন্ডারের অক্সিজেন ধারণ ক্ষমতা 4 gm; STP তে সিলিন্ডারটিতে কতটুকুন হাইড্রোজেন জমা করা যাবে বলে তুমি মনে কর?

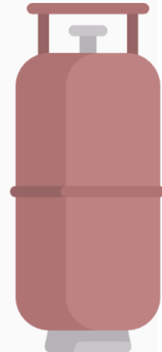


অক্সিজেনের ক্ষেত্রে,

$T_i = 273K$

$P_i = 101325\ Pa$

$n_i = \frac{W}{M} = \frac{4}{32} = 0.125\ mol$



$P_iV_i = n_iRT_i$

$\rightarrow V_i = \frac{n_iRT_i}{P_i} = \frac{0.125 \times 8.314 \times 273}{101325}$

$\rightarrow V_i = 2.8 \times 10^{-3} m^3$

হাইড্রোজেনের ক্ষেত্রে,

$T_f = 273K$

$P_f = 101325\ Pa$

$V_f = 2.8 \times 10^{-3} m^3$



$P_fV_f = n_fRT_f$

$\rightarrow n_f = \frac{P_fV_f}{RT_f} = \frac{101325 \times 2.8 \times 10^{-3}}{8.314 \times 273}$

$\rightarrow n_f = 0.125 mol$

জমাকৃত হাইড্রোজেনের পরিমান,

$n = 0.125$

$\Rightarrow n = \frac{W}{M} = 0.125$

$\Rightarrow W = 0.125 \times M$

$\Rightarrow W = 0.125 \times 2$

$\therefore W = 0.25\ gm$

গাণিতিক সমস্যা

স্বাভাবিক তাপমাত্রা ও চাপে একটি সিলিণ্ডার 4 gm অক্সিজেন ধারণ করে। 27°C তাপমাত্রায় ঐ সিলিন্ডারটির প্রতিটি অণুর গড় গতিশক্তি $6.17\times10^{-21}J$

a) স্বাভাবিক তাপমাত্রা ও চাপে সিলিন্ডারটিতে কতটুকু হাইড্রোজেন পূর্ণ করা যেতে পারে?

b) উদ্দীপকে প্রদত্ত উপাত্ত থেকে এভোগেড্রো সংখ্যা নির্ণয় কর।

গাণিতিক সমস্যা

স্বাভাবিক তাপমাত্রা ও চাপে একটি সিলিণ্ডার 4 gm অক্সিজেন ধারণ করে। 27°C তাপমাত্রায় ঐ সিলিন্ডারটির প্রতিটি অণুর গড় গতিশক্তি $6.17 \times 10^{-21} J$

a) স্বাভাবিক তাপমাত্রা ও চাপে সিলিন্ডারটিতে কতটুকু হাইড্রোজেন পূর্ণ করা যেতে পারে?

Solution :

a) $PV = \frac{W}{M} RT$

$\therefore W \propto M$

$\therefore \frac{W_2}{W_1} = \frac{M_2}{M_1}$

$W_2 = W_1 \times \frac{M_2}{M_1} \quad = 4 \times \frac{2}{32} = 0.25 \text{ gm}$

গাণিতিক সমস্যা

স্বাভাবিক তাপমাত্রা ও চাপে একটি সিলিণ্ডার 4 gm অক্সিজেন ধারণ করে। 27°C তাপমাত্রায় ঐ সিলিন্ডারটির প্রতিটি অণুর গড় গতিশক্তি $6.17\times10^{-21}J$

b) উদ্দীপকে প্রদত্ত উপাত্ত থেকে এভোগেড্রো সংখ্যা নির্ণয় কর।

Solution :

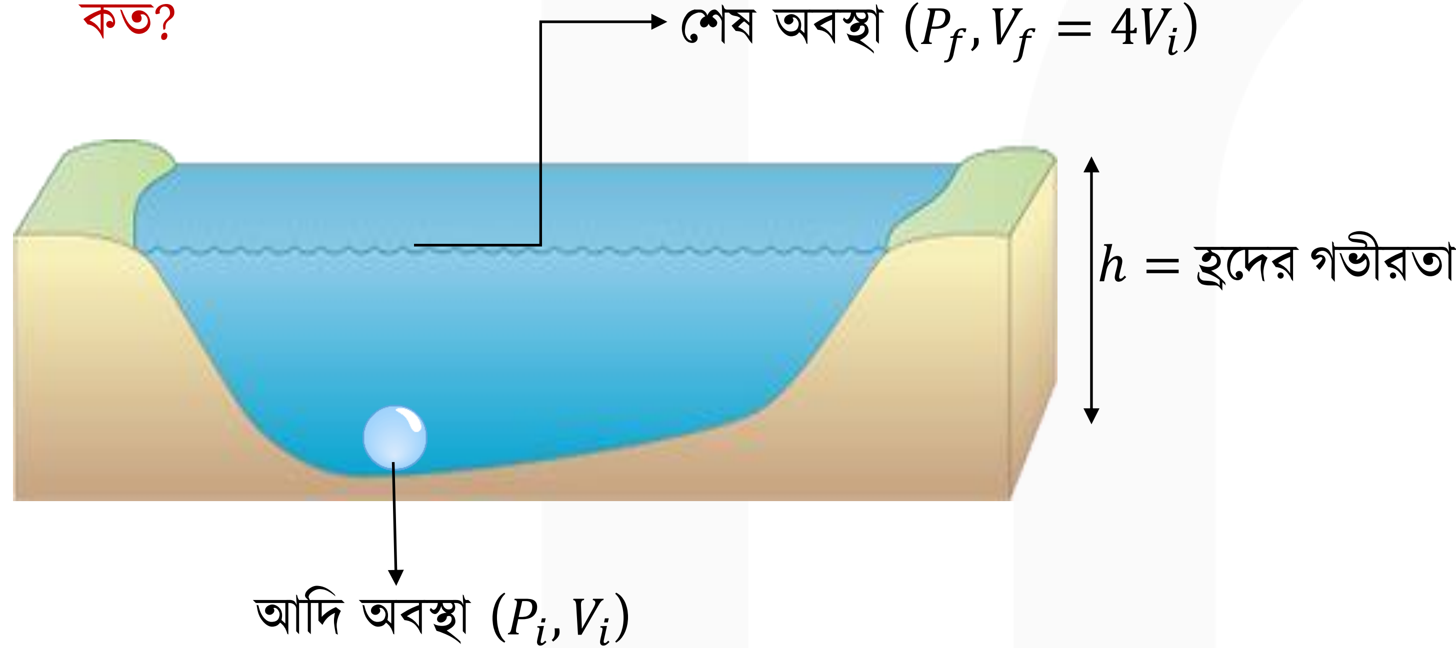
b) প্রতি অণুর গড় গতিশক্তি $E = \frac{3}{2}KT = \frac{3}{2}\frac{RT}{N_A}$

$$\text{or, } 6.17 \times 10^{-21} = \frac{3 \times 8.316 \times 300}{2 \times N_A}$$

$$\therefore N_A = 6.06 \times 10^{23}$$

গাণিতিক সমস্যা

- কোনো হ্রদের তলদেশ হতে একটি বায়ু বুদবুদ হ্রদের উপরিতলে উঠে আসায় এর আয়তন পূর্বের চারগুণ হলে হ্রদের গভীরতা কত?



(ক) h=35m

(খ) h=45m

(গ) h=25m

(ঘ) h=31.01m

Correct ans: (ঘ) $31.01m$

বয়েলের সূত্র হতে,

$$P_iV_i = P_fV_f$$

$\rightarrow (101325 + h\rho g)V_i = (101325)(4V_i)$

$\rightarrow h = 31.01m$

$V_f = 4V_i$

P_f = বায়ুমন্ডলের চাপ

$= 101325\ Pa$

P_i = বায়ুমন্ডলের চাপ + পানির চাপ

$= 101325\ Pa + h\rho g$

$\rho = 1000\ \text{kg}m^{-3}$

গ্যাস এর গতিতত্ত্বের সূত্র

$PV \equiv (Nm^{-2} \times m^3) = Nm$

$= J$

(শক্তির রাশিমালা)

গ্যাসের চাপ

গ্যাসের আয়তন

$PV \propto$ গ্যাসের মোট ভর

$PV \propto$ (গ্যাসের বেগ)^{২}

একত্র করে,

$PV \propto$ গ্যাসের মোট ভর $\times$ (গ্যাসের বেগ)^{২}

$PV = \frac{1}{3}$ [গ্যাসের মোট ভর $\times$ (গ্যাসের বেগ)^{২}]

গ্যাস এর গতিতত্ত্বের সূত্র

$$PV = \frac{1}{3}$$ [গ্যাসের মোট ভর × (গ্যাসের বেগ)২]



$$PV = \frac{1}{3}\mathrm{mN}(Crms)^2$$

গ্যাসের চাপ

গ্যাসের আয়তন

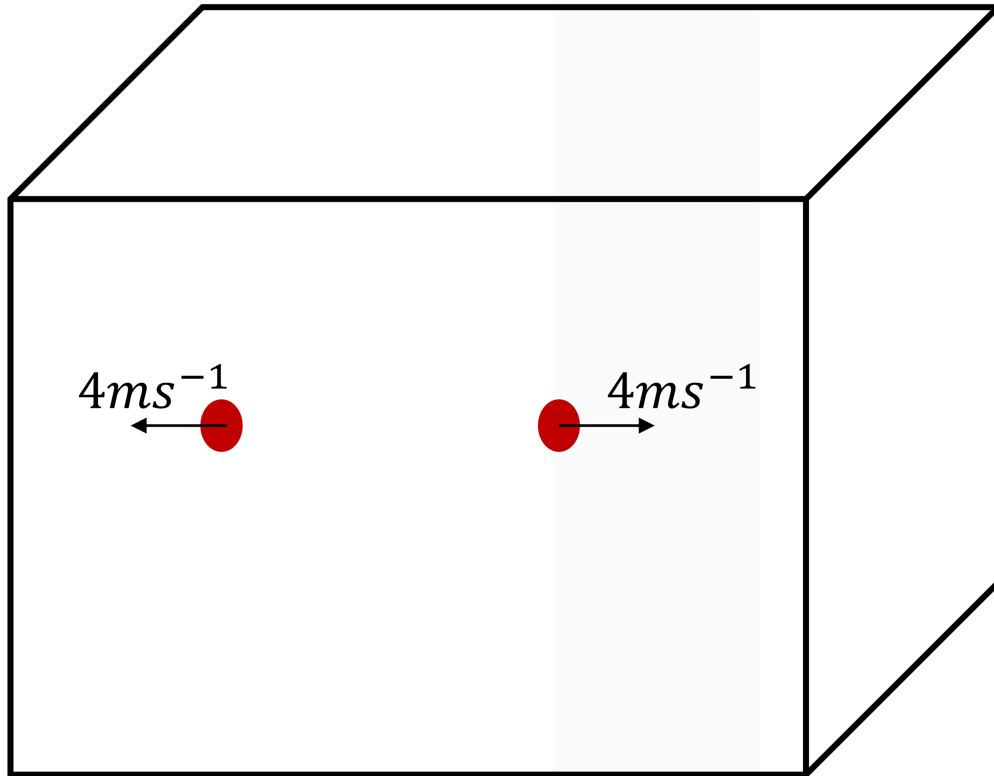
একটি অণুর ভর

অণুর সংখ্যা

গ্যাস অণুর বর্গমূল গড় বর্গবেগ

এখানে , মোট গ্যাসের ভর W = m × N = M × n

গড় কি সবসময় representative value দিতে পারে?



$$C_{average} = \frac{4 + (-4)}{2}$$
$$= 0\ ms^{-1}$$

অর্থাৎ গড়মান থেকে মনে হচ্ছে কণাগুলো প্রায় স্থির রয়েছে।

অর্থাৎ বোঝা গেলো যে গড় সবসময় representative value দিতে পারেনা।

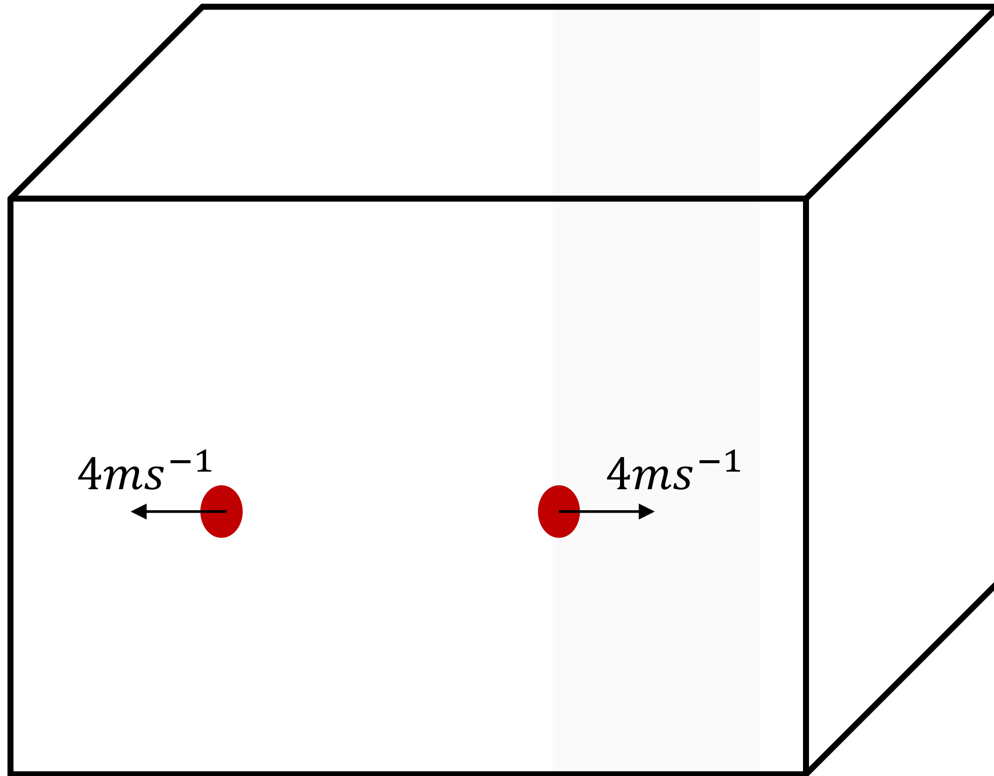
বর্গমূল গড় বর্গবেগ c_{rms}

$$c_{rms} = \sqrt{\frac{c_1^2 + c_2^2 + c_3^2 + c_4^2 + c_5^2 + c_6^2 + \ldots\ldots\ldots + c_N^2}{N}}$$

root

mean

square



$$C_{average} = \frac{4 + (-4)}{2}$$
$$= 0\ ms^{-1}$$

অর্থাৎ গড়মান থেকে মনে হচ্ছে কণাগুলো প্রায় স্থির রয়েছে।

$$C_{rms} = \sqrt{\frac{4^2 + (-4)^2}{2}}$$
$$= \sqrt{16}$$
$$= 4\ ms^{-1}$$

অর্থাৎ বর্গমূল গড় বর্গ মান থেকে মনে হচ্ছে কণাগুলো প্রায় $4\ ms^{-1}$ বেগে রয়েছে।

বর্গমূল গড় বর্গবেগ c_{rms}

$$c_{rms} = \sqrt{\frac{3PV}{W}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3KT}{m}}$$

$$PV = \frac{1}{3}\text{mN}(Crms)^2 \Rightarrow c_{rms} = \sqrt{\frac{3PV}{mN}} \Rightarrow c_{rms} = \sqrt{\frac{3PV}{W}}$$

$$c_{rms} = \sqrt{\frac{3PV}{W}} \Rightarrow c_{rms} = \sqrt{\frac{3nRT}{W}} \Rightarrow c_{rms} = \sqrt{\frac{3nRT}{M\times n}}$$

$$\Downarrow$$

$$c_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

P = গ্যাসের চাপ (S.I. এককে নিতে হবে)
V = গ্যাসের আয়তন (S.I. এককে নিতে হবে)
W = গ্যাসের নমুনার মোট ভর (S.I. এককে নিতে হবে)
M = গ্যাসের আণবিক ভর (S.I. এককে নিতে হবে)
R = মোলার গ্যাস ধ্রুবক = $8.314\ Jmol^{-1}K^{-1}$
T = গ্যাসের তাপমাত্রা (S.I. এককে নিতে হবে)

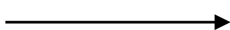
বোল্টজম্যান ধ্রুবক

K = বোল্টজম্যান ধ্রুবক $= \frac{R}{N_A} = 1.38 \times 10^{-23} J molecule^{-1} K^{-1}$

$c_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$ $\Rightarrow c_{rms} = \sqrt{\frac{3(\frac{R}{N_A})T}{(\frac{M}{N_A})}}$

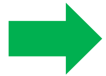
$\Rightarrow c_{rms} = \sqrt{\frac{3(K)T}{(m)}}$

m = গ্যাসের একটি অণুর ভর (S.I. এককে নিতে হবে)

অণুর সংখ্যা		ভর
N_A		M
1		$\frac{M}{N_A} = m$

গাণিতিক সমস্যা

- 25°C তাপমাত্রায় CO_2 গ্যাসের RMS বেগ কত?



$$c_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

$$\Rightarrow c_{rms} = \sqrt{\frac{3\times8.314\times298}{44\times10^{-3}}}$$

$$\Rightarrow c_{rms} = 411\ ms^{-1}$$

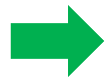
$T = 25°\text{C} = (25 + 273)\text{K} = 298\text{K}$

$R = 8.314\ Jmol^{-1}K^{-1}$

CO_2 গ্যাসের $M = 44\frac{gm}{mol} = 44 \times 10^{-3}\frac{kg}{mol}$

গাণিতিক সমস্যা

- 25°C তাপমাত্রায় 1 atm চাপে কোনো গ্যাসের ঘনত্ব 1.75 g/L হলে, ঐ তাপমাত্রায় গ্যাসটির অণুসমূহের RMS বেগ কত?



$$d = \frac{PM}{RT}$$

$$\Rightarrow M = \frac{dRT}{P} \qquad \Rightarrow M = \frac{1.75 \times 8.314 \times 298}{101325}$$

$$\therefore M = 0.043 \frac{kg}{mol}$$

$$T = 25°C = (25 + 273)K = 298K$$

$$P = 1atm = 101325Pa$$

$$d = 1.75 \frac{g}{L} = 1.75 \frac{kg}{m^3}$$

$$R = 8.314\, Jmol^{-1}K^{-1}$$

$$c_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \quad \Rightarrow c_{rms} = \sqrt{\frac{3 \times 8.314 \times 298}{0.043}} \quad \Rightarrow c_{rms} = 415.76\, ms^{-1}$$

গাণিতিক সমস্যা

- কত °C তাপমাত্রায় Cl_2 এর বর্গমূল গড় বর্গবেগ −91.43°C তাপমাত্রায় CO_2 এর বর্গমূল গড় বর্গবেগের সমান হবে?

শর্তমতে,

$$(c_{rms})_{Cl_2} = (c_{rms})_{CO_2}$$

$$\Rightarrow \left(\sqrt{\frac{3RT}{M}}\right)_{Cl_2} = \left(\sqrt{\frac{3RT}{M}}\right)_{CO_2}$$

$$\Rightarrow \frac{T}{71} = \frac{181.57}{44}$$

$$\therefore T = 293K = 20°C$$

CO_2 গ্যাসের জন্য,

$$T = -91.43°C = (-91.43 + 273)K = 181.57K$$

$$M = 44 \frac{gm}{mol}$$

Cl_2 গ্যাসের জন্য,

$$T = ?$$

$$M = 71 \frac{gm}{mol}$$

গাণিতিক সমস্যা

1. কোনো আধারের 20 টি গ্যাস অণুর মধ্যে 6টি গ্যাস অণুর প্রত্যেকের বেগ $4ms^{-1}$, 4 টি অণুর প্রত্যেকের বেগ $3ms^{-1}$, 3 টি অণুর প্রত্যেকের বেগ $2.5\, ms^{-1}$, 5 টি অণুর প্রত্যেকের বেগ $2ms^{-1}$ এবং 2 টি অণুর প্রত্যেকের বেগ $1ms^{-1}$, অণুগুলোর গড়বেগ ও গড় বর্গবেগের বর্গমূল নির্ণয় কর।

Solution :

গড়বেগ $\bar{C} = \frac{6\times4+4\times3+3\times2.5+5\times2+2\times1}{6+4+3+5+2}$

গড় বর্গবেগের বর্গমূল, $C = \sqrt{\frac{6\times4^2+4\times3^2+3\times2.5^2+5\times2^2+2\times1^2}{6+4+3+5+2}}$

$= 2.939\, ms^{-1}$

গাণিতিক সমস্যা

2. স্থির চাপে কোনো তাপমাত্রায় কোনো গ্যাসের অণুর মূল গড় বর্গবেগ প্রমাণ চাপ ও তাপমাত্রার মূল গড় বর্গবেগের অর্ধেক হবে?

Solution : এখানে,

$$C_{2rms} = \frac{1}{2} C_{1rms}$$

প্রমাণ তাপমাত্রা $T_1 = 273\text{K}$

নির্ণেয় তাপমাত্রা $T_2 = ?$

গাণিতিক সমস্যা

2. স্থির চাপে কোনো তাপমাত্রায় কোনো গ্যাসের অণুর মূল গড় বর্গবেগ প্রমাণ চাপ ও তাপমাত্রার মূল গড় বর্গবেগের অর্ধেক হবে?

Solution : আমরা জানি,

$$C = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

বা, $C_{1rms} = \sqrt{\frac{3RT_1}{M}}$

বা, $C_{2rms} = \sqrt{\frac{3RT_2}{M}}$

বা, $\frac{C_{2rms}}{C_{1rms}} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$

গাণিতিক সমস্যা

2. স্থির চাপে কোনো তাপমাত্রায় কোনো গ্যাসের অণুর মূল গড় বর্গবেগ প্রমাণ চাপ ও তাপমাত্রার মূল গড় বর্গবেগের অর্ধেক হবে?

Solution :

বা, $\frac{1}{2} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$

বা, $\frac{T_2}{T_1} = (\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$

বা, $T_2 = \frac{1}{4} \times T_1 = \frac{1}{4} \times 273 = 68.25K$

গাণিতিক সমস্যা

- গড়বেগ

$$\bar{c} = \frac{c_1 + c_2 + c_3 + \cdots + c_N}{N} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$$

- বর্গমূল গড় বর্গ বেগ

$$c_{rms} = \sqrt{\frac{{c_1}^2 + {c_2}^2 + {c_3}^2 + \cdots + {c_N}^2}{N}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3PV}{W}} = \sqrt{\frac{3KT}{m}} = \sqrt{\frac{3P}{d}}$$

- সর্বাধিক সম্ভাব্য বেগ

$$c_{mp} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}$$

গাণিতিক সমস্যা

- একটি গ্যাসের অণুসমূহের মূল গড় বর্গবেগ 1800 ms^{-1} হলে গড়বেগ কত?

$$\frac{\bar{c}}{c_{rms}} = \frac{\sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}}{\sqrt{\frac{3RT}{M}}} \Rightarrow \bar{C} = C_{rms} \times \sqrt{\frac{8}{3\pi}} = 1658.37 ms^{-1}$$

গ্যাসের গতিশক্তি E_K

$$E_K = \frac{1}{2}W{c_{rms}}^2 = \frac{3}{2}PV = \frac{3}{2}nRT$$

গতিশক্তি$= \frac{1}{2} \times$ ভর $\times$ বেগ২ $= \frac{1}{2}W{c_{rms}}^2$

$$PV = \frac{1}{3}\mathrm{mN}(Crms)^2 \Rightarrow \mathrm{mN}(Crms)^2 = 3PV$$

গতিশক্তি$= \frac{1}{2}W{c_{rms}}^2 = \frac{1}{2}\mathrm{mN}(Crms)^2 = \frac{3}{2}PV$

$$PV = nRT$$

গতিশক্তি$= \frac{3}{2}PV = \frac{3}{2}nRT$

P = গ্যাসের চাপ (S.I. এককে নিতে হবে)
V = গ্যাসের আয়তন (S.I. এককে নিতে হবে)
n = গ্যাসের মোল
R = মোলার গ্যাস ধ্রুবক $= 8.314\ Jmol^{-1}K^{-1}$
T = গ্যাসের তাপমাত্রা (S.I. এককে নিতে হবে)

গাণিতিক সমস্যা

- 25°C তাপমাত্রায় $3gm\ He$ এর মোট গতিশক্তি নির্ণয়?

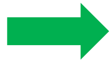
$W = 3\ gm$

$T = (25 + 273)K = 298K$

$$n = \frac{W}{M}$$

$$\Rightarrow n = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow n = 0.75\ mol$$



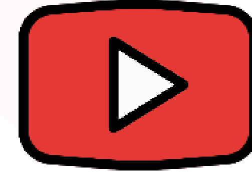
$$E_K = \frac{3}{2}nRT$$

$$\Rightarrow E_K = \frac{3}{2} \times 0.75 \times 8.314 \times 298$$

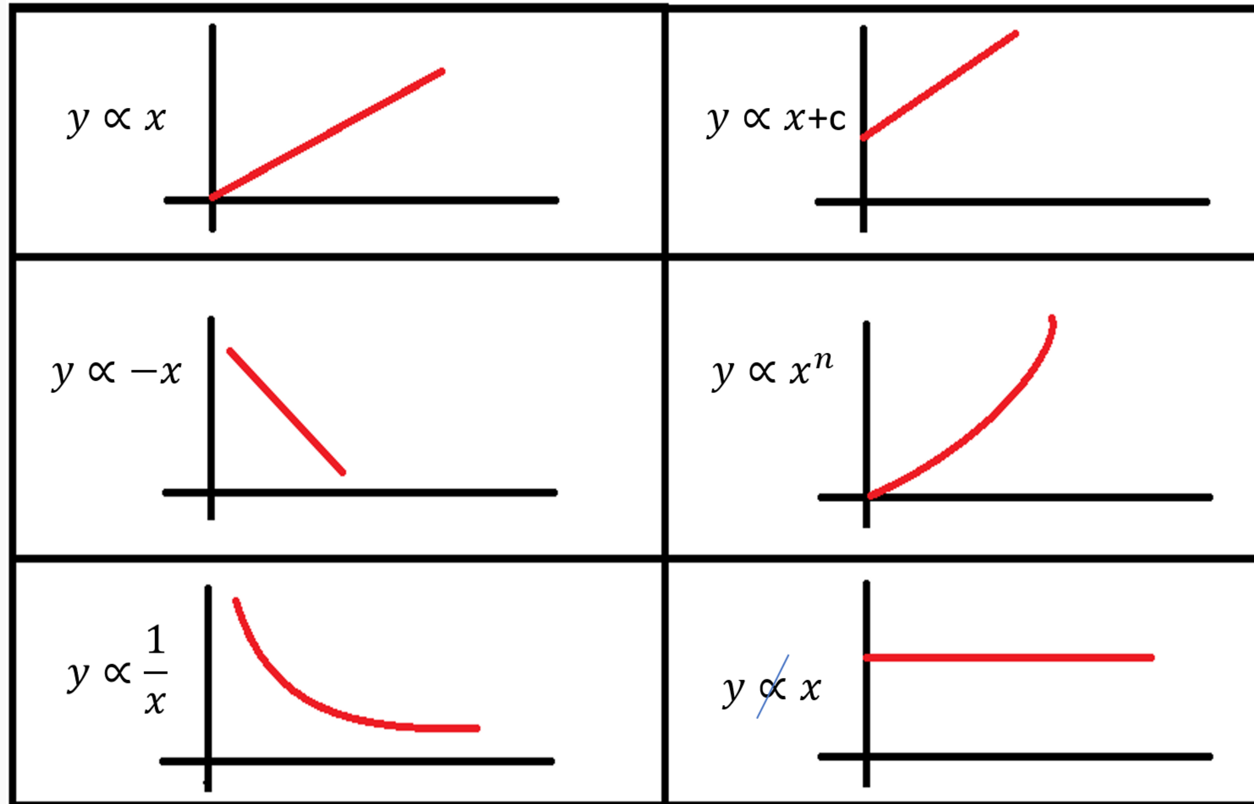
$$\Rightarrow E_K = 2787.268\ J$$

গ্রাফ রিলেটেড প্রশ্ন থাকতে পারে যেগুলোর বেসিক অংশ পূর্বের গতিবিদ্যা অধ্যায়ে পড়ানো হয়েছে; তাই সবাইকে অনুরোধ করবে সামনের স্লাইডোগুলো পড়ার পূর্বে GRAPH RELATED BASIC (গতিবিদ্যা অধ্যায়ের) ক্লাসটা করে আসতে

Graph এর বেসিক ক্লাসটি করতে ক্লিক কর-



পদার্থবিজ্ঞানে প্রয়োজনীয় লেখ



সমীকরণ থেকে লেখ পাবার ধাপ

1. অধীন চলক(Y) ও স্বাধীন চলক(x) রিলেটেড equation select করা
2. অধীন চলক(Y) কে একপাশে করে বাকীসব অন্যপাশ করা এবং মাণ বসানো(দেয়া থাকলে)
3. অধীন চলক(Y) ও স্বাধীন চলক(x) ছাড়া বাকীসব ধ্রুবক বিবেচনা
4. $= constant$ এর বদলে $\propto$ বসানো
5. প্রাপ্ত সম্পর্ক পূর্বোক্ত slide এর সাথে মিলিয়ে আঁকা

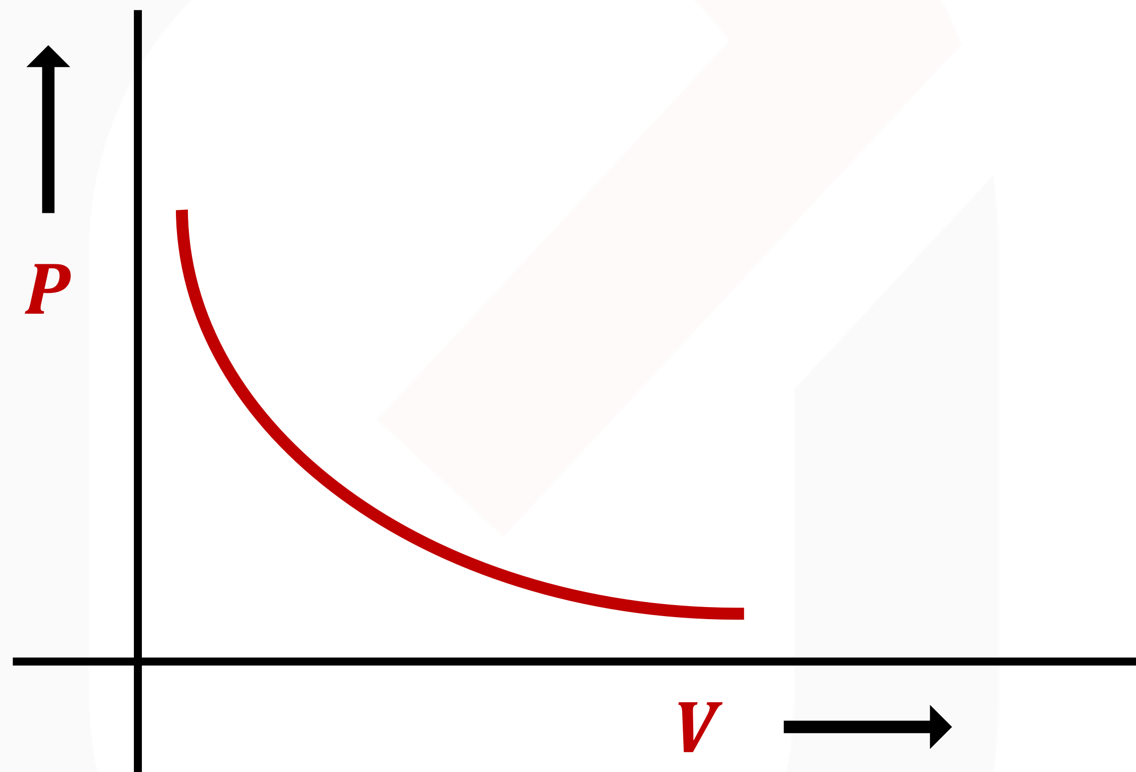
GRAPH-1

Y রাশি X রাশি

P vs V

1. $PV = nRT$
2. $P = nRT \times \frac{1}{V}$
3. $P = nRT \times \frac{1}{V}$
4. $P \propto \frac{1}{V}$

$Y \propto \frac{1}{X}$



GRAPH-2

Y রাশি　　X রাশি

PV vs V

1. $PV = nRT$

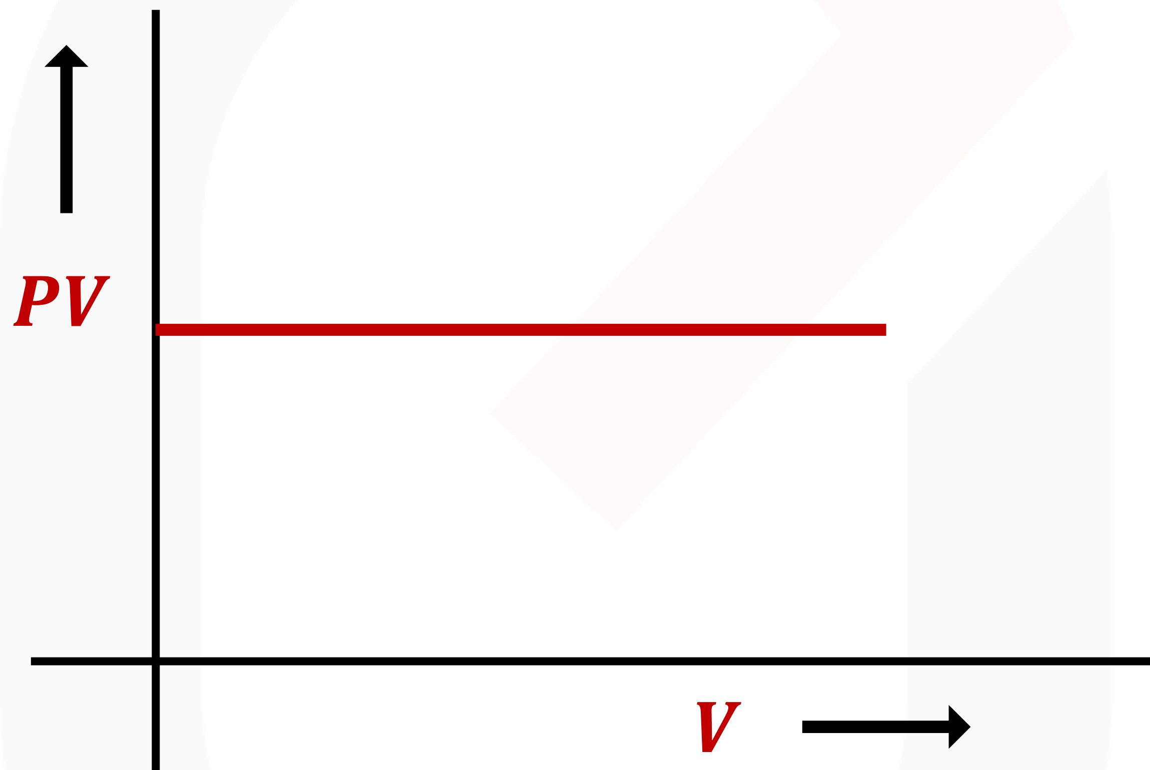
2. $PV = nRT$

3. $PV = nRT$

4. $PV \not\propto V$




$Y \not\propto X$



Y রাশি X রাশি

GRAPH-3

V vs T

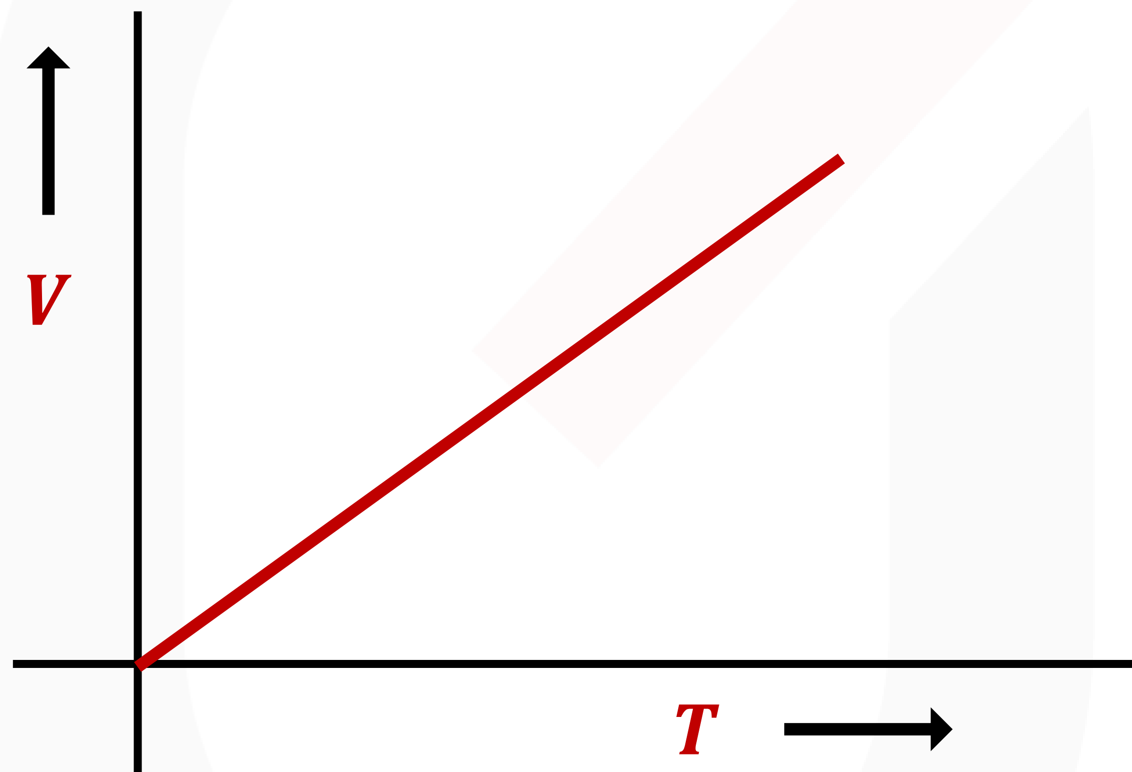
1. $PV = nRT$

2. $V = \frac{nR}{P}T$

3. $V = \frac{nR}{P}T$

4. $V \propto T$

$Y \propto X$



GRAPH-4

Y রাশি X রাশি

V vs $t°C$

1. $PV = nRT$

2. $V = \frac{nR}{P}T$

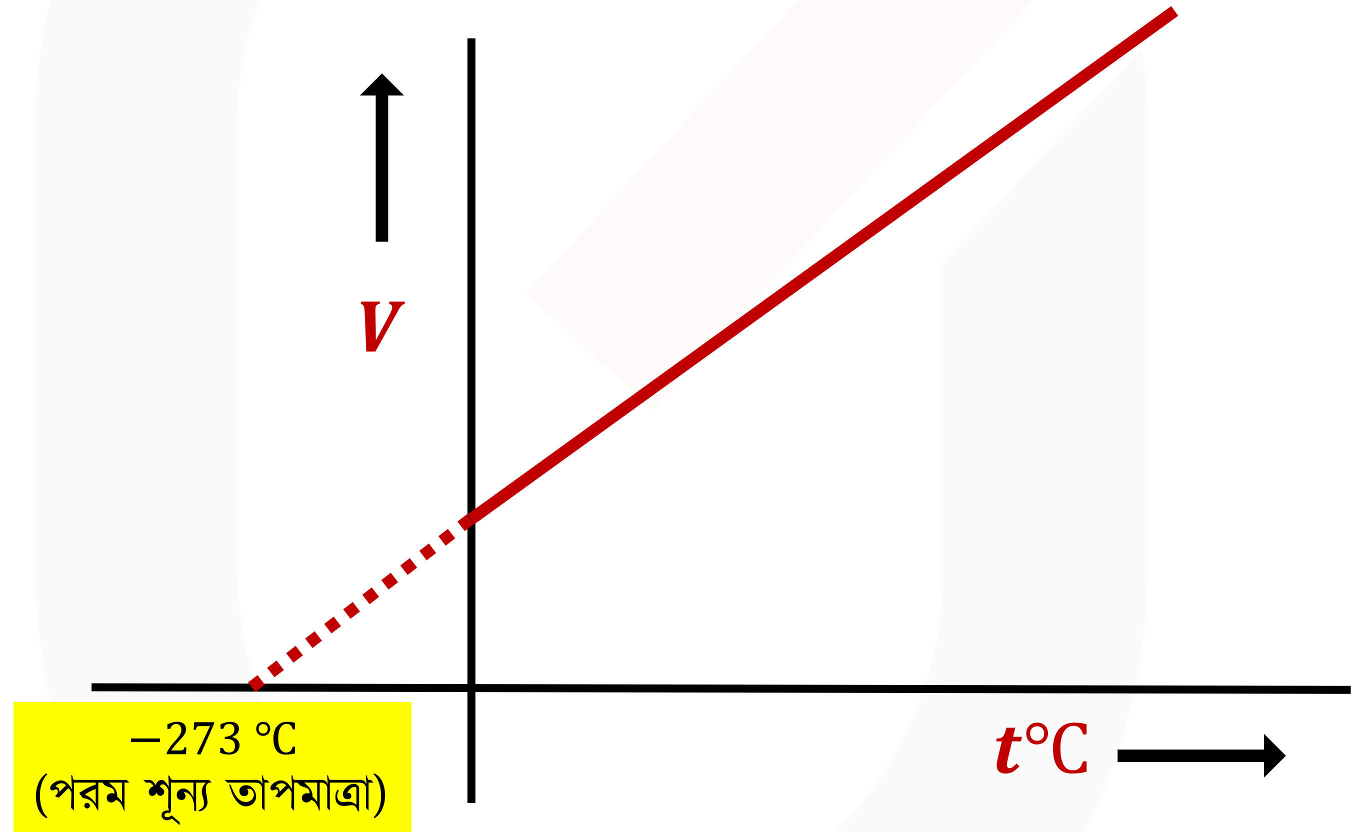
3. $V = \frac{nR}{P}T$

4. $V \propto T$

আমরা জানি, $T = t + 273$

$\therefore V \propto t + 273$

$Y \propto X +$ c



গাণিতিক সমস্যা

8. স্থির চাপে $4\times 10^{-3}m^3$ আয়তনের কোনো গ্যাসকে 0°C থেকে 68.25°C পর্যন্ত উত্তপ্ত করলে এর আয়তন $10^{-3}\,m^3$ বাড়ে। পরম শূন্য তাপমাত্রার মান নির্ণয় কর।

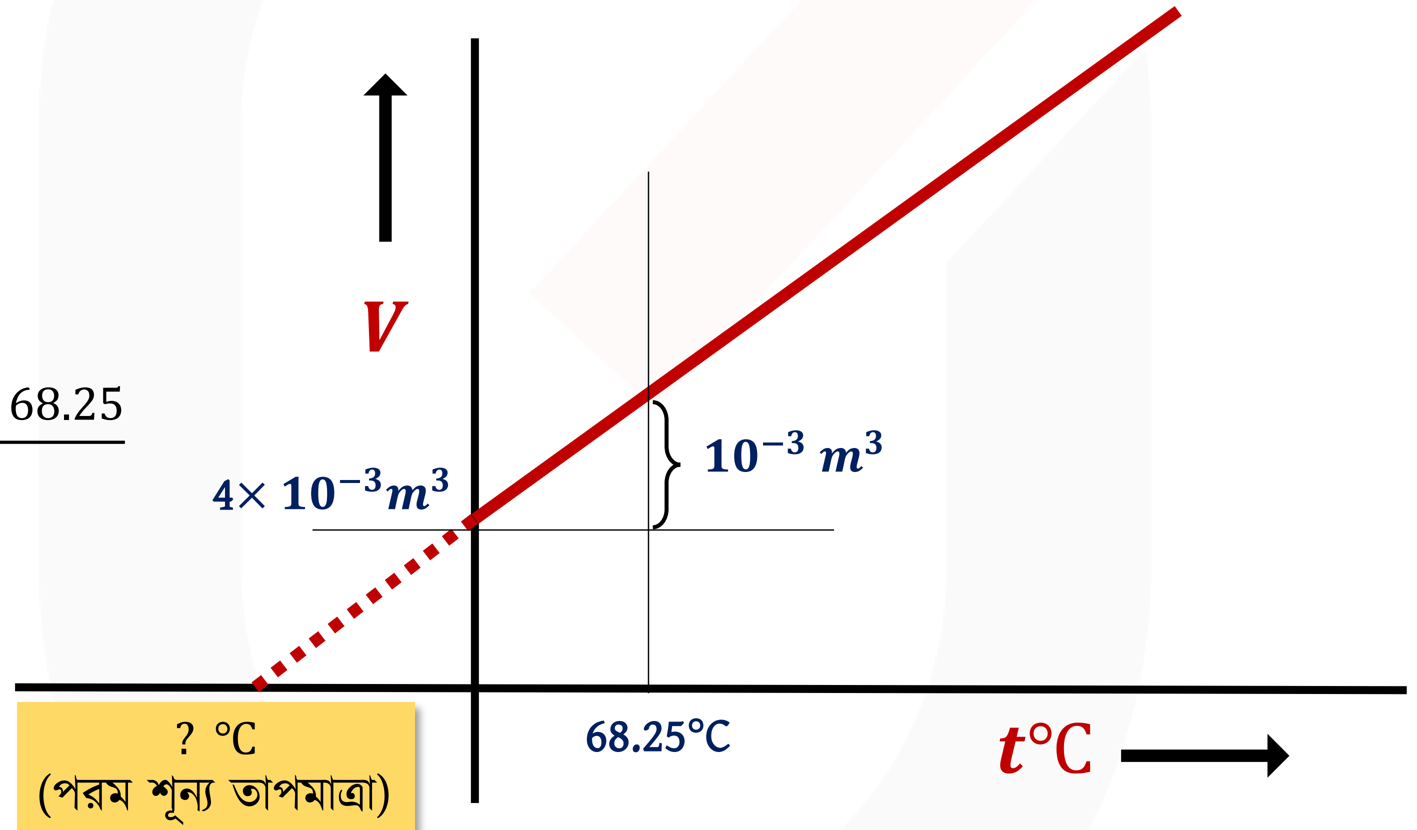
Solution :

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_0 - y_1}{x_0 - x_1} \quad (y_0 = 0)$$

$$\therefore x_0 = \frac{0 - y_1}{1} \times \frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1} = \frac{-4 \times 10^{-3} \times 68.25}{10^{-3}}$$

$$= -273°C$$

$x_1 = 0$
$y_1 = 4 \times 10^3$
$x_2 = 68.25$
$y_2 = (4 \times 10^{-3}) + 10^{-3}$



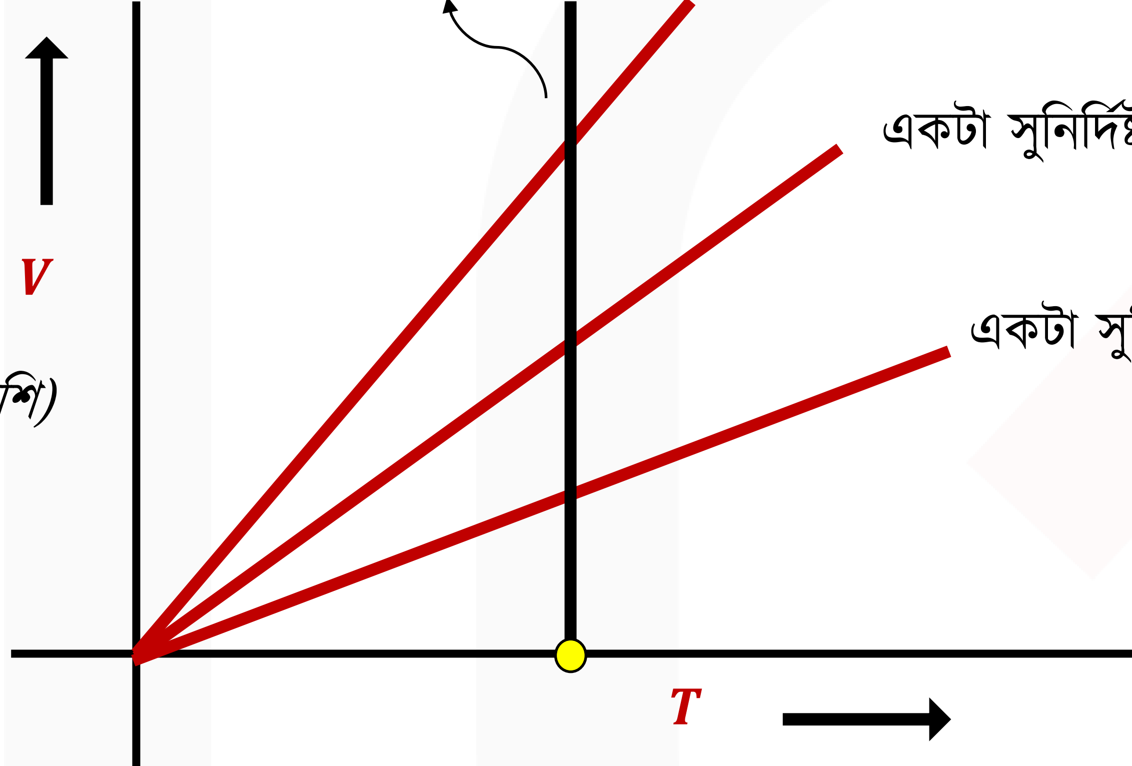
আমরা জানি,

n ও T $constant$ হলে,

$$V \propto \frac{1}{P}$$

(অর্থাৎ যার V কম তার P বেশি)

$\therefore P_3 > P_2 > P_1$



একটা সুনির্দিষ্ট চাপ P_1 এর জন্য

একটা সুনির্দিষ্ট চাপ P_2 এর জন্য

একটা সুনির্দিষ্ট চাপ P_3 এর জন্য

- নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) $P_1 > P_2 > P_3$ (খ) $P_3 > P_2 > P_1$ (গ) $P_2 > P_1 > P_3$ (ঘ) $P_3 > P_1 > P_2$

সংকোচনশীলতা গুণাঙ্ক, Z

"কোনো গ্যাসের PV ও nRT এর অনুপাতকে সংকোচনশীলতা গুণাঙ্ক বলে"

$$Z = \frac{PV_{Real\ Gas}}{nRT} = \frac{V_{Real\ Gas}}{V_{Ideal\ Gas}}$$

সংকোচনশীলতা গুণাঙ্ক থেকে-

- কোনো বাস্তব গ্যাস একই পরিমান আদর্শ গ্যাস হতে কতখানি সংকুচিত এবং
- কোনো বাস্তব গ্যাস আদর্শ গ্যাস হতে কতখানি বিচ্যুত আচরণ দেখায় তা জানা যায়

$Z < 1$ হলে সংকুচিত বাস্তব গ্যাস

$Z > 1$ হলে প্রসারিত বাস্তব গ্যাস

$Z = 1$ হলে আদর্শ গ্যাস

আদর্শ গ্যাস হতে বিচ্যুতির মাত্রা $= |Z - 1|$

গাণিতিক সমস্যা

- 27°C তাপমাত্রায় ও 100 Kpa চাপে 1 mol গ্যাসের আয়তন 24.5 dm^3। উল্লেখিত তাপমাত্রা ও চাপে গ্যাসটির আদর্শ আচরণ হতে বিচ্যুতি প্রকাশ কর?

আমরা জানি,

$$Z = \frac{PV}{nRT}$$

$$\Rightarrow Z = \frac{(10^5)(24.5 \times 10^{-3})}{(1)(8.314)(300)}$$

$$\therefore Z = 0.982$$

$T = 27°C = 300K$
P $= 100KPa = 10^5\ Pa$
$n = 1\ mol$
$V = 24.5\ dm^3 = 24.5 \times 10^{-3}\ m^3$

আদর্শ গ্যাস হতে বিচ্যুতির মাত্রা $= |Z - 1|$

$= |0.982 - 1|$

$= 0.018$

GRAPH-5

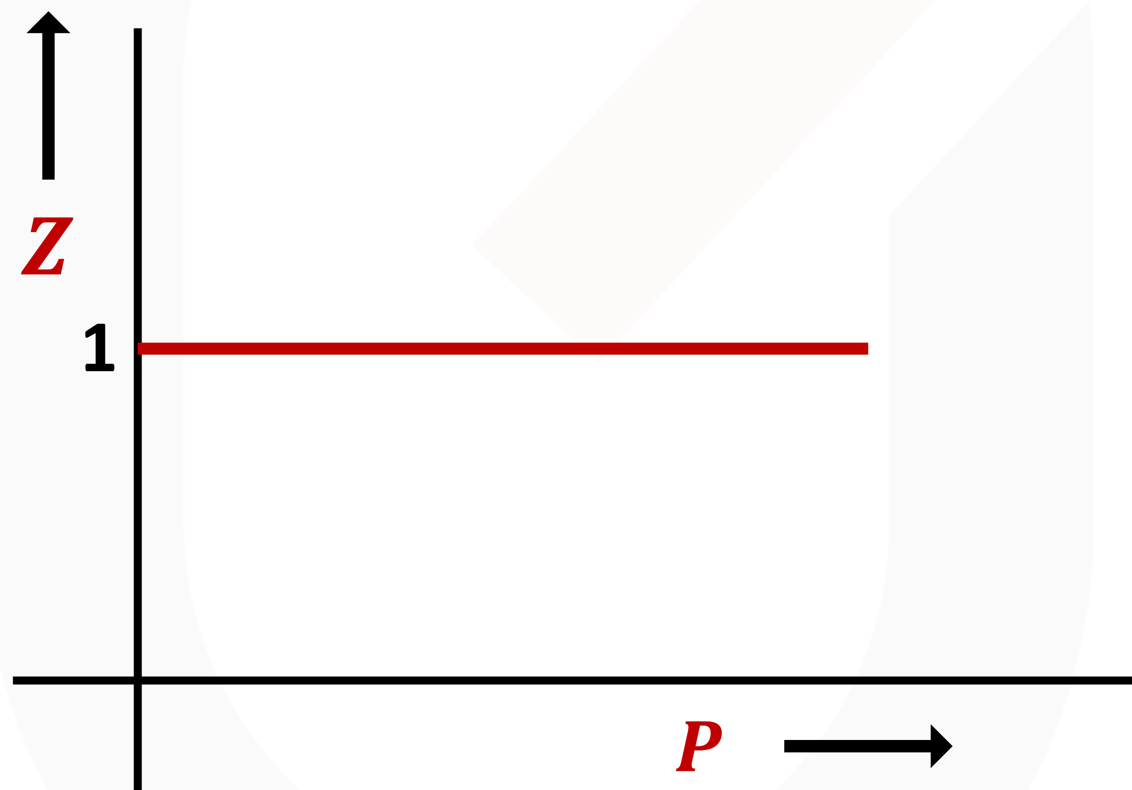
Y রাশি X রাশি

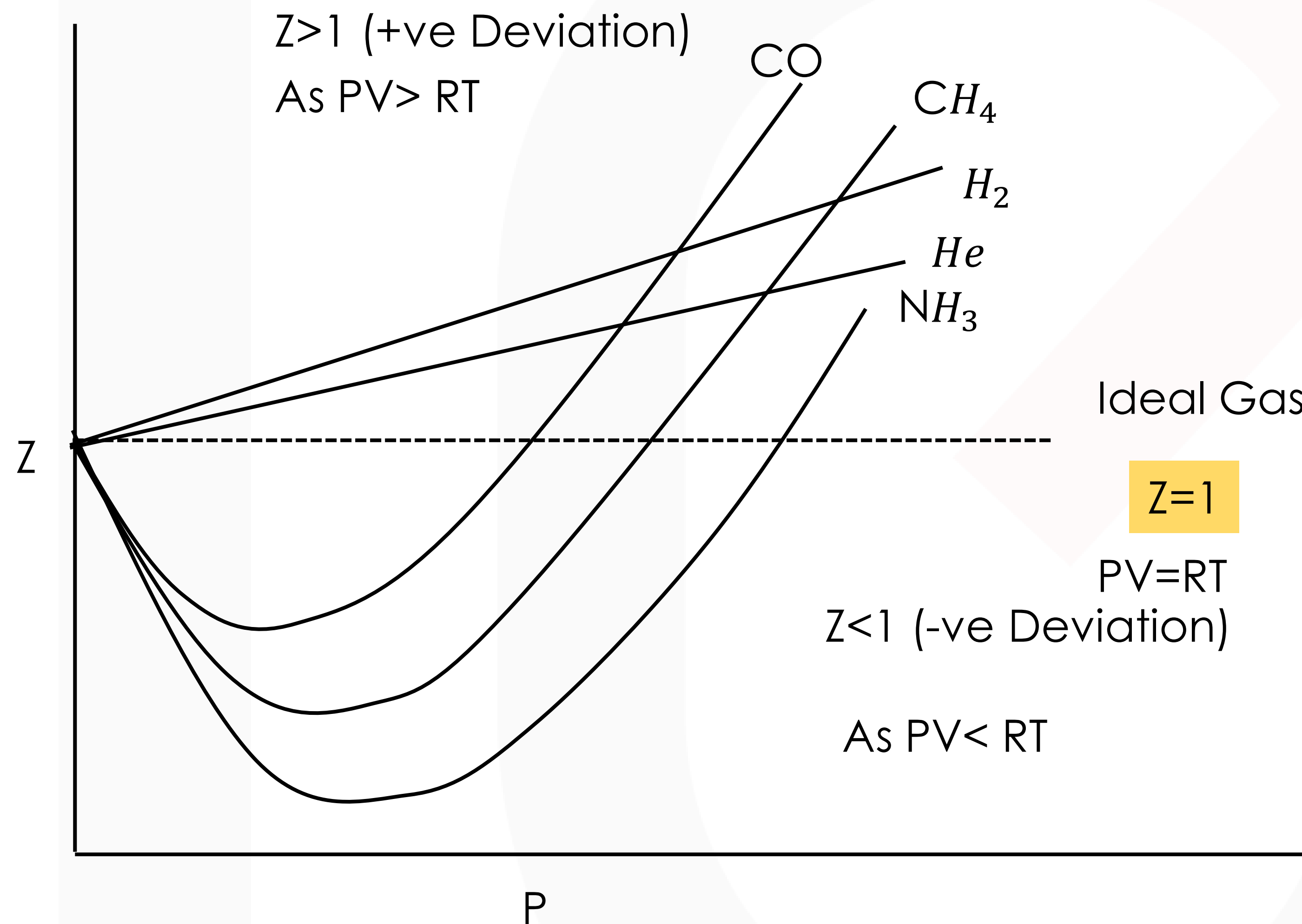
Z vs P

1. $PV = nRT$
2. $\frac{PV}{nRT} = 1$
3. $Z = 1$
4. $Z \not\propto P$

$\downarrow \quad \downarrow$

$Y \not\propto X$





Graph Showing deviation of gases from ideal gas

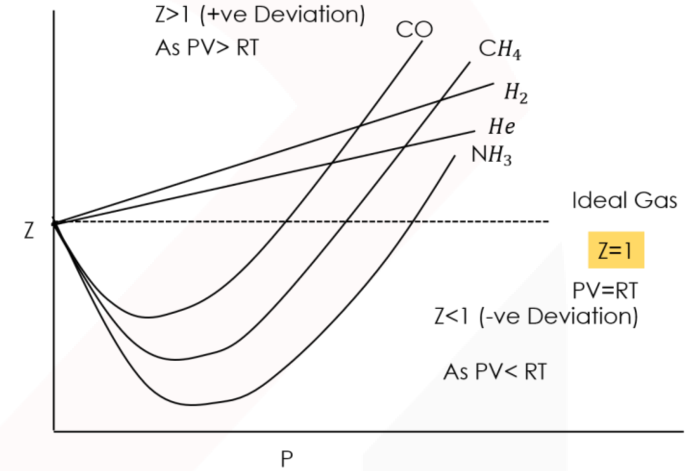
DOWNLOAD THE APP

অ্যামাগা বক্র

10 MINUTE SCHOOL

অ্যামাগা বক্র হতে জানা যায় বাস্তব গ্যাসে-

- বাস্তব গ্যাস অল্প চাপে আদর্শ গ্যাসের ন্যায় আচরণ করে।

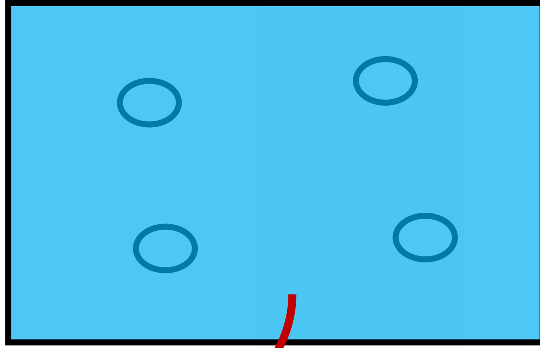


Graph Showing deviation of gases from ideal gas

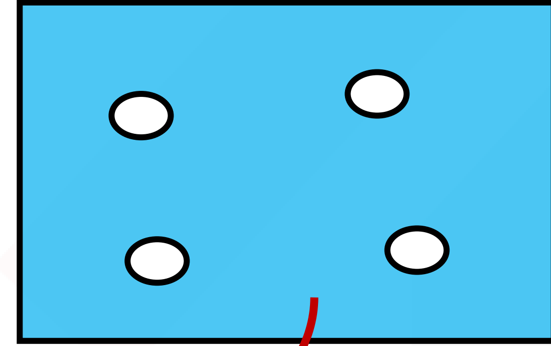
- আকৃতিগত ভাবে বড় গ্যাসগুলোতে চাপ প্রয়োগে প্রথমে সংকুচিত হয় এরপর প্রসারিত হয় ।

- আকৃতিগত ভাবে ছোট গ্যাসগুলোতে চাপ প্রয়োগে সংকুচিত না হয়ে প্রসারিত হয়।

গ্যাসের আয়তন = গ্যাস চলাচলে available আয়তন



আদর্শ গ্যাস আয়তন



বাস্তব গ্যাস আয়তন

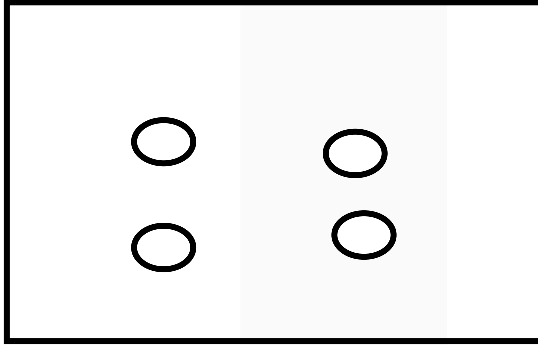
"আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে গ্যাসের আয়তন হিসেবে সম্পূর্ণ পাত্রের আয়তনকে নেয়া হয়"

"বাস্তব গ্যাসের ক্ষেত্রে গ্যাসের আয়তন হিসেবে গ্যাস অণুর নিজস্ব আয়তন বাদে পাত্রের আয়তনকে নেয়া হয়"

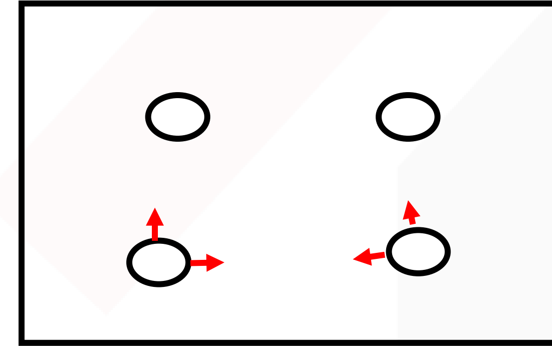
DOWNLOAD THE APP

10 MINUTE SCHOOL

গ্যাসের চাপ = গ্যাস কর্তৃক পাত্রের দেয়ালে চাপ



“আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে গ্যাসের অণুগুলোর মধ্যে আন্ত-আণবিক আকর্ষণ বা বিকর্ষণ উপেক্ষা করা হয়েছে”



“বাস্তব গ্যাসের ক্ষেত্রে গ্যাসের অণুগুলোর মধ্যে আন্ত-আণবিক আকর্ষণ বা বিকর্ষণ বল বিদ্যমান”

বাস্তব গ্যাসের সূত্র

আদর্শ গ্যাস সূত্রে-

গ্যাসের চাপ= $\frac{\text{পাত্রের দেয়ালে অণু কর্তৃক দেয়া ধাক্কা}}{\text{পাত্রের ক্ষেত্রফল}}$

গ্যাসের আয়তন =গ্যাস চলাচলে প্রাপ্ত আয়তন = পাত্রের আয়তন

পাত্রের দেয়ালে প্রাপ্ত চাপ

গ্যাস চলাচলে প্রাপ্ত আয়তন

$$PV = nRT \longrightarrow \left(P + \frac{an^2}{V^2}\right)(V - nb) = nRT$$

গ্যাস চলাচলে প্রাপ্ত আয়তন

পাত্রের দেয়ালে প্রাপ্ত চাপ

বাস্তব গ্যাসের চাপ

Correction for molecular attraction

পাত্রের আয়তন

Correction for volume of molecules

বাস্তব গ্যাসের সূত্র

$$PV = nRT \longrightarrow \left(P + \frac{an^2}{V^2}\right)(V - nb) = nRT$$

Correction for molecular attraction

Correction for volume of molecules

$PV = nRT$ তে P =পাত্রের দেয়ালে প্রাপ্ত চাপ

বাস্তব গ্যাসের চাপ আদর্শ গ্যাস চাপ হতে কম

কেননা আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে চাপ, $P = \frac{(\text{পাত্রের দেয়ালে ধাক্কা})}{\text{ক্ষেত্রফল}}$

বাস্তব গ্যাসের ক্ষেত্রে চাপ, $P = \frac{(\text{পাত্রের দেয়ালে ধাক্কা} - \text{আন্তঃআণবিক আকর্ষণ বল})}{\text{ক্ষেত্রফল}}$

$\Rightarrow \frac{\text{পাত্রের দেয়ালে ধাক্কা}}{\text{ক্ষেত্রফল}} = P + \frac{\text{আন্তঃআণবিক আকর্ষণ বল}}{\text{ক্ষেত্রফল}}$

$\therefore \frac{\text{পাত্রের দেয়ালে ধাক্কা}}{\text{ক্ষেত্রফল}} = P + \frac{an^2}{V^2}$

$PV = nRT$ তে V =পাত্রের আয়তন

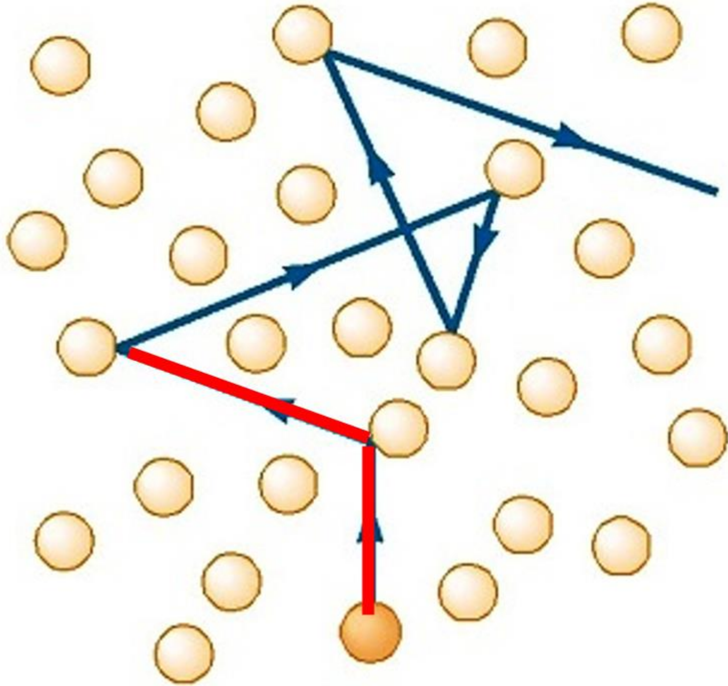
অর্থাৎ আদর্শ গ্যাস চলাচলে যে আয়তন available ;
যেহেতু অণুর আয়তন নগন্য অর্থাৎ zero ধরা

বাস্তব গ্যাসের ক্ষেত্রে অণুর নিজের আয়তন থাকবে।
তাই

গ্যাস চলাচলের জন্য বরাদ্দ আয়তন,
= পাত্রের আয়তন(V) – অণুসমূহের আয়তন (nb)

ম্যাক্সওয়েলের গড় মুক্তপথ, λ

"গ্যাস অণুসমূহের পরপর দুটি সংঘর্ষের মধ্যবর্তী অতিক্রান্ত পথদ্বয়ের গড় মানকে গড় মুক্তপথ বলে"



$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 n}$$

অণুর ব্যাস

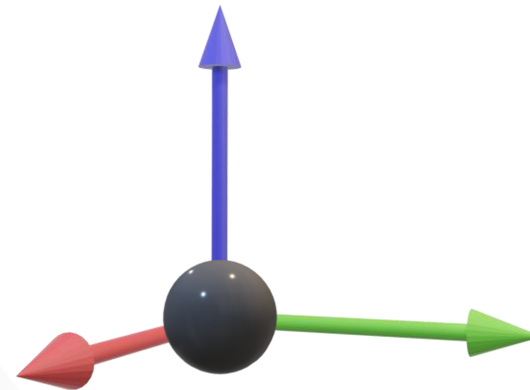
প্রতি একক আয়তনে অণু সংখ্যা

গ্যাসের গতিশক্তি (Kinetic Energy of Gas) ও স্বাধীনতার মাত্রা (Degrees of Freedom)

কিন্তু একেক অণুর গঠন একেকরকম তেমনি একেক রকম তাদের গতির ধরণ

আমরা জানি,

$$E_K = \frac{3}{2}nRT$$



গ্যাসের গতিশক্তি
(Kinetic Energy of Gas)

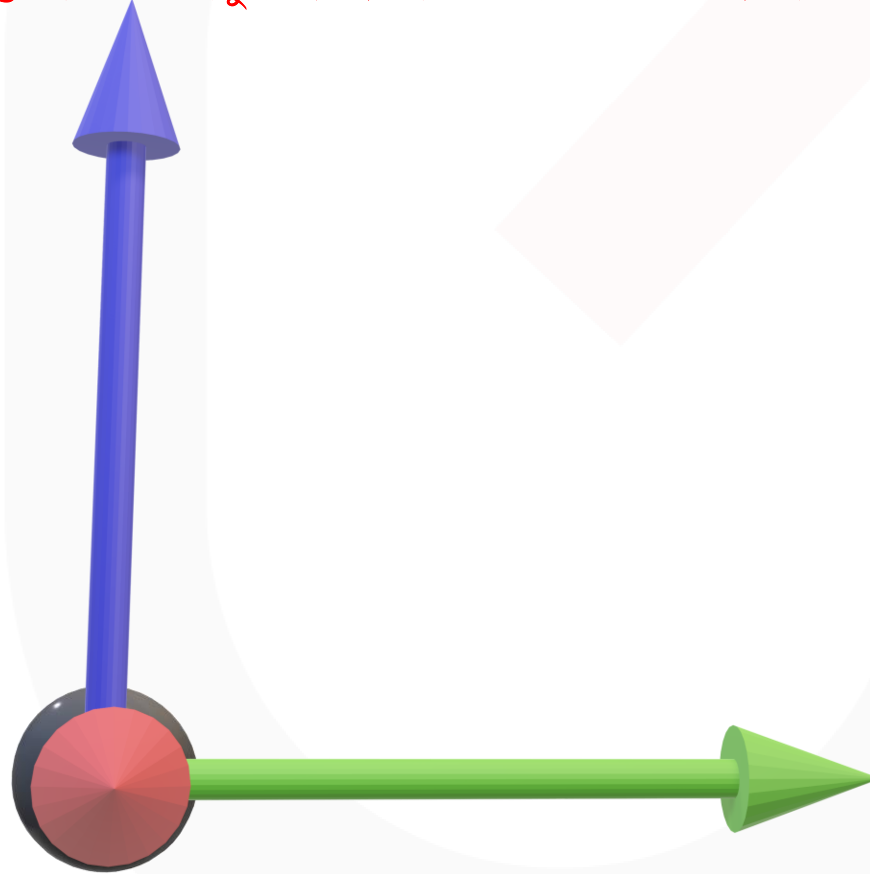
ও

স্বাধীনতার মাত্রা
(Degrees of Freedom)

কিন্তু একেক অণুর গঠন একেকরকম তেমনি একেক রকম তাদের গতির ধরণ

রৈখিক গতি
(TRANSLATION)

$$\frac{1}{2}mv^2$$

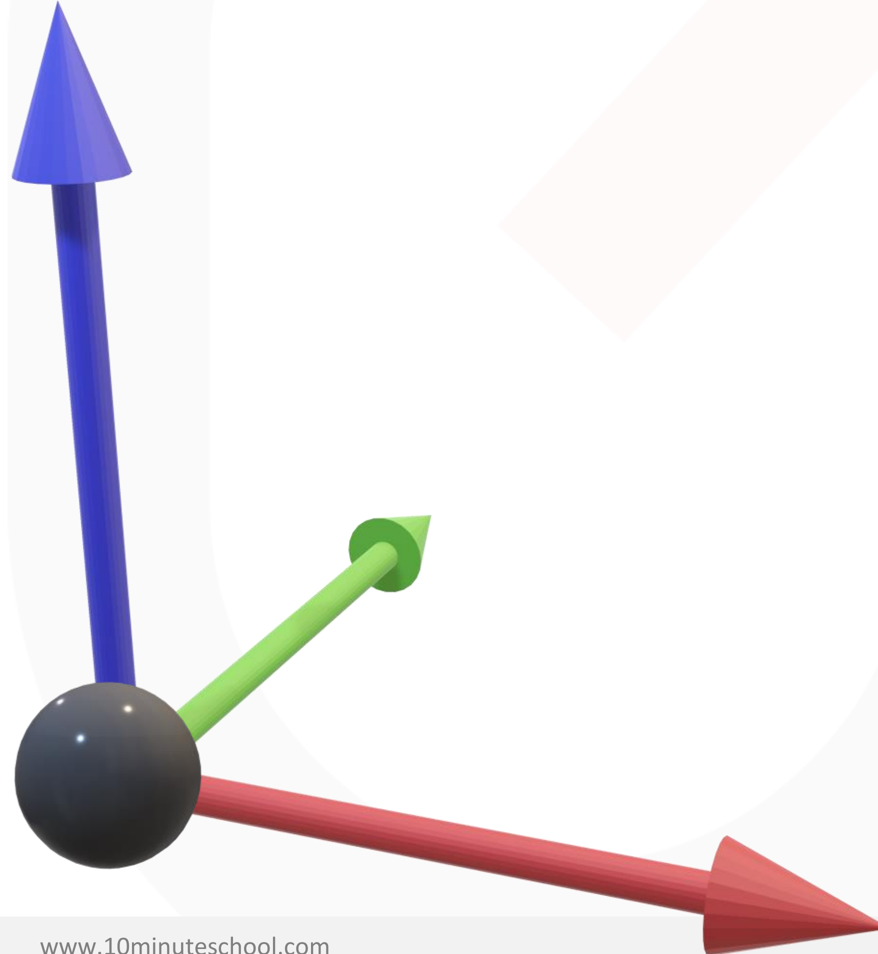


গ্যাসের গতিশক্তি (Kinetic Energy of Gas) ও স্বাধীনতার মাত্রা (Degrees of Freedom)

কিন্তু একেক অণুর গঠন একেকরকম তেমনি একেক রকম তাদের গতির ধরণ

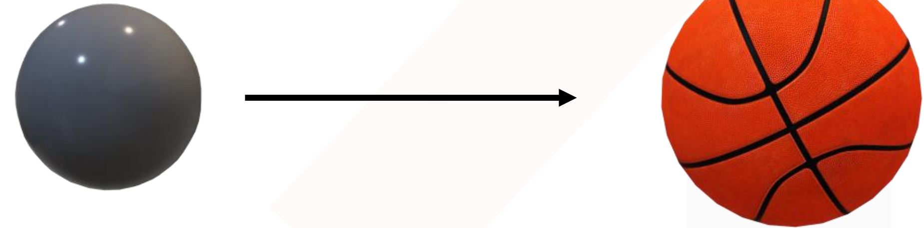
রৈখিক গতি
(TRANSLATION)

$$\frac{1}{2}mv^2$$



গ্যাসের গতিশক্তি (Kinetic Energy of Gas) ও স্বাধীনতার মাত্রা (Degrees of Freedom)

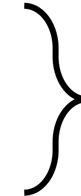
কিন্তু একেক অণুর গঠন একেকরকম তেমনি একেক রকম তাদের গতির ধরণ



আবর্তন গতি (ROTATION) $\frac{1}{2}I\omega^2$

পরমাণু অতি ক্ষুদ্র তাই - R অনেক ছোট

পরমাণু হালকা তাই - m অনেক ছোট



$I = \frac{2}{5}mR^2$

Neglect করা যায়

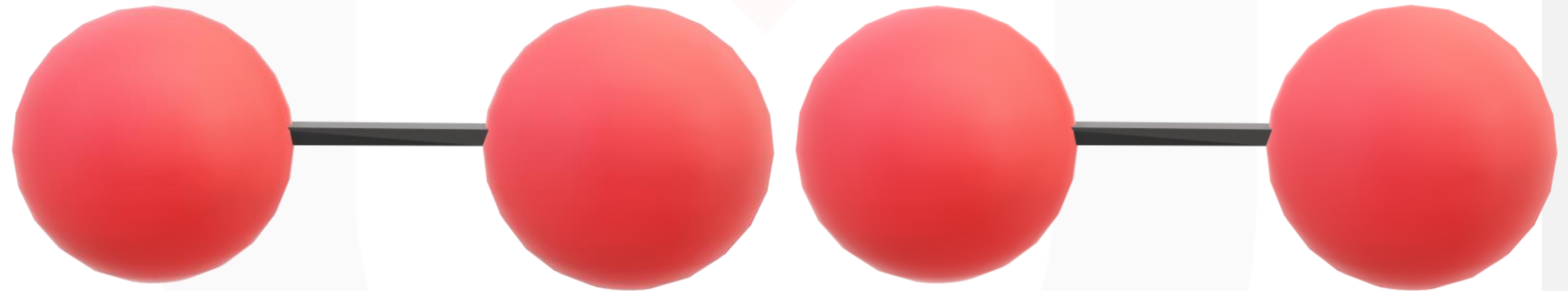
তাই একপরমাণুক গ্যাসের জন্য আবর্তন গতি উপেক্ষণীয়

কিন্তু একাধিক পরমাণুক গ্যাসের জন্য?

গ্যাসের গতিশক্তি (Kinetic Energy of Gas) ও স্বাধীনতার মাত্রা (Degrees of Freedom)

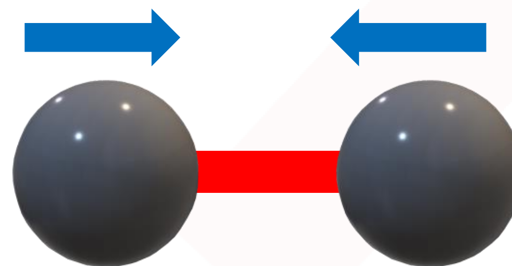
কিন্তু একাধিক পরমাণুক গ্যাসের জন্য?

আবর্তন গতি (ROTATION) $\frac{1}{2}I\omega^2$



এক্ষেত্রে $R \uparrow$ তাই I $\uparrow$ এজন্যে $\frac{1}{2}I\omega^2$ কে উপেক্ষা করা যায়না

গ্যাসের গতিশক্তি (Kinetic Energy of Gas) ও স্বাধীনতার মাত্রা (Degrees of Freedom)

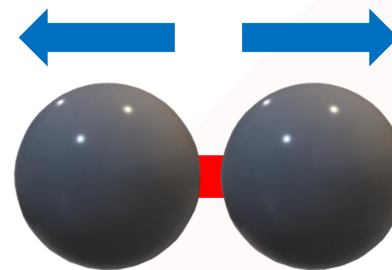


কম্পনজনিত গতি
(VIBRATION)

গ্যাসের গতিশক্তি
(Kinetic Energy of Gas)

ও

স্বাধীনতার মাত্রা
(Degrees of Freedom)



কম্পনজনিত গতি
(VIBRATION)

গ্যাসের গতিশক্তি (Kinetic Energy of Gas) ও স্বাধীনতার মাত্রা (Degrees of Freedom)

কম্পনজনিত গতি
(VIBRATION)

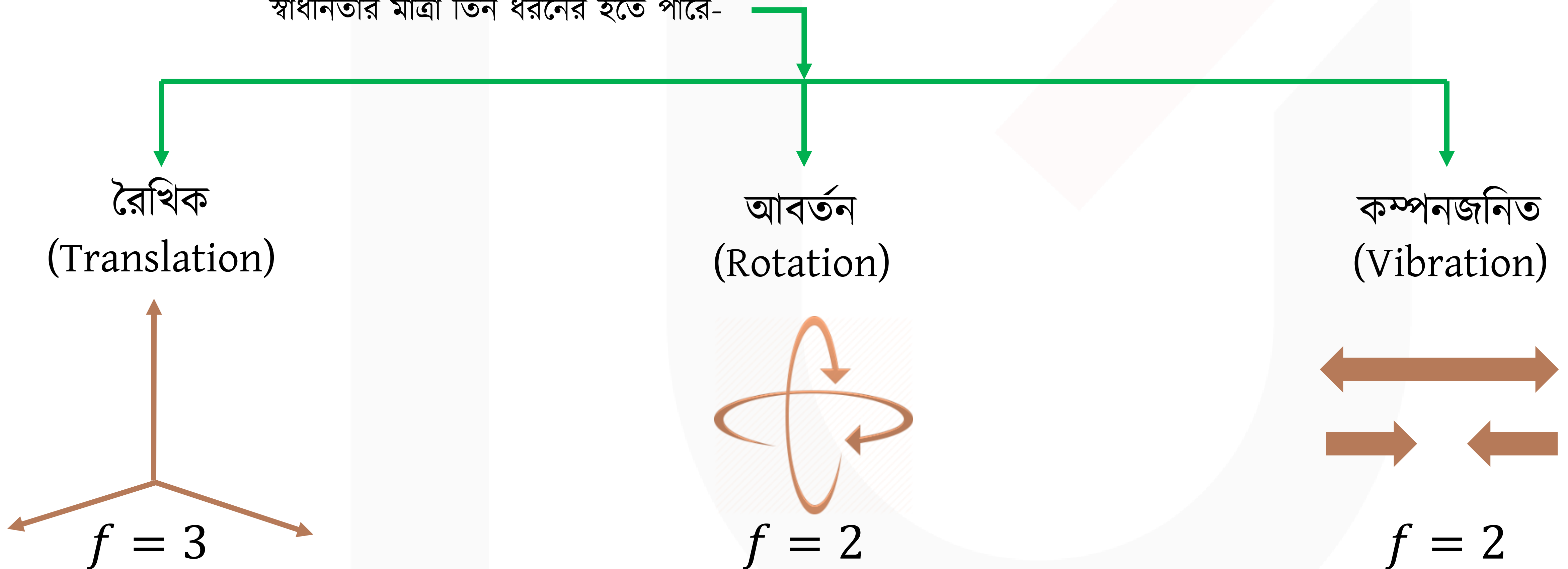


এরুপে সংকোচন বা প্রসারনে দুরকম গতি থাকতে পারে যেগুলো দ্বারাও গতিশক্তি প্রভাবিত হয়

স্বাধীনতার মাত্রা (Degrees of Freedom)

"একটি গ্যাস অণু কত সংখ্যক গতি প্রাপ্ত হতে পারে তা-ই উক্ত অণুটির স্বাধীনতার মাত্রা"

f দ্বারা প্রকাশিত



স্বাধীনতার মাত্রা (Degrees of Freedom)

গ্যাসটির অণু কত পরমাণুক তার উপর নির্ভর করে f বের করা যায়-

$$f = 3A - B$$

A → অণুতে পরমাণু সংখ্যা

B → পরমাণুগুলোর মধ্যে সম্পর্ক সংখ্যা

গ্যাসের প্রকৃতি	উদাহরণ	A (অণুতে পরমাণু সংখ্যা)	B (পরমাণুগুলোতে সম্পর্ক)	$f = 3A - B$	চিত্র
Mono	He, Ne, Ag	1	0	$f = 3$	A
Di	O_2 ,N_2	2	1	$f = 5$	A B A
Tri (closed)	O_3	3	3	$f = 6$	A B A B A B
Tri (linear)	XeF_2	3	2	$f = 7$ (CO_2 tri(linear) ব্যতিক্রম। হলেও এর বেলায় $f = 5$)	A B A B A

আমরা জানি, $E_K = \frac{3}{2} nRT$

(প্রকৃতপক্ষে এই সূত্রটি এক পরমাণুক গ্যাসের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য অর্থাৎ যার $f = 3$)

একটি অণুর জন্য $N = 1$, $\therefore n = \frac{N}{N_A} = \frac{1}{N_A}$

$$\therefore E_K = \frac{3}{2} \frac{1}{N_A} RT \rightarrow E_K = \frac{3}{2} KT$$

যেকোনো গ্যাসের একটি অণুর ক্ষেত্রে গতিশক্তির সাধারন সূত্রটি হল-

$$E_K = \frac{f}{2} KT$$

যেখানে , T =কেলভিন তাপমাত্রা

f = স্বাধীনতার মাত্রা

$K = \frac{R}{N_A} = 1.38 \times 10^{-23} J molecule^{-1} K^{-1}$

গাণিতিক সমস্যা

- 120°C তাপমাত্রায় O_2 গ্যাসের একটি অণুর গড় গতিশক্তি কত?



$$E_K = \frac{f}{2}KT$$

$$\Rightarrow E_K = \frac{5}{2}(1.38 \times 10^{-23})(393)$$

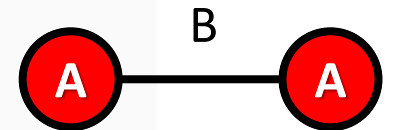
$$\therefore E_K = 1.35 \times 10^{-20}\ J$$

এখানে,

$$T = 120 + 273 = 393K$$

$$f = 3A - B$$
$$= (3 \times 2) - 1$$
$$= 5$$

O_2 গ্যাস এর জন্য



গাণিতিক সমস্যা

25°C তাপমাত্রায় ও 2 atm চাপে 5L আয়তনের একটি সিলিন্ডারে নাইট্রোজেন গ্যাস রয়েছে।

a) গ্যাসের প্রতিটি অণুর গড় রৈখিক গতিশক্তি কত?

b) গ্যাসটির মোট আণবিক গতশক্তি কত?

গাণিতিক সমস্যা

25°C তাপমাত্রায় ও 2 atm চাপে 5L আয়তনের একটি সিলিন্ডারে নাইট্রোজেন গ্যাস রয়েছে।

a) গ্যাসের প্রতিটি অণুর গড় রৈখিক গতিশক্তি কত?

Solution :

a) গ্যাসের প্রতিটি অণুর গড় রৈখিক গতিশক্তি $= 3\times\frac{1}{2}KT$

$$= 3\times\frac{1}{2}\times 1.38\times 10^{-23}\times(25+273)$$

$$= 6.17\times 10^{-21}J$$

গাণিতিক সমস্যা

25°C তাপমাত্রায় ও 2 atm চাপে 5L আয়তনের একটি সিলিন্ডারে নাইট্রোজেন গ্যাস রয়েছে।

b) গ্যাসটির মোট আণবিক গতশক্তি কত?

Solution :

b) $P = 2 \text{ atm} = 2 \times 101325\ Pa$

$V = 5L = 5 \times 10^{-3} m^3$

গ্যাসের প্রতিটি অণুর গড় গতিশক্তি $= f \times \frac{1}{2} KT$

$$PV = nRT$$

$$= \frac{N}{N_A} RT \qquad \rightarrow N = \frac{PVN_A}{RT}$$

গাণিতিক সমস্যা

25°C তাপমাত্রায় ও 2 atm চাপে 5L আয়তনের একটি সিলিন্ডারে নাইট্রোজেন গ্যাস রয়েছে।

b) গ্যাসটির মোট আণবিক গতশক্তি কত?

Solution :

b) গ্যাসটির মোট আণবিক গতশক্তি $= f \times \frac{1}{2} KT \times \mathrm{N} \quad = f \times \frac{1}{2} KT \times \frac{PVN_A}{RT} \ = \frac{fKPVN_A}{2R}$

$$= \frac{5 \times 1.38 \times 10^{-23} \times 2 \times 101325 \times 5 \times 10^{-3} \times 6.02 \times 10^{23}}{2 \times 8.314}$$

$$= 2532\ J$$

গাণিতিক সমস্যা

60°C উষ্ণতা বিশিষ্ট 3 mol হিলিয়াম গ্যাসের সাথে 30°C উষ্ণতা বিশিষ্ট 6 mol আর্গন গ্যাস যোগ করলে মিশ্রণের উষ্ণতা কত হবে?

Solution :

$$n_1 = 3 \text{ and } n_2 = 6$$

$$T_1 = 333\ K \text{ and } T_2 = 303\ K$$

$$E_k = E_{k1} + E_{k2}$$

$$\rightarrow \frac{3}{2}(n_1 + n_2)RT = \frac{3}{2}n_1RT_1 + \frac{3}{2}n_2RT_2$$

$$\rightarrow (n_1 + n_2)T = n_1T_1 + n_2T_2$$

$$\rightarrow T = \frac{n_1T_1 + n_2T_2}{n_1 + n_2} \quad = 313\ K \quad = 40°C$$

গাণিতিক সমস্যা

পঞ্চগড়ে শীতকালে কোনো স্থানের একটা ঘরের তাপমাত্রা 0°C. ঐ ঘরে 250 mole গ্যাস আছে। ঘরটিতে একটি হিলিয়াম সিলিন্ডার ছিলো যার গাত্র অন্তরক পদার্থ দিয়ে তৈরি। সিলিন্ডারে 60°C এ 5 mole হিলিয়াম ছিল। ঘটনাক্রমে সিলিন্ডারের মুখ খুলে গেলো। ফলে হিলিয়াম গ্যাস বায়ুর সাথে মিশে গেল। বায়ুর তাপমাত্রা কত? [মনে কর বায়ুতে পুরোটা N_2]

Solution : ঘরের আদি তাপমাত্রা = T_1

ঘরের বাতাসের মোল সংখ্যা = n_1

বাতাসের স্বাধীনতার মাত্রা = f_1

হিলিয়াম গ্যাস বায়ুর সাথে মিশে যাওয়ার আগে বাতাসের গতশক্তি, $E_{k1} = \frac{f_1}{2} n_1 R T_1$

$$= 250 \times \frac{5}{2} \times R \times 273$$

গাণিতিক সমস্যা

পঞ্চগড়ে শীতকালে কোনো স্থানের একটা ঘরের তাপমাত্রা 0°C. ঐ ঘরে 250 mole গ্যাস আছে। ঘরটিতে একটি হিলিয়াম সিলিন্ডার ছিলো যার গাত্র অন্তরক পদার্থ দিয়ে তৈরি। সিলিন্ডারে 60°C এ 5 mole হিলিয়াম ছিল। ঘটনাক্রমে সিলিন্ডারের মুখ খুলে গেলো। ফলে হিলিয়াম গ্যাস বায়ুর সাথে মিশে গেল। বায়ুর তাপমাত্রা কত? [মনে কর বায়ুতে পুরোটা N_2]

Solution :

তাপমাত্রা = T_2

মোল সংখ্যা = n_2

বাতাসের স্বাধীনতার মাত্রা = f_2

সিলিন্ডারে হিলিয়াম গ্যাসের গতিশক্তি, $E_{k2} = \frac{f_2}{2} n_2 R T_2$

$$= 5 \times \frac{3}{2} \times R \times 333$$

গাণিতিক সমস্যা

পঞ্চগড়ে শীতকালে কোনো স্থানের একটা ঘরের তাপমাত্রা 0°C. ঐ ঘরে 250 mole গ্যাস আছে। ঘরটিতে একটি হিলিয়াম সিলিন্ডার ছিলো যার গাত্র অন্তরক পদার্থ দিয়ে তৈরি। সিলিন্ডারে 60°C এ 5 mole হিলিয়াম ছিল। ঘটনাক্রমে সিলিন্ডারের মুখ খুলে গেলো। ফলে হিলিয়াম গ্যাস বায়ুর সাথে মিশে গেল। বায়ুর তাপমাত্রা কত? [মনে কর বায়ুতে পুরোটা N_2]

Solution : মনে করি, ঘরের চূড়ান্ত তাপমাত্রা T K.

হিলিয়াম গ্যাস বাতাসের সাথে মিশে যাওয়ার পরে বাতাসের তথা মিশ্রণের মোট গতিশক্তি,

$$E_k = \frac{f_1}{2} n_1 RT + \frac{f_2}{2} n_2 RT$$

$$or, \frac{f_1}{2} n_1 RT + \frac{f_2}{2} n_2 RT = E_{k1} + E_{k2}$$

$$or,\ T\left(\frac{f_1}{2} n_1 R + \frac{f_2}{2} n_2 R\right) = E_{k1} + E_{k2}$$

গাণিতিক সমস্যা

পঞ্চগড়ে শীতকালে কোনো স্থানের একটা ঘরের তাপমাত্রা 0°C. ঐ ঘরে 250 mole গ্যাস আছে। ঘরটিতে একটি হিলিয়াম সিলিন্ডার ছিলো যার গাত্র অন্তরক পদার্থ দিয়ে তৈরি। সিলিন্ডারে 60°C এ 5 mole হিলিয়াম ছিল। ঘটনাক্রমে সিলিন্ডারের মুখ খুলে গেলো। ফলে হিলিয়াম গ্যাস বায়ুর সাথে মিশে গেল। বায়ুর তাপমাত্রা কত? [মনে কর বায়ুতে পুরোটা N_2]

Solution :

$$or, T = \frac{\frac{f_1}{2} n_1 R T_1 + \frac{f_2}{2} n_2 R T_2}{\left(\frac{f_1}{2} n_1 R + \frac{f_2}{2} n_2 R\right)}$$

$$or, T = \frac{\frac{f_1}{2} n_1 T_1 + \frac{f_2}{2} n_2 T_2}{\left(\frac{f_1}{2} n_1 + \frac{f_2}{2} n_2\right)}$$

$$= \frac{250 \times \frac{5}{2} \times 273 + 5 \times \frac{3}{2} \times 333}{\left(\frac{5}{2} \times 250 + \frac{3}{2} \times 5\right)}$$

$$= 273.71\ K$$

$$= 0.71°\text{C}$$

গাাণিতিক সমস্যা

একজন ব্যক্তি শ্বাস প্রশ্বাসে 1.12L বায়ু সেবন করলে-

(i) সে মোট কতগুলো অনুসুরণ করলো?

(ii) 27°C তাপমাত্রায় ওই অণুগুলোর গড় গতিশক্তি বের করো। R=8.314 J/mole/k [BUET '02-03]

গাণিতিক সমস্যা

একজন ব্যক্তি শ্বাস প্রশ্বাসে 1.12L বায়ু সেবন করলে-

(i) সে মোট কতগুলো অনুসুরণ করলো?

Solution :

(i) অণুর সংখ্যা = $\frac{1.12}{22.4} \times 6.022 \times 10^{23} = 3.01 \times 10^{22}$

গাণিতিক সমস্যা

একজন ব্যক্তি শ্বাস প্রশ্বাসে 1.12L বায়ু সেবন করলে-

(ii) 27°C তাপমাত্রায় ওই অণুগুলোর গড় গতিশক্তি বের করো। R=8.314 J/mole/k [BUET '02-03]

Solution :

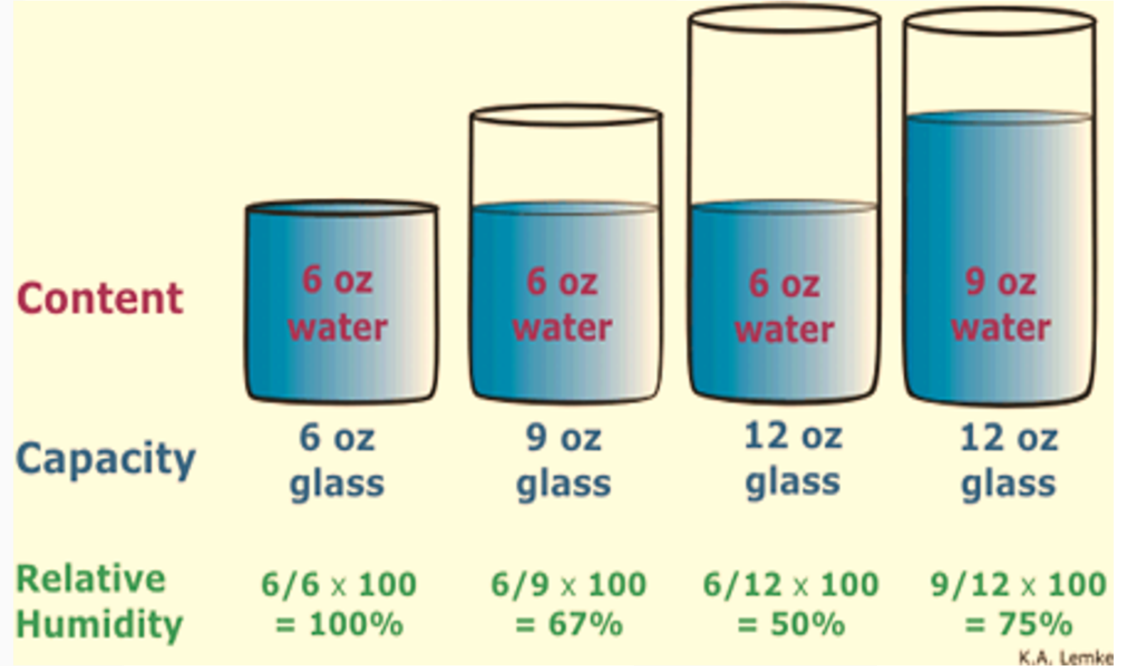
(ii) গড় গতিশক্তি K = $\frac{3}{2} \times \frac{RT}{N_A} = \frac{3}{2} \times \frac{8.314 \times 300}{6.02 \times 10^{23}} = 6.21 \times 10^{-21} Joule/molecule$

আপেক্ষিক আর্দ্রতা , R_H

- আর্দ্রতা – *বায়ুতে জলীয় বাষ্পের পরিমাপ*
- আপেক্ষিক আর্দ্রতা – *নির্দিষ্ট তাপমত্রায় নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুতে ধারণক্ষম জলীয় বাষ্প এর কত অংশ জলীয় বাষ্প আছে তার পরিমাপ।*

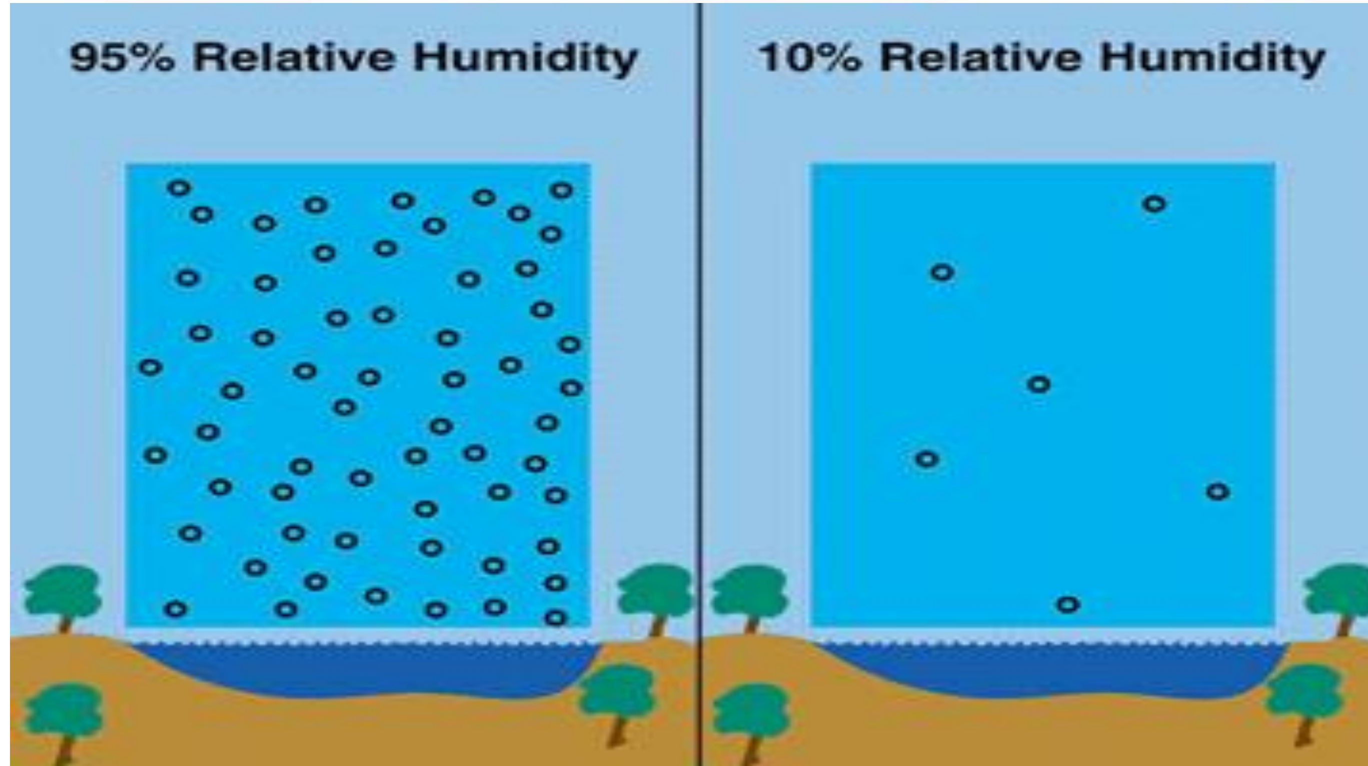
গাণিতিকভাবে,

$$R_H = \frac{Content}{Capacity} \times 100\%$$

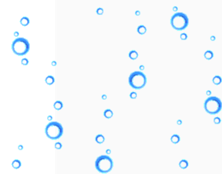


Content = যে মূহুর্তে আর্দ্রতা মাপা হচ্ছে সে মূহুর্তে জলীয় বাষ্পের ভর/চাপ/ঘনত্ব

Capacity = যে তাপমাত্রা আর আয়তনে আর্দ্রতা মাপা হচ্ছে সে অবস্থায় ধারণক্ষম জলীয় বাষ্পের ভর/চাপ/ঘনত্ব



যত বেশি আপেক্ষিক আর্দ্রতা বায়ুতে তত বেশি জলীয় বাষ্প। জলীয় বাষ্প বেশি হলে-



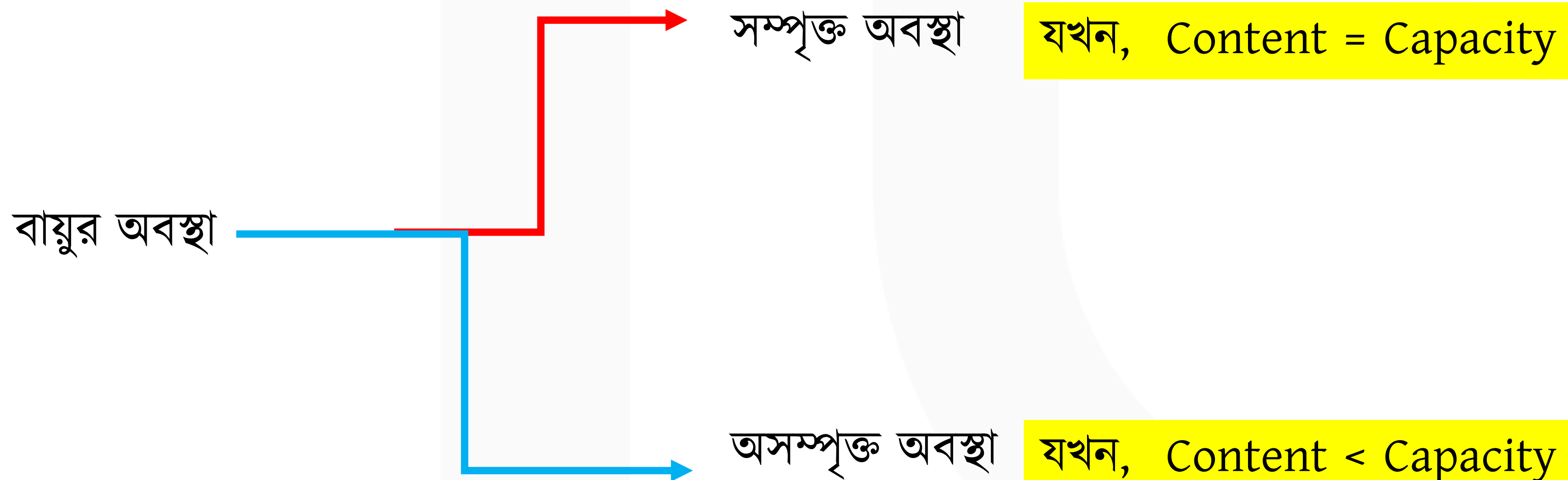
- বেশি ঘাম হবে, অস্বস্তি অনুভূত হবে
- কাপড় কম শুকাবে
- ১০০% হলে শিশির জমবে

$$R_H = \frac{Content}{Capacity} \times 100\%$$

এখানে

Content = যে মূহুর্তে আর্দ্রতা মাপা হচ্ছে সে মূহুর্তে জলীয় বাষ্পের ভর/চাপ/ঘনত্ব

Capacity = যে তাপমাত্রা আর আয়তনে আর্দ্রতা মাপা হচ্ছে সে অবস্থায় ধারণক্ষম জলীয় বাষ্পের ভর/চাপ/ঘনত্ব



যখন, Content = Capacity

যখন, Content < Capacity

$$R_H = \frac{Content}{Capacity} \times 100\%$$

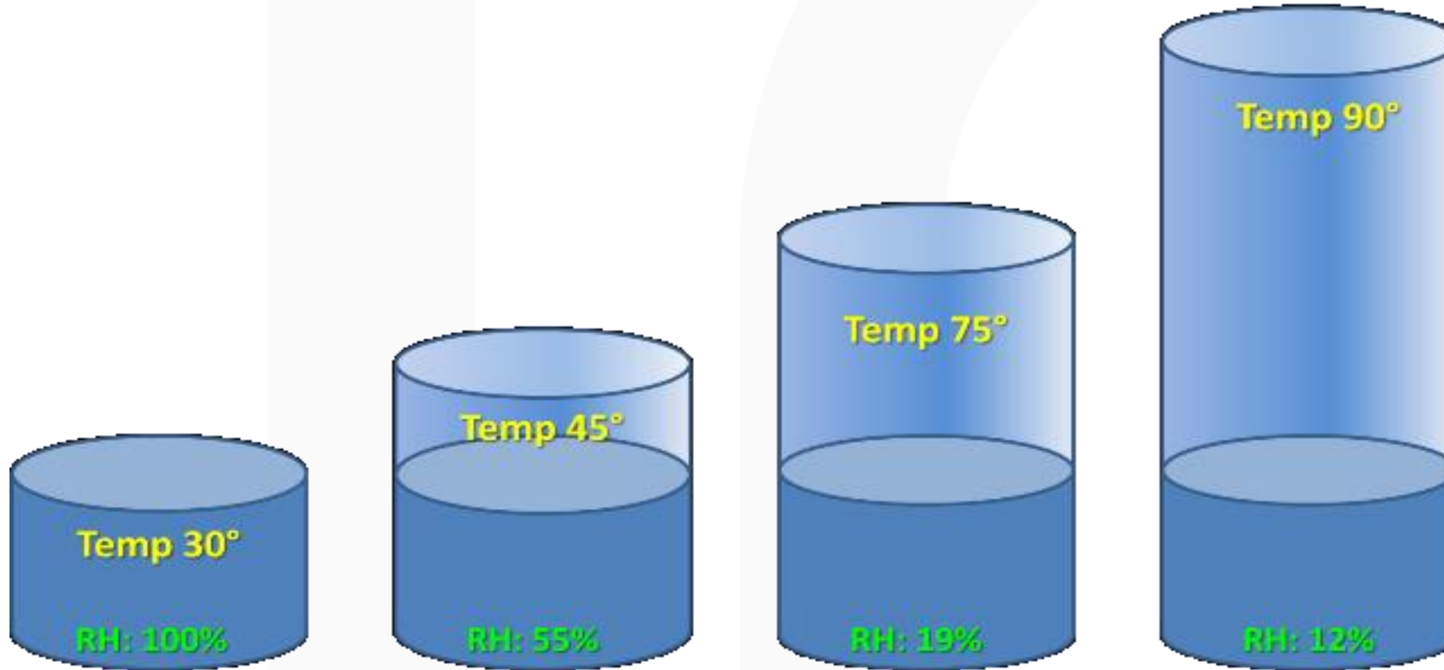
$\therefore R_H \propto Content$

Content তাপমাত্রার ওপর নির্ভর করে না।অর্থাৎ T বাড়লে কমলেও *Content* একই থাকবে

$\therefore R_H \propto \frac{1}{Capacity}$

Capacity তাপমাত্রার ওপর নির্ভর করে। অর্থাৎ T বাড়ালে কমালে *Capacity* পরিবর্তন হবে।

আপেক্ষিক আদ্রতার উপর তাপমাত্রার প্রভাব



তাপমাত্রা বাড়ালে>গ্যাস প্রসারণ>গ্যাসের বাষ্প ধারণ ক্ষমতা বৃদ্ধি>আপেক্ষিক আদ্রতা কমে > অসম্পৃক্ত হতে থাকে

তাপমাত্রা কমালে>গ্যাস সংকোচন>গ্যাসের বাষ্প ধারণ ক্ষমতা হ্রাস>আপেক্ষিক আদ্রতা বাড়ে > সম্পৃক্ত হতে থাকে

গাণিতিক সমস্যা

কোনো সময় বায়ুর শিশিরাংক 12°C এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতা 80%. বায়ুর তাপমাত্রা সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ কত? [12°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ 10.52 mm Hg]

Solution : আমরা জানি,

$$\text{আপেক্ষিক আর্দ্রতা } R = \frac{f}{F} \times 100\%$$

$$\text{বা, } 80\% = \frac{10.52}{F} \times 100\%$$

$$F = \frac{10.52}{80} \times 100\, mm\,(Hg)$$

$$= 13.15\, mm\,(Hg)$$

গাণিতিক সমস্যা

কোনো একদিন বায়ুর তাপমাত্রা 25 ডিগ্রী সেলসিয়াস এবং আর্দ্রতা 50% যদি তাপমাত্রা নেমে 10 ডিগ্রী সেলসিয়াস হয় তবে বায়ুস্থ জলীয়বাষ্পের কত অংশ ঘনীভূত হবে?

[25°C ও 10°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে 23.52, 9.22 mm Hg]

Solution : আমরা জানি,

আপেক্ষিক আর্দ্রতা $R = \frac{25°\text{C তাপমাত্রায় বিদ্যমান বায়ুতে বিদ্যমান জলীয় বাষ্পের চাপ}}{25°\text{C তাপমাত্রায় বায়ুকে সম্পৃক্ত করতে প্রয়োজনীয় জলীয় বাষ্পের চাপ}} \times 100\%$

25°C তাপমাত্রায় বিদ্যমান বায়ুতে বিদ্যমান জলীয় বাষ্পের চাপ $= 50\% \times 23.52$

$= \frac{50}{100} \times 23.52 = 11.76\, mmHg$

গাণিতিক সমস্যা

কোনো একদিন বায়ুর তাপমাত্রা 25 ডিগ্রী সেলসিয়াস এবং আর্দ্রতা 50% যদি তাপমাত্রা নেমে 10 ডিগ্রী সেলসিয়াস হয় তবে বায়ুস্থ জলীয়বাষ্পের কত অংশ ঘনীভূত হবে?

[25°C ও 10°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে 23.52, 9.22 mm Hg]

Solution :

বাষ্পের ভর ∝ বাষ্পের চাপ

25°C তাপমাত্রায় উপস্থিত জলীয় বাষ্পের ভর $= K \times 11.76$ একক

10°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ 9.22 mmHg

10°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের ভর $= K \times 9.22$ একক

ঘনীভূত জলীয়বাষ্পের পরিমাণ $= 11.67\ K - 9.22\ K = 2.54\ K$

ঘনীভূত জলীয়বাষ্পের ভগ্নাংশ $= \frac{2.54K}{11.76K}$ = 0.216 অংশ

গাণিতিক সমস্যা

কোনো স্থানের বায়ুর তাপমাত্রা 26°C এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতা 70%. যদি সে স্থানের তাপমাত্রা কমে 18° C হয়, তবে বায়ুস্থিত জলীয় বাষ্পের কত শতাংশ ঘনীভূত হয়ে হয়ে তরল পানি হবে? [26° C এবং 18° C এ সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে 25.21 mm এবং 15.48 mm পারদ স্তম্ভের সমান] [BUET'17-18]

Solution : দেওয়া আছে, 26°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ $F = 25.21$ mmHg

26°C তাপমাত্রায় বর্তমান জলীয় বাষ্পের চাপ f_i

18°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ $f_f = 15.48$ mmHg

আপেক্ষিক আর্দ্রতা $R = \frac{f}{F} \times 100\%$

$$\Rightarrow R = \frac{f_i}{F} \times 100\%$$

$$\Rightarrow f_i = \frac{70}{100} \times 25.21$$

$$= 17.647\ mm\ \text{Hg}$$

∴ বর্তমান বাষ্প চাপ > সম্পৃক্ত বাষ্প চাপ

সুতরাং কিছু বাষ্প ঘনীভূত হবে।

যেহেতু, বাষ্পের ভর ∝ বাষ্পের চাপ

সুতরাং, ঘনীভূত হবে, $\frac{f_i - f_f}{f_i} \times 100\%$

$$= \frac{17.647 - 15.48}{17.647} \times 100\% = 12.28\%$$

গাণিতিক সমস্যা

একটি শীতাতপ নিয়ন্ত্রক যন্ত্র 30° C তাপমাত্রার 90% আপেক্ষিক আর্দ্রতাবিশিষ্ট বায়ুকে ঠান্ডা করে তাপমাত্রা 20°C করল। এতে আপেক্ষিক আর্দ্রতা হ্রাস পেয়ে 50% হল। ঐ যন্ত্র প্রতি ঘনমিটার বায়ু হতে কত গ্রাম জলীয় বাষ্প বের করে দিল? বায়ুর আয়তন পরিবর্তন উপেক্ষণীয়। (30° C ও 20°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প ঘনত্ব $30gmm^{-3}$ এবং $17gmm^{-3}$ পারদ চাপ।)

Solution :

$$R_{30} = \frac{f_{30}}{F_{30}}$$

বা, $f_{30} = R_{30} \times F_{30}$ $= 0.9 \times 30 = 27\ gm$

অনুরূপ, $f_{20} = R_{20} \times F_{20}$ $= 0.5 \times 17 = 8.5\ gm$

শোষিত জলীয় বাষ্প = (27– 8.5) gm = 18.50 gm

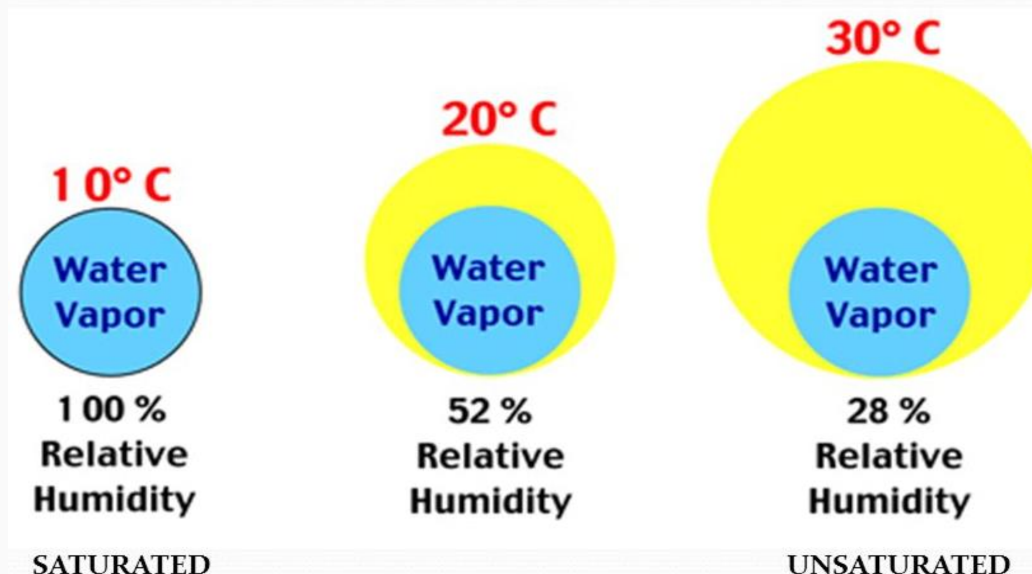
শিশিরাঙ্ক, $\theta_{dew\ point}$

“যে তাপমাত্রায় কোন নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুতে শিশির জমে তাকে শিশিরাঙ্ক”

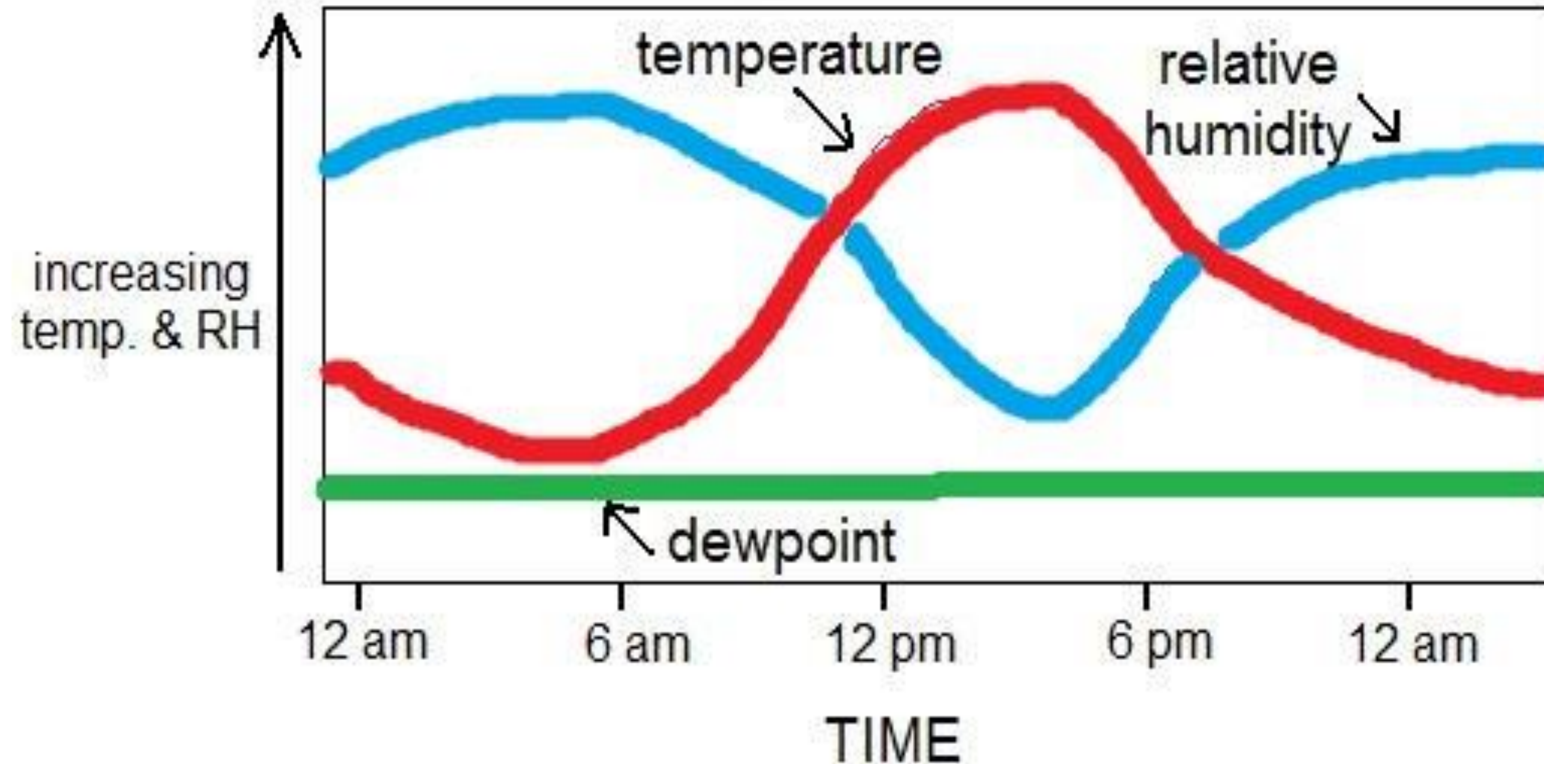
“যে তাপমাত্রায় কোন নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুতে $R_H = 100\%$ তাকে শিশিরাঙ্ক”

“যে তাপমাত্রায় কোন নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুতে CONTENT=CAPACITY তাকে শিশিরাঙ্ক”

“যে তাপমাত্রায় কোন নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ু এর মধ্যে অবস্থিত জলীয় বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হয় সে তাপমাত্রাই শিশিরাঙ্ক”



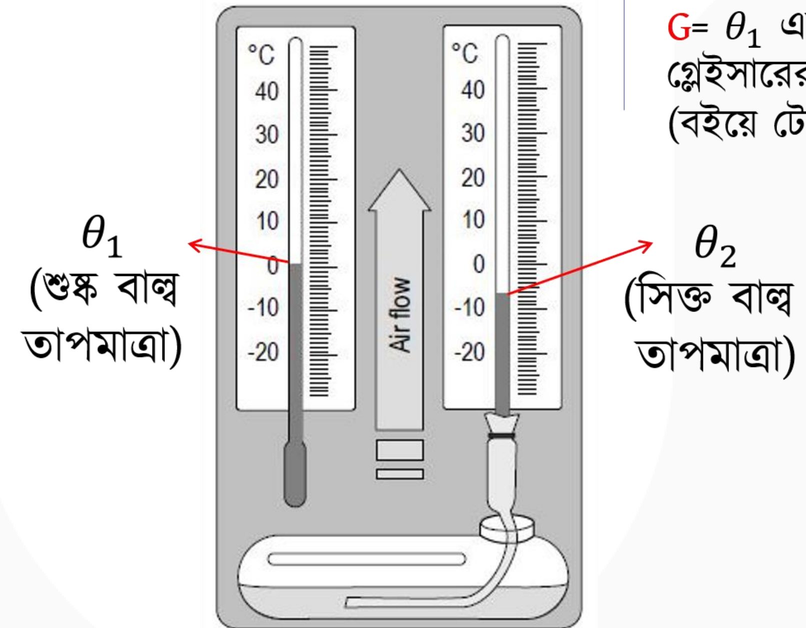
আপেক্ষিক আর্দ্রতা তাপমাত্রার ব্যস্তানুপাতিক এর মতন চিন্তা করা যায়। কিন্তু শিশিরাঙ্ক তাপমাত্রার উপর নির্ভর করেনা,কেননা সে নিজেই একটি তাপমাত্রা,নির্ভর করে উপস্থিত বায়ুতে জলীয় বাষ্পের পরিমাণের উপর।



শিশিরাঙ্ক নির্ণয়-হাইগ্রোমিটার ব্যবহার করে

$$\theta_1 - \theta_{dew\ point} = G(\theta_1 - \theta_2)$$





θ_1 (শুষ্ক বাল্ব তাপমাত্রা)

θ_2 (সিক্ত বাল্ব তাপমাত্রা)

$\theta_{dew\ point}$ = শিশিরাঙ্ক

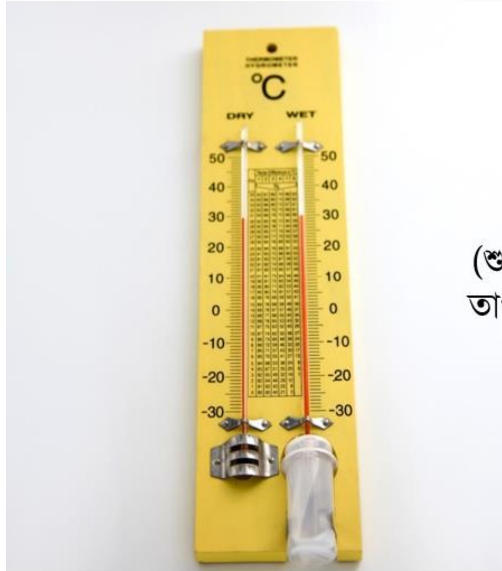
G= θ_1 এর জন্য গ্লেইসারের উৎপাদক (বইয়ে টেবিল আছে)

শিশিরাঙ্ক নির্ণয়-হাইগ্রোমিটার ব্যবহার করে

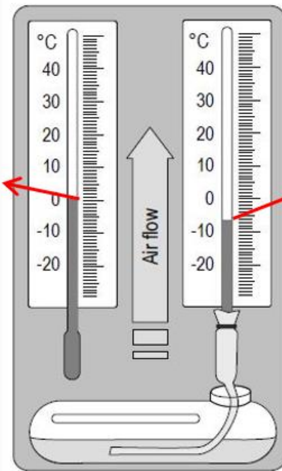
$$\theta_1 - \theta_{dew\ point} = G(\theta_1 - \theta_2)$$

$\theta_{dew\ point}$ = শিশিরাঙ্ক

G = θ_1 এর জন্য গ্লেইসারের উৎপাদক (বইয়ে টেবিল আছে)



θ_1 (শুষ্ক বাল্ব তাপমাত্রা)



θ_2 (সিক্ত বাল্ব তাপমাত্রা)

বিভিন্ন তাপমাত্রায় গ্লেসিয়ারের উৎপাদক

শুষ্ক বালবের তাপমাত্রা (°C)	গ্লেসিয়ারের উৎপাদক (G)	শুষ্ক বালবের তাপমাত্রা (°C)	গ্লেসিয়ারের উৎপাদক G	শুষ্ক বালবের তাপমাত্রা (°C)	গ্লেসিয়ারের উৎপাদক G
4	7·82	19	1·81	34	1·61
5	7·28	20	1.79	35	1·60
6	6·62	21	1·77	36	1·59
7	5·77	22	1·75	37	1·58
8	4·92	23	1·74	38	1·57
9	4·04	24	1·72	39	1·56
10	2·06	25	1·70	40	1·55
11	2·02	26	1·69	41	1·54
12	1·99	27	1·68	42	1·53
13	1·95	28	1·67	45	1·52
14	1·92	29	1·66	46	1·51
15	1·90	30	1·65	47	1·50
16	1·87	31	1·64	48	1·49
17	1·85	32	1·63	49	1·48
18	1·83	33	1·62	50	1·47

গাণিতিক সমস্যা

পদার্থবিজ্ঞান বিভাগের প্রধান স্যার অফিস কক্ষে প্রবেশ করে দেখতে পেলেন হাইগ্রোমিটারের শুষ্ক বাল্বের পাঠ $30°C$ এবং ঐদিন আপেক্ষিক আর্দ্রতা ছিল 75%। তিনি এসি চালু করে কক্ষের তাপমাত্রা $23°C$ –এ নামিয়ে নিলেন। তখন আর্দ্র বাল্বের পাঠ $14.76°C$। [গ্লেইসারের তালিকায় $30°C$ এবং $23°C$ এ গ্লেইসারের উৎপাদক যথাক্রমে $G = 1.65$ এবং $G = 1.74$। রেনোর তালিকায় $30°C, 23°C, 8°C$ এবং $9°C$ তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে $29.92\ mm, 20.24\ mm, 8.92\ mm$ এবং $9.22\ mm$ পারদ চাপ।]

রাজশাহী বোর্ড '১৭

গ। ঐদিন সন্ধ্যায় বায়ুর তাপমাত্রা $23°C$ –এ নেমে এলে বায়ুস্থ জলীয় বাষ্পের কত অংশ ঘনীভূত হবে?

ঘ। কক্ষের ভিতর এসি চালু করায় বিভাগীয় প্রধান স্যার আরাম বোধ করেন কেন? উদ্দীপকের আলোকে গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর।

গাণিতিক সমস্যা

গ। এখানে, শুষ্ক বাল্বের পাঠ বা বায়ুর তাপমাত্রা $30°C$

$30°C$ তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ, $F = 29.92\,mmHg$

আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R = 75\% = 0.75$

শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ, $f = ?$

আমরা জানি,

$$R = \frac{f}{F}$$

$$\therefore f = RF$$

$$= 0.75 \times 29.92\,mm$$

$$= 22.44\,mmHg$$

সন্ধ্যায় বায়ুর তাপমাত্রা, $23°C$

বাষ্পের ভর ∝ বাষ্পের চাপ

$$\frac{\text{ঘনীভূত জলীয় বাষ্পের ভর}}{\text{দুপুরে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের ভর}} = \frac{(22.44 - 20.24)\,mmHg}{22.44\,mmHg} = 9.8\%$$

গাণিতিক সমস্যা

ঘ। দেওয়া আছে, এসি চালু করার পরে,

শুষ্ক বাল্বের পাঠ, $\theta_1 = 23°C$

আর্দ্র বাল্বের পাঠ, $\theta_2 = 14.76°C$

$23°C$ তাপমাত্রায় গ্লেসিয়ারের ধ্রুবক, $G = 1.74$

শিশিরাঙ্ক $= \theta$

আমরা জানি,

$$\theta_1 - \theta = G(\theta_1 - \theta_2)$$

$$\theta = \theta_1 - G(\theta_1 - \theta_2)$$

$$= 23\,°C - 1.74(23\,°C - 14.76\,°C) \quad = 8.66\,°C$$

$\therefore (9°C - 8°C)$ বা $1°C$ তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ বৃদ্ধি পাবে $(9.22 - 8.92)mmHg$ বা $0.3\ mmHg$

$\therefore 8.66°C$ তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ, $f = (8.92 + (0.3 \times 0.66))mmHg = 9.118\ mmHg$

গাণিতিক সমস্যা

আমরা জানি, আপেক্ষিক আর্দ্রতা,

$$R = \frac{f}{F} \times 100\%$$

$$= \frac{9.118\ mmHg}{20.24\ mmHg} \times 100\%$$

$$= 45\%$$

এখানে, দেখা যায় যে, কক্ষের ভিতর এসি চালু করায় আপেক্ষিক আর্দ্রতা 75% থেকে কমে 45% হয়।
উপর আলোচনা থেকে বলা যায়, এসি চালু করার পরে আপেক্ষিক আর্দ্রতা কমে যাওয়ার কারণে বিভাগীয় প্রধান স্যার আরাম বোধ করেন।

10 MINUTE SCHOOL

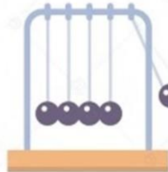


পদার্থবিজ্ঞান ১ম পত্র

সেট-১

Solve





10 MINUTE SCHOOL

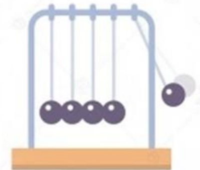


পদার্থবিজ্ঞান ১ম পত্র

সেট-২

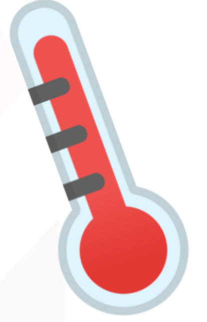
Solve





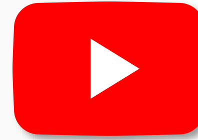


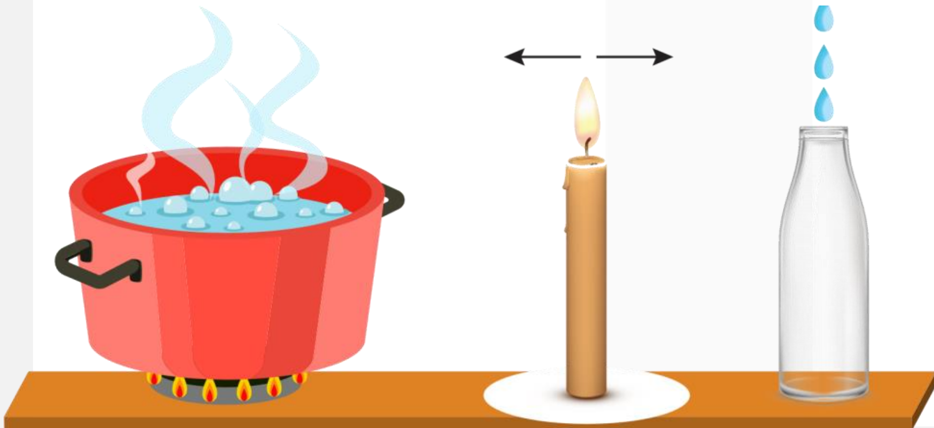


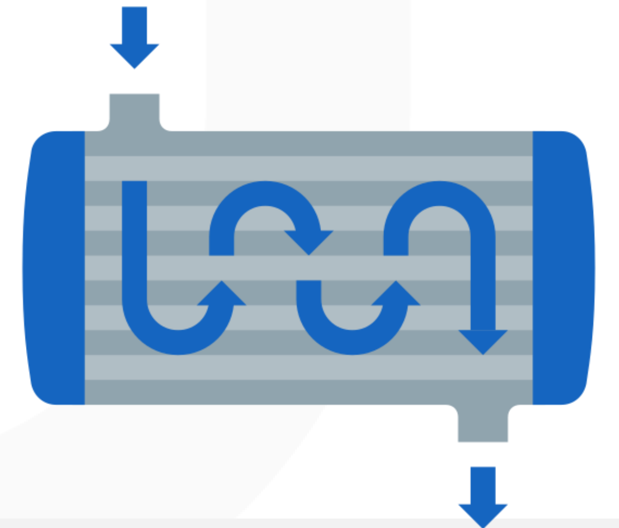


Physics 2nd Paper

এইচ এস সি ২১ শর্ট সিলেবাসের পদার্থবিজ্ঞান ২য় পত্রের ক্লাস গুলো পেতে নিচের বাটনে ক্লিক করো





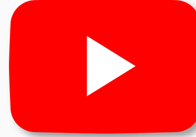


DOWNLOAD THE APP

10 MINUTE SCHOOL

সুচিপত্র

এইচ এস সি ২১ শর্ট সিলেবাসের পদার্থবিজ্ঞান ২য় পত্রের ক্লাস গুলো পেতে নিচের বাটনে ক্লিক করো



THERMODYNAMICS

Current Electricity

Physical Optics

Modern Physics

SEMI CONDUCTOR AND ELECTRONICS

Model Test And Solve Sheet



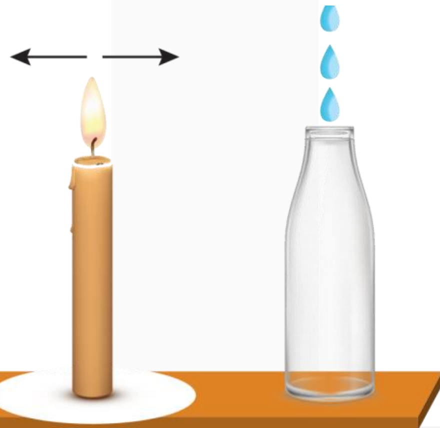


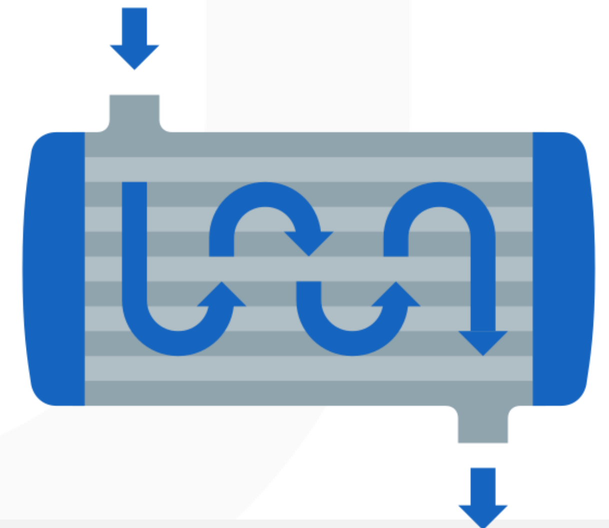


THERMODYNAMICS

Paper-02, Chapter-01







তাপ ও তাপমাত্রা (Heat and Temperature)

তাপ (Heat) :

এক গ্রাম বিশুদ্ধ পানির তাপমাত্রা এক সেলসিয়াস ডিগ্রি বৃদ্ধি করতে প্রয়োজনীয় তাপের পরিমাণকে এক ক্যালরি বলে।

✓ 4.2 জুল (SI একক) = 1 ক্যালরি

ক্যালরিক মতবাদ অনুসারে, তাপ একপ্রকার বস্তুকণা। যা অদৃশ্য এবং ওজনহীন।

Count Rumford ⟶ তাপ ⟶ শক্তি

তাপ হলো পদার্থের অণুগুলোর গতিশক্তির বহিঃপ্রকাশ। এটাই তাপের গতীয় মতবাদ।

তাপ ও তাপমাত্রা (Heat and Temperature)

তাপমাত্রা (Temperature) :

তাপমাত্রা হচ্ছে এমন একটি মৌলিক রাশি, যা দ্বারা কোনো বস্তু কতটুকু ঠান্ডা বা গরম তা জানা যায়।

তাপ ও তাপমাত্রা (Heat and Temperature)

তাপ ও তাপমাত্রার পার্থক্যসমূহ নিম্নে উল্লেখ করা হল :

তাপ	তাপমাত্রা
i. তাপ হচ্ছে এক প্রকার শক্তি যা ঠাণ্ডা বা গরমের অনুভূতি জন্মায়।	i. তাপমাত্রা হচ্ছে বস্তুর তাপীয় অবস্থা যা অন্য বস্তুর তাপীয় সংস্পর্শে আনলে তাপ গ্রহণ করবে না বর্জন করবে তা নির্ধারণ করে।
ii. তাপের প্রবাহ তাপের পরিমাণের ওপর নির্ভর করে না।	ii. তাপের প্রবাহ তাপমাত্রার ওপর নির্ভর করে।
iii. তাপ পরিমাপের একক জুল।	iii. তাপমাত্রা পরিমাপের একক কেলভিন (SI একক)।
iv. দুটি বস্তুর তাপমাত্রা এক হলেও এদের তাপের পরিমাণ ভিন্ন হতে পারে।	iv. দুটি বস্তুতে তাপের পরিমাণ এক হলেও এদের তাপমাত্রা ভিন্ন হতে পারে।

PROBLEMS

- **1 kg বিশুদ্ধ পানির তাপমাত্রা 10 °C বৃদ্ধি করতে প্রয়োজনীয় তাপ জুল ও ক্যালরি এককে প্রকাশ কর।**

Here,

$m_w = 1$ kg

1 gm বিশুদ্ধ পানি 1°C বৃদ্ধি করতে 1 cal তাপ প্রয়োজন

1000 gm বিশুদ্ধ পানি 10°C বৃদ্ধি করতে $(1 \times 1000 \times 10$ cal$)$ তাপ প্রয়োজন

$= 10000$ cal

We know,

1 cal $= 4.2$ J

10000 cal $= 4.2 \times 10000$ J $= 420000$ J

Brain Teasers

- ‘সমভরের দুটি বস্তুতে (ভিন্ন উপাদানের) তাপের পরিমাণ একই হলেও তাপমাত্রা ভিন্ন হতে পারে’- কেন?



S_1



S_2

কোনো বস্তুর তাপমাত্রা 1°C বা একক পরিমাণ পরিবর্তন করতে প্রয়োজনীয় তাপ হচ্ছে আপেক্ষিক তাপ (Specific Heat)।

বস্তুর উপাদানের উপর নির্ভরশীল

তাপমাত্রা পরিমাপের নীতি (Principle of Temperature Measurement)

তাপমাত্রার পরিমাপ (Measurement of Temperature) :

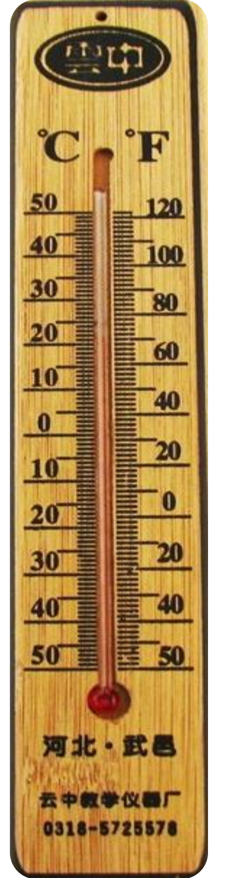
তাপমান যন্ত্র আবিষ্কারের পূর্বে স্পর্শ এবং অনুভূতির সাহায্যে মানুষ তাপমাত্রা পরিমাপ করত। কিন্তু এ পরিমাপ নির্ভুল ও সূক্ষ্ম ছিল না। এ কারণে তাপমাত্রার পরিবর্তনের ফলে যে পদার্থের বিশেষ কোনো ধর্ম নিয়মিতভাবে পরিবর্তিত হয় এবং যে ধর্মের পরিবর্তন লক্ষ করে সহজ ও সূক্ষ্মভাবে তাপমাত্রা নিরূপণ করা যায় সেই পদার্থ বস্তুর তাপমাত্রা পরিমাপে ব্যবহৃত হয়।

তাপমাত্রা পরিমাপের নীতি (Principle of Temperature Measurement)

উষ্ণতামিতি ধর্ম (Thermometric Properties) :

উষ্ণতার পরিবর্তনে পদার্থে যে বিশেষ বিশেষ ধর্ম নিয়মিতভাবে (Uniformly) পরিবর্তিত হয় এবং যে ধর্মের পরিবর্তন লক্ষ্য করে সহজ ও সূক্ষ্মভাবে উষ্ণতা নির্ণয় করা যায় তাকে উষ্ণতামিতি ধর্ম বলে।

যেমন- পারদের তরল স্তম্ভের দৈর্ঘ্য, গ্যাসের আয়তন বা চাপ, পরিবাহী বা অর্ধপরিবাহীর রোধ।



তাপমাত্রা পরিমাপের নীতি (Principle of Temperature Measurement)

উষ্ণতামিতি পদার্থ (Thermometric Substance) :

যেসব পদার্থের উষ্ণতামিতিক ধর্ম ব্যবহার করে থার্মোমিটার তৈরি করা হয় তাদেরকে উষ্ণতামিতিক পদার্থ বলে।

যেমন- কৈশিক নলে তরল (পারদ, অ্যালকোহল) স্তম্ভ, স্থির আয়তনে বা চাপে গ্যাস, পরিবাহী বা অর্ধপরিবাহী ইত্যাদি হলো উষ্ণতামিতিক পদার্থ।

বিভিন্ন পরিসরে উষ্ণতা নির্ণয়ের জন্য সুবিধা অনুযায়ী বিভিন্ন উষ্ণতামিতিক পদার্থ ব্যবহার করা হয়। সাধারণত উষ্ণতামিতিক পদার্থের বা তার ধর্মের উপর ভিত্তি করে থার্মোমিটারের নামকরণ করা হয়।

যে যন্ত্রের সাহায্যে কোনো বস্তুর তাপমাত্রা সঠিকভাবে পরিমাপ করা যায় এবং বিভিন্ন বস্তুর তাপমাত্রার পার্থক্য নির্ণয় করা যায়, তাকে থার্মোমিটার বলে।

তাপমাত্রা পরিমাপের নীতি (Principle of Temperature Measurement)

কঠিন, তরল ও বায়বীয় পদার্থের নানা প্রকার প্রাকৃতিক গুণাবলি অবলম্বন করে বিভিন্ন প্রকার থার্মোমিটার নির্মিত হয়েছে। যথা-

থার্মোমিটার	উষ্ণতামিতিক পদার্থ	উষ্ণতামিতিক ধর্ম	পরিসর
১. তরল পারদ থার্মোমিটার	কৈশিক নলে তরল স্তম্ভ যেমন- পারদ, অ্যালকোহল	তরল স্তম্ভের দৈর্ঘ্য	$-30\ °C$ থেকে $300\ °C$
২. স্থির আয়তন গ্যাস থার্মোমিটার	স্থির আয়তনে গ্যাস	গ্যাসের চাপ	$-270\ °C$ থেকে $1500\ °C$
৩. স্থির চাপ গ্যাস থার্মোমিটার	স্থির চাপে গ্যাস	গ্যাসের আয়তন	ঐ

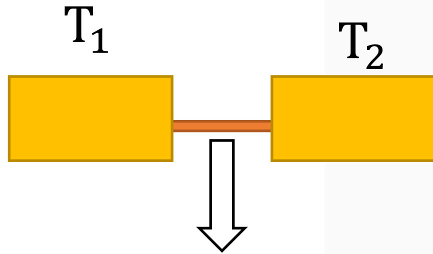
তাপমাত্রা পরিমাপের নীতি (Principle of Temperature Measurement)

থার্মোমিটার	উষ্ণতামিতিক পদার্থ	উষ্ণতামিতিক ধর্ম	পরিসর
৪. রোধ থার্মোমিটার	প্লাটিনাম রোধ তার	পরিবাহীর রোধ	– 200°C থেকে 1300°C
৫. থার্মোকাপল	দুটি ধাতব পদার্থের যুগল	তাপীয় তড়িচ্চালক শক্তি	–250°C থেকে 1500°C
৬. থার্মিস্টর	অর্ধপরিবাহক পদার্থ	অর্ধপরিবাহীর রোধ	– 50°C থেকে 300°C
৭. বিকিরণ পাইরোমিটার	কৃষ্ণকায় পাত	উত্তপ্ত বস্তুর বিকিরণ	500°C এর উর্ধ্বে

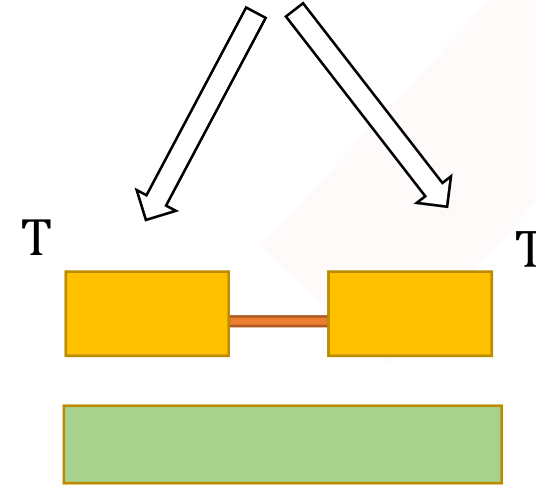
তাপীয় সমতা (Thermal Equilibrium) :

ভিন্ন তাপমাত্রার দুটি বস্তু পরস্পর তাপীয় সংস্পর্শে আসার পর যখন সম তাপমাত্রায় উপনীত হয় তখন ঐ অবস্থাকে তাপীয় সমতা বা সাম্যাবস্থা বলে।

Phase-01



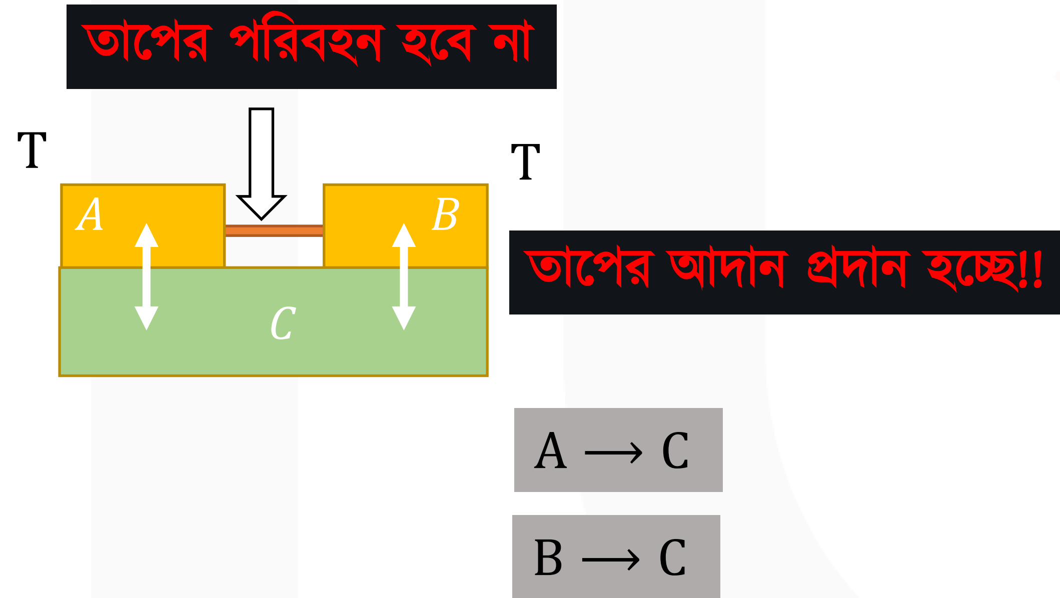
তাপ চলাচল বা আদান-প্রদান হতে পারে



তৃতীয় বস্তু (কার্যকর করতে হলে লাগবে)

তাপগতিবিদ্যার শূন্যতম সূত্র (Zeroth Law of Thermodynamics) :

দুটি বস্তু যদি তৃতীয় কোনো বস্তু (তাপমান যন্ত্র) এর সাথে পৃথকভাবে তাপীয় সাম্যে থাকে তবে প্রথমোক্ত বস্তু দুটি পরস্পরের সাথে তাপীয় সাম্যে থাকবে।

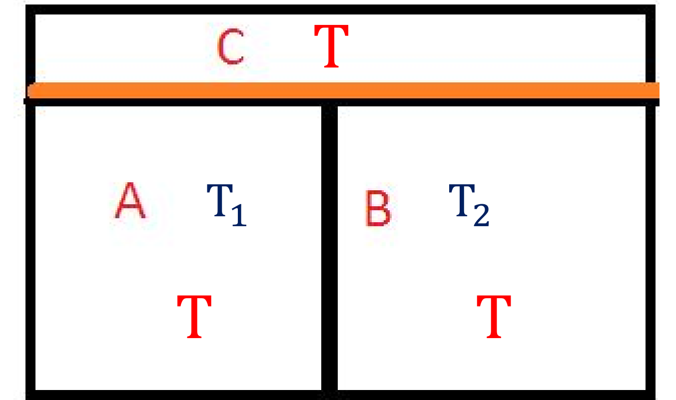




Ralph H Fowler

তাপগতিবিদ্যার শূন্যতম সূত্র (Zeroth Law of Thermodynamics) :

ব্যাখ্যা : মনে কর, A ও B ভিন্ন তাপমাত্রার দুটি বস্তু একটি কুপরিবাহী দেওয়াল দিয়ে পৃথক করা অবস্থায় তৃতীয় একটি বস্তু C এর সংস্পর্শে রাখা হলো। কিছুক্ষণ পরে দেখা যাবে A ও B উভয়ই তৃতীয় বস্তু C-এর সাথে তাপীয় সাম্যে পৌছায়। এখন কুপরিবাহী দেওয়ালটি সরিয়ে নিলেও A ও B এর তাপমাত্রার কোনো পরিবর্তন হবে না। C-এ থেকে বুঝা যায়, দেওয়াল সরিয়ে নেওয়ার আগেই A ও B তাপীয় সাম্যে পৌঁছেছে। এ উদাহরণ থেকেই উপরের সূত্রটি প্রমাণিত হয়।



তাপীয় সাম্যাবস্থা

তাপমাত্রার ধারণা (Concepts of Temperarture) :

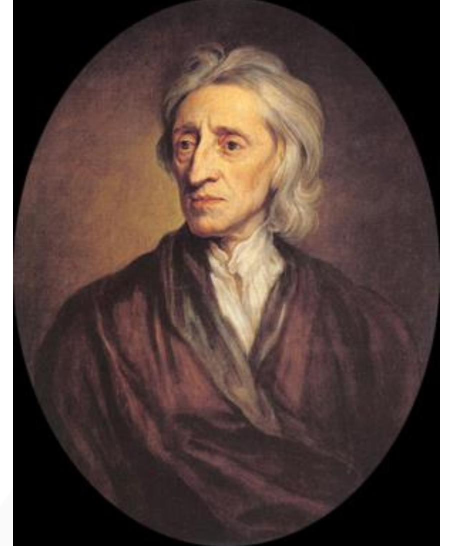
কোনো বস্তু ঠাণ্ডা না গরম তা স্পর্শ করে সরাসরি বুঝা যায় না, তবে অনুভব করা যায়। বিশেষ এক শক্তির কারণেই ঠাণ্ডা ও গরমের অনুভূতি হয়, এ বিশেষ শক্তিকে বলা হয় তাপ।

তাপমাত্রা হচ্ছে বস্তুর এমন এক তাপীয় অবস্থা যা নির্ধারণ করে বস্তুটি অন্য, বস্তুর তাপীয় সংস্পর্শে রাখলে এটি দ্বিতীয় বস্তুটিকে তাপ দেবে না দ্বিতীয় বস্তুটি হতে তাপ গ্রহণ করবে।

তাপমাত্রার ধারণা (Concepts of Temperarture) :

1690 সালে জন লক (*John Locke*) একটি সহজ পরীক্ষার সাহায্যে ব্যাখ্যা করেন যে, স্পর্শ অনুভূতির সাহায্যে তাপমাত্রা নির্ণয় করা যায় না। তাই তাপমাত্রা পরিমাপের জন্য আমাদের যন্ত্রের প্রয়োজন। তাপমাত্রা নির্ণয়ের এ যন্ত্রের নাম থার্মোমিটার।

থার্মোমিটারের সাহায্যে তাপমাত্রা পরিমাপের জন্য তাপমাত্রার স্কেল প্রয়োজন। তাপমাত্রার স্কেল নির্ধারণের জন্য থার্মোমিটারে দুটি বিশেষ বিন্দু নির্দিষ্ট করা হয়। এদেরকে স্থির বিন্দু (Fixed Point) বলা হয়।



জন লক

নিম্ন স্থির বিন্দু (Lower Fixed Point) :

যে তাপমাত্রায় বিশুদ্ধ বরফ পানির সাথে সাম্যাবস্থায় থাকতে পারে অর্থাৎ প্রমাণ চাপে যে তাপমাত্রায় বিশুদ্ধ বরফ গলতে শুরু করে তাকে নিম্ন স্থির বিন্দু বা বরফ বিন্দু (Ice Point) বা গলনাঙ্ক (MeltingPoint) বলে। এর মান $0°C$ বা $273\ K$।

উর্ধ স্থির বিন্দু (Upper Fixed Point) :

যে তাপমাত্রায় বিশুদ্ধ পানি জলীয় বাষ্পের সাথে সাম্যাবস্থায় থাকতে পারে বা প্রমাণ চাপে যে তাপমাত্রায় বিশুদ্ধ পানি জলীয় বাষ্পে পরিণত হতে শুরু করে তাকে উর্ধ স্থির বিন্দু বা স্টিম বিন্দু (Steam Point) বা স্ফুটনাঙ্ক (Boiling Point) বলে। এর মান 100°C বা 373 K।

উর্ধ্ব স্থির বিন্দু ও নিম্ন স্থির বিন্দুর মধ্যবর্তী তাপমাত্রার ব্যবধানকে মৌলিক ব্যবধান (Fundamental difference) বলে।

দুই স্থির বিন্দু ব্যবহার করে তাপমাত্রার স্কেল নির্ধারণ (Temperature Scale Based on Two Fixed Points) :

উষ্ণতামিতিক ধর্ম $\longrightarrow x$

মৌলিক ব্যবধান $\longrightarrow$ কতগুলো সমান ভাগ করবো $\longrightarrow$ প্রতিটি ভাগকে 1° ধরবো।

ধরি,

নিম্ন স্থির বিন্দু $\longrightarrow \theta_{ice} \longrightarrow x_{ice}$

উচ্চ স্থির বিন্দু $\longrightarrow \theta_{steam} \longrightarrow x_{steam}$

দুই স্থির বিন্দু ব্যবহার করে তাপমাত্রার স্কেল নির্ধারণ (Temperature Scale Based on Two Fixed Points) :

$\Delta x \longrightarrow$ উষ্ণতামিতিক ধর্মের পরিবর্তন

$\Delta x = x_{steam} - x_{ice}$ $\quad$ [$\Delta =$ শেষ $-$ আদি]

$\Delta x \propto$ মৌলিক ব্যবধান

$x_{steam} - x_{ice} \propto N$ $\quad$ (ধরি, মৌলিক ব্যবধান $= N$)

$\Rightarrow x_{steam} - x_{ice} = kN \ldots\ldots\ldots (ii)$



সমানুপাতিক ধ্রুবক

দুই স্থির বিন্দু ব্যবহার করে তাপমাত্রার স্কেল নির্ধারণ (Temperature Scale Based on Two Fixed Points) :

x (ধর্ম) $\longrightarrow$ θ (তাপমাত্রা)

$$x_\theta - x_{ice} \propto \theta$$



তাপমাত্রার পরিবর্তন

$$x_\theta - x_{ice} = k\theta \quad \ldots\ldots\ldots (i)$$

$i \div ii \Rightarrow$

$$\frac{x_\theta - x_{ice}}{x_{steam} - x_{ice}} = \frac{k\theta}{kN}$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{x_\theta - x_{ice}}{x_{steam} - x_{ice}} \times N$$

তাপমাত্রার বিভিন্ন স্কেল (Different Scale of Temperature)

সেলসিয়াস স্কেল (Celsius Scale) :

যে স্কেলে বরফ বিন্দুকে 0° এবং স্টিম বিন্দুকে 100° ধরে মৌলিক ব্যবধানকে সমান ভাগে ভাগ করা হয়, সে স্কেলকে সেলসিয়াস স্কেল বলে।

✓ 1742 সালে সুইডিস জ্যোতির্বিদ অ্যানডার্স সেলসিয়াস তাপমাত্রা পরিমাপের সেলসিয়াসের স্কেল প্রবর্তন করেন।

$$N = 100$$

$$\theta = \frac{X_\theta - X_0}{X_{100} - X_0} \times 100$$



Anders Celsius

তাপমাত্রার বিভিন্ন স্কেল (Different Scale of Temperature)

সেলসিয়াস স্কেল (Celsius Scale) :

পারদ থার্মোমিটারের ক্ষেত্রে,

$$\theta = \frac{l_\theta - l_0}{l_{100} - l_0} \times 100°C$$

Here,

l_θ = θ তাপমাত্রায় দৈর্ঘ্য

l_0 = বরফ বিন্দুতে দৈর্ঘ্য

l_{100} = বাষ্প বিন্দুতে দৈর্ঘ্য

তাপমাত্রার বিভিন্ন স্কেল (Different Scale of Temperature)

সেলসিয়াস স্কেল (Celsius Scale) :

স্থির আয়তন গ্যাস থার্মোমিটারের ক্ষেত্রে,

$$x = P,$$

$$\theta = \frac{P_\theta - P_0}{P_{100} - P_0} \times 100°C$$

Here,

P = গ্যাসের চাপ

তাপমাত্রার বিভিন্ন স্কেল
(Different Scale of Temperature)

সেলসিয়াস স্কেল (Celsius Scale) :

স্থির চাপ গ্যাস থার্মোমিটারের ক্ষেত্রে,

$$x = V,$$

$$\theta = \frac{V_\theta - V_0}{V_{100} - V_0} \times 100°C$$

Here,

$V =$ গ্যাসের আয়তন

তাপমাত্রার বিভিন্ন স্কেল (Different Scale of Temperature)

সেলসিয়াস স্কেল (Celsius Scale) :

রোধ থার্মোমিটারের ক্ষেত্রে,

$$x = R,$$

$$\theta = \frac{R_\theta - R_0}{R_{100} - R_0} \times 100°C$$

তাপমাত্রার বিভিন্ন স্কেল (Different Scale of Temperature)

সেলসিয়াস স্কেল (Celsius Scale) :

তাপ তড়িৎ থার্মোমিটারের ক্ষেত্রে,

$$x = E,$$

$$\theta = \frac{E_{\theta} - E_0}{E_{100} - E_0} \times 100°C$$

Here,

E = তড়িচ্চালক শক্তি

গাণিতিক সমস্যা

- একটি নির্দিষ্ট রোধ থার্মোমিটারের রোধ বরফ বিন্দু ও স্টিম বিন্দুতে যথাক্রমে 4.5Ω এবং 9.5Ω । কোনো তরলে স্থাপন করলে এর রোধ হয় 61Ω । তরলের তাপমাত্রা নির্ণয় কর।

$$\theta = \frac{R_\theta - R_0}{R_{100} - R_0} \times 100°C$$

$$= \frac{61 - 4.5}{9.5 - 4.5} \times 100°C$$

$$= 1130°C$$



Brain Teasers

- কোনো নির্দিষ্ট রোধ থার্মোমিটারের রোধ বরফ বিন্দু ও স্টিম বিন্দুতে যথাক্রমে 2.00Ω এবং 2.73Ω পাওয়া গেল। যে তাপমাত্রায় রোধ 4.83Ω পাওয়া যায় তার মান নির্ণয় কর।

- পানির ত্রৈধ বিন্দুতে এবং একটি তরল গ্যাসে কোনো ধ্রুব আয়তন হাইড্রোজেন থার্মোমিটারের নির্দেশিত চাপ যথাক্রমে 0.75 m এবং 0.0235 m হলে তরল গ্যাসের তাপমাত্রা কত?



তাপমাত্রার বিভিন্ন স্কেল (Different Scale of Temperature)

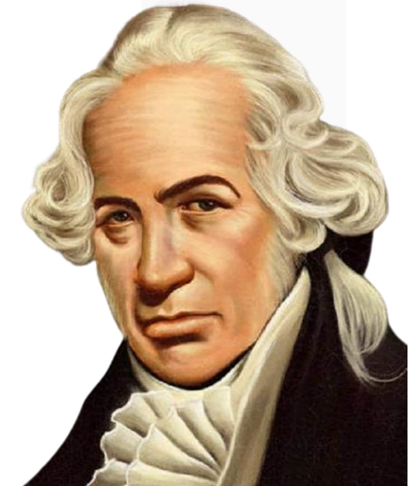
ফারেনহাইট স্কেল (Farenheit Scale) :

যে স্কেলে বরফ বিন্দুকে 32° এবং স্টিম বিন্দুকে 212° ধরে মৌলিক ব্যবধানকে সমান 180 ভাগে ভাগ করা হয়, সে স্কেলকে ফারেনহাইট স্কেল বলে।

✓ 1720 সালে জার্মান দার্শনিক ও বিজ্ঞানী ডি. জি. ফারেনহাইট তাপমাত্রা পরিমাপের ফারেনহাইট স্কেল প্রবর্তন করেন।

$$\frac{\theta - 32}{180} = \frac{x_\theta - x_{ice}}{x_{stem} - x_{ice}}$$

$$\Rightarrow \theta = \left(\frac{x_\theta - x_{ice}}{x_{stem} - x_{ice}} \times 180\right) + 32°F$$



Daniel Gabriel Fahrenheit

তাপমাত্রার বিভিন্ন স্কেল
(Different Scale of Temperature)

সেলসিয়াস ও ফারেনহাইট স্কেলের তুলনা
(Comparison of Celcius & Farenheit Scale) :

$$100°\text{C} = 180°\text{F}$$

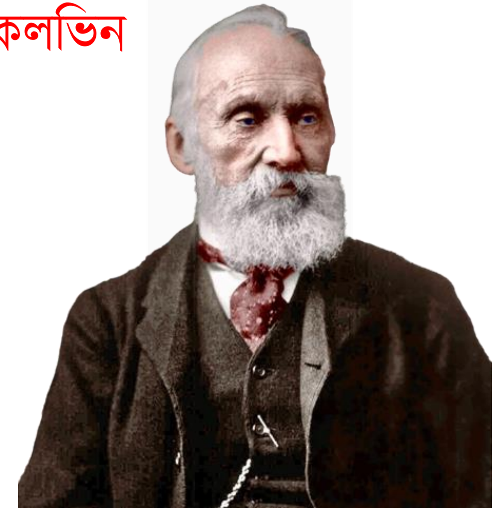
$$1°\text{C} = \frac{180}{100} = \frac{9}{5}\ °\text{F}$$

তাপমাত্রার বিভিন্ন স্কেল (Different Scale of Temperature)

কেলভিনের পরম তাপগতীয় স্কেল (Kelvin's Thermodynamic Scale) :

$-273.16\,°C$ তাপমাত্রাকে শূণ্য ধরে যে তাপমাত্রা স্কেল নির্ধারণ করা হয় তাকে কেলভিনের পরম তাপগতীয় স্কেল বলে।

- ✓ 1848 সালে লর্ড কেলভিন তাপমাত্রার একটি নতুন স্কেল প্রবর্তন করেন, যা পরম স্কেল বা কেলভিন স্কেল নামে পরিচিত।



William Thompson, 1st Baron Kelvin
(Lord Kelvin)

তাপমাত্রার বিভিন্ন স্কেল (Different Scale of Temperature)

ত্রৈধ বিন্দু (Triple Point):

একটি নির্দিষ্ট চাপে যে তাপমাত্রায় কোনো পদার্থ কঠিন, তরল ও বায়বীয় রূপে সাম্যাবস্থায় থাকে তাকে ঐ পদার্থের ত্রৈধবিন্দু বলে।

পানির ত্রৈধ বিন্দু (Triple Point of Water):

4.58 mm পারদ চাপে যে তাপমাত্রায় বিশুদ্ধ বরফ, পানি ও জলীয়বাষ্প একটি তাপীয় সাম্যাবস্থায় থাকে তাকে পানির ত্রৈধবিন্দু বলে।

পানির ত্রৈধবিন্দুর তাপমাত্রা 273.16 K।

তাপমাত্রার বিভিন্ন স্কেল (Different Scale of Temperature)

একটি স্থির বিন্দু ব্যবহার করে তাপমাত্রার স্কেল নির্ধারণ (Temperature Scale Based on One Fixed Point) :

উষ্ণতামিতিক ধর্ম (x)   তাপমাত্রা (T)

$$x \propto T$$

ধরি, তাপমাত্রা (T_1, T_2) এবং উষ্ণতামিতিক ধর্ম (x_1, x_2)

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

Here,

$$T_1 = T; \quad x_1 = x$$

$$T_2 = T_{tr}; \quad x_2 = x_{tr}$$

$$\therefore \frac{x}{x_{tr}} = \frac{T}{T_{tr}} \quad \Rightarrow T = \frac{x}{x_{tr}} \times T_{tr}$$

তাপমাত্রার বিভিন্ন স্কেল (Different Scale of Temperature)

বিভিন্ন থার্মোমিটারের ক্ষেত্রে সমীকরণ হতে সম্পর্কটিকে নিম্নোক্তভাবে সূচিত করা হয়-

১. পারদ থার্মোমিটার : $T = \frac{l}{l_{tr}} \times 273.16K$

২. স্থির আয়তন গ্যাস থার্মোমিটার : $T = \frac{P}{P_{tr}} \times 273.16K$

৩. স্থির চাপ গ্যাস থার্মোমিটার :

৪. রোধ থার্মোমিটার :

৫. তাপযুগল থার্মোমিটার : $T = \frac{E}{E_{tr}} \times 273.16K$

গাণিতিক সমস্যা

- একটি স্থির আয়তন গ্যাস থার্মোমিটারে পানির ত্রৈধ বিন্দুর চাপ $20\ \text{Nm}^{-2}$ এবং শুষ্ক বরফে $14.3\ \text{Nm}^{-2}$ চাপ প্রদর্শন করে। শুষ্ক বরফের তাপমাত্রা কত?

$$T = \frac{P}{P_{tr}} \times 273.16\text{K}$$

$$= \frac{14.3}{20} \times 273.16\text{K}$$

$$= 195.31\ \text{K}$$



Brain Teasers

- একটি নির্দিষ্ট রোধ থার্মোমিটারের রোধ পানির ত্রৈধ বিন্দুতে 32.316 Ω এবং কোনো তরলের স্ফুটনাঙ্কে 27.316 Ω হলে তরলের স্ফুটনাঙ্ক নির্ণয় কর।

$$T = \frac{R}{R_{tr}} \times 273.16K$$

$$= \frac{27.316}{32.316} \times 273.16K$$

$$= 230.896\ K$$

তাপমাত্রার বিভিন্ন স্কেল (Different Scale of Temperature)

তাপমাত্রার আন্তর্জাতিক স্কেল (International Scale of Temperature) :

পানির ত্রৈধ বিন্দুর তাপমাত্রাকে 273.16 K এবং ঐ তাপমাত্রার $\frac{1}{273.16}$ কে এক কেলভিন ধরে এবং আরও কতকগুলো সহজলব্ধ স্থিরবিন্দু নির্ধারণ করে আন্তর্জাতিক ওজন ও পরিমাপ সংস্থা তাপমাত্রা পরিমাপের যে ব্যবহারিক স্কেল অনুমোদন করেছেন তাকে তাপমাত্রার আন্তর্জাতিক স্কেল বলে। ১৯২৭ সালে এই স্কেলটি অনুমোদিত হয়।

তাপমাত্রার বিভিন্ন স্কেলের সম্পর্ক (Relation between the Different Scales of Temperature)

স্কেলের নাম	সংকেত	নিম্ন স্থিরাংক	উর্ধ্ব স্থিরাংক	মৌলিক ব্যবধান
সেলসিয়াস	C	0°	100°	100
ফারেনহাইট	F	32°	212°	180
কেলভিন	K	273.16 K	373.16 K	100

$$\frac{\text{তাপমাত্রা } (\theta) - \text{নিম্ন স্থির বিন্দু } (\theta_0)}{\text{উচ্চ স্থির বিন্দু } (\theta') - \text{নিম্ন স্থির বিন্দু } (\theta_0)} \propto \text{স্কেল}$$

তাপমাত্রার বিভিন্ন স্কেলের সম্পর্ক (Relation between the Different Scales of Temperature)

$$\frac{\theta - \theta_0}{\theta' - \theta_0} = \frac{C - 0}{100 - 0} = \frac{F - 32}{212 - 32} = \frac{k - 273.16}{373.16 - 273.16}$$

$$\Rightarrow \frac{C}{100} = \frac{F - 32}{180} = \frac{k - 273.16}{100}$$

$$\Rightarrow \frac{C}{5} = \frac{F - 32}{9} = \frac{k - 273.16}{5}$$

গাণিতিক সমস্যা

- কোন তাপমাত্রায় ফারেনহাইট ও সেন্টিগ্রেড স্কেল একই পাঠ দিবে ?

$$\frac{\theta}{5} = \frac{\theta - 32}{9}$$

$$\Rightarrow 9\theta = 5\theta - 160$$

$$\Rightarrow 4\theta = -160$$

$$\Rightarrow \theta = -40$$

গাণিতিক সমস্যা

- কোন তাপমাত্রা সেলসিয়াস ও ফারেনহাইট স্কেলে পড়লে 20° পার্থক্য হয় ?

ধরি,

$$C = \theta$$

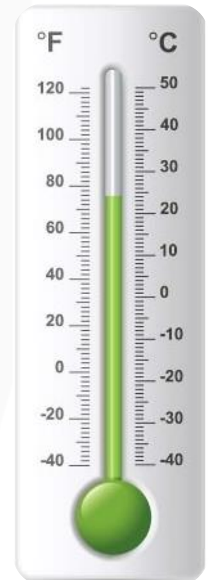
$$F = \theta \pm 20$$

We know,

$$\frac{C}{5} = \frac{F - 32}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{\theta}{5} = \frac{(\theta \pm 20) - 32}{9}$$

$$\Rightarrow 9\theta = 5\theta \pm 100 - 160$$



Solution

$(+) \Longrightarrow$

$$9\theta = 5\theta + 100 - 160$$

$$\Longrightarrow \theta = -15$$

$\therefore C = -15°\text{C}; F = 5°\text{F}$

$(-) \Longrightarrow$

$$9\theta = 5\theta - 100 - 160$$

$$\Longrightarrow \theta = -65$$

$\therefore C = -65°\text{C}; F = -85°\text{F}$

গাণিতিক সমস্যা

- একটি ত্রুটিপূর্ণ থার্মোমিটার প্রমাণ চাপে গলিত বরফে $2^{\circ}C$ এবং শুষ্ক বাষ্পে $98^{\circ}C$ পাঠ দেয়। থার্মোমিটারটি $30^{\circ}C$ পাঠ দিলে প্রকৃত তাপমাত্রা কত?

$$\frac{\theta - \theta_0}{\theta' - \theta_0} = \frac{C - 0}{100 - 0}$$

$$\Rightarrow C = 29.17^{\circ}C$$

Here,

$$\theta = 30^{\circ}C$$

$$\theta_0 = 2^{\circ}C$$

$$\theta' = 98^{\circ}C$$

Brain Teasers

- ফারেনহাইট স্কেলে তাপমাত্রার পরিবর্তন 36°F হলে সেলসিয়াস স্কেলে এ পরিবর্তন কত হবে?
- পানির তাপমাত্রা 50°C থেকে 10°C-এ নামানো হলে ফারেনহাইট স্কেলে কত পরিবর্তন হবে?
- 9 সেকেন্ডে পানির তাপমাত্রা 40°C হতে বৃদ্ধি পেয়ে 75°C হলে ফারেনহাইট স্কেলে এ তাপমাত্রা বৃদ্ধির হার বের কর।
- কোন তাপমাত্রায় ফারেনহাইট ও কেলভিন স্কেলে একই পাঠ পাওয়া যায়?
- ফারেনহাইট স্কেলের কোন তাপমাত্রা সেন্টিগ্রেড স্কেলের তাপমাত্রার 5 গুণ।
- কোন তাপমাত্রা সেন্টিগ্রেড ও ফারেনহাইট স্কেলে পড়লে 40° পার্থক্য হয়?
- একটি ত্রুটিপূর্ণ থার্মোমিটারের বরফ বিন্দু 5°C এবং স্টিম বিন্দু 115°C । কোন বস্তুর প্রকৃত তাপমাত্রা 40°C, ত্রুটিপূর্ণ থার্মোমিটারটি বস্তুর তাপমাত্রা কত নির্দেশ করবে ?
- প্রকৃত তাপমাত্রা যখন 0°C তখন একটি ত্রুটিপূর্ণ থার্মোমিটারে 4.5°C এবং যখন প্রকৃত তাপমাত্রা 100°C তখন ঐ থার্মোমিটারে পাঠ দেখা যায় 104.8°C। যখন ঐ থার্মোমিটারে পাঠ 34°C, তখন প্রকৃত পাঠ কত?

গাণিতিক সমস্যা

- একটি প্লাটিনাম রোধ থার্মোমিটার $0°C$ তাপমাত্রায় 2.57 ও'ম এবং $100°C$ তাপমাত্রায় 353 ও'ম পাঠ দেয়। $333°C$ তাপমাত্রায় যন্ত্রটি কত পাঠ দিবে ?

$$\theta = \frac{R - R_0}{R_{100} - R_0} \times 100$$

$$\Rightarrow 333 = \frac{R - 2.57}{353 - 2.57} \times 100$$

$$\Rightarrow R = 1169.5$$

গাণিতিক সমস্যা

- 0°C ও 100°C তাপমাত্রায় একটি রোধ থার্মোমিটারের রোধ যথাক্রমে 9 Ω ও 22 Ω । থার্মোমিটারটি একটি চুলায় তরলের স্ফুটনাকে রাখলে রোধ পাওয়া যায় 36 Ω । তরলের স্ফুটনাঙ্ক নির্ণয় কর।
- একটি রোধ থার্মোমিটারের রোধ 0°C তাপমাত্রায় 8 Ω এবং 100°C তাপমাত্রায় 20 Ω । থার্মোমিটারটিকে একটি চুল্লিতে স্থাপন করলে রোধ 32 Ω হয়। চুল্লির তাপমাত্রা নির্ণয় কর।
- একটি কক্ষের তাপমাত্রা 30°C; ফারেনহাইট ও কেলভিন স্কেলে ঐ কক্ষের তাপমাত্রা নির্ণয় কর।

তাপীয় সিস্টেম (Thermal System)

তাপগতীয় সিস্টেম বা ব্যবস্থা (Thermodynamic System):

তাপগতীয় সিস্টেম বলতে তল বা বেষ্টনী দ্বারা সীমাবদ্ধ কোন নির্দিষ্ট পরিমাণ বস্তুকে বোঝায়।

যেমন- একটি পিস্টন যুক্ত সিলিন্ডারে আবদ্ধ গ্যাস বেলুনে আবদ্ধ গ্যাস হচ্ছে একটি সিস্টেম ।

তাপীয় সিস্টেম (Thermal System)

পরিপার্শ্ব :

একটি সিস্টেমের বহির্ভূত আশেপাশের সব কিছুকেই বলা হয় পরিপার্শ্ব। যেমন পিস্টন এবং সিলিন্ডারের আশপাশের বায়ু হলো এর পরিবেশ। অর্থাৎ কোন নির্দিষ্ট সিস্টেমের সাথে শক্তি বিনিময় সক্ষম যেকোনো সিস্টেমকে ওই সিস্টেমের পরিপার্শ্ব বলে। কোন সিস্টেম যান্ত্রিক কাজ সম্পাদন বা তাপ প্রবাহের মাধ্যমে তার পরিপার্শ্বের সাথে শক্তি বিনিময় করে ।

তাপীয় সিস্টেম (Thermal System)

সিস্টেমের অবস্থা :

যেসব ভৌত রাশির মান কোন সিস্টেম এর অবস্থান নির্ধারণ করে সে গুলোকে সিস্টেমের তাপগতীয় স্থানাঙ্ক বা অবস্থা পরিবর্তী বলে। যেমন সিলিন্ডারে আবদ্ধ গ্যাস হল সিস্টেম এবং গ্যাসের অবস্থার বৈশিষ্ট্য নির্দেশ করে এর চাপ আয়তন ও পরম তাপমাত্রা। তাই চাপ আয়তন এবং পরম তাপমাত্রা কে তাপগতীয় স্থানাঙ্ক বলে ।

তাপীয় সিস্টেম (Thermal System)

তাপগতীয় প্রক্রিয়া :

কোন সিস্টেমে যে পরিবর্তনের কারণে তার তাপগতীয় স্থানাঙ্কের মানের পরিবর্তন হয় সেই পরিবর্তনকে তাপগতীয় প্রক্রিয়া বলে ।

তাপীয় সিস্টেম (Thermal System)

তাপীয় সাম্যবস্থা :

কোন বিচ্ছিন্ন সিস্টেমের চুড়ান্ত অবিচল অবস্থাকে তাপগতীয় সাম্যবস্থা বলে। এক্ষেত্রে সিস্টেমের সকল বিন্দুতে চাপ (P), আয়তন (V) এবং তাপমাত্রার (T) মান অপরিবর্তিত থাকে।

কোন সিস্টেমের বিভিন্ন অংশ যদি পরিবেশের সাথে একই তাপমাত্রা থাকে এবং এদের মধ্যে কোন তাপ বিনিময় না ঘটে তাহলে সিস্টেমটি পরিবেশের সবচেয়ে তাপীয় সাম্য অবস্থায় আছে বলা যায়। প্রত্যেক সিস্টেমের একটি নির্দিষ্ট আয়তন ভর এবং অন্তঃস্থ শক্তি থাকবে ।

তাপীয় সিস্টেম (Thermal System)

উন্মুক্ত (Open) সিস্টেম :

যে সিস্টেম পরিবেশের সাথে ভর ও শক্তি উভয়ই বিনিময় করতে পারে তাকে উন্মুক্ত সিস্টেম বলে।

যেমন : বৃক্ষ, মানুষ, জীবজন্তু প্রভৃতির যেকোনোটি উন্মুক্ত সিস্টেম।

তাপীয় সিস্টেম (Thermal System)

বদ্ধ (Closed) সিস্টেম :

যে সিস্টেম পরিবেশের সাথে শুধু শক্তি বিনিময় করতে পারে কিন্তু ভর বিনিময় করতে পারে না তাকে বদ্ধ সিস্টেম বলে।

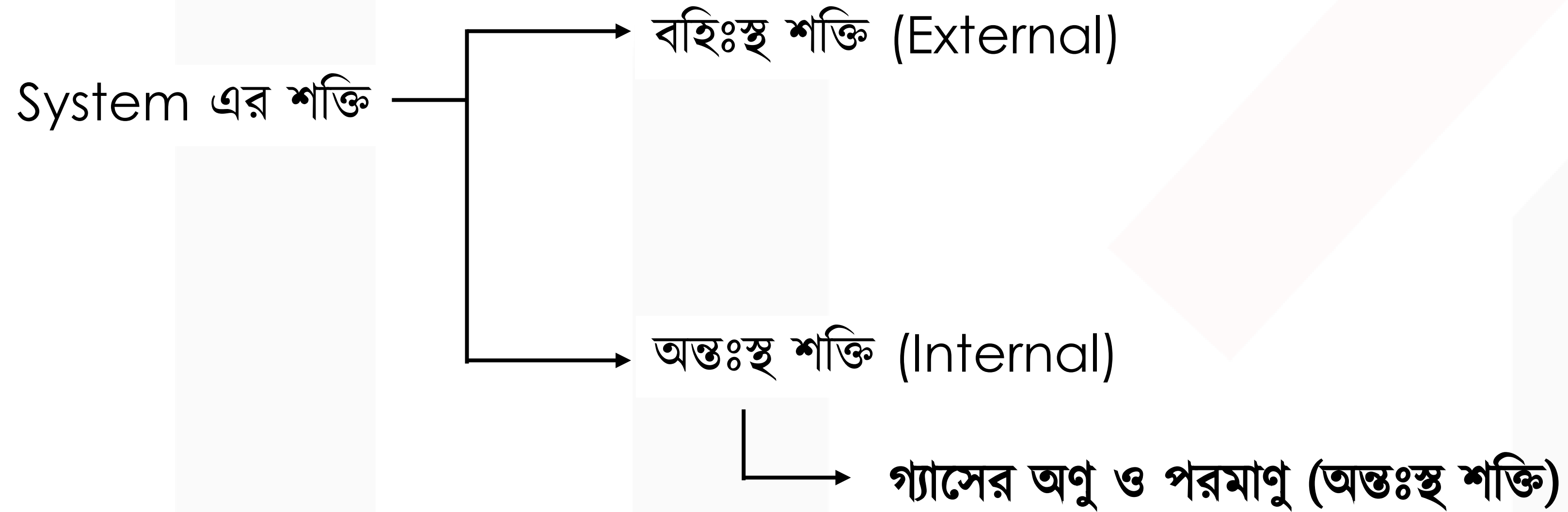
যেমন : মসৃণ ও ঘর্ষণহীন পিস্টনযুক্ত সিলিন্ডারে কোন গ্যাস আবদ্ধ রাখলে সিলিন্ডারসহ পাত্রটি একটি বদ্ধ সিস্টেম উৎপন্ন করে।

তাপীয় সিস্টেম (Thermal System)

বিচ্ছিন্ন (Isolated) সিস্টেম :

যে সিস্টেম পরিবেশ দ্বারা মোটেই প্রভাবিত হয় না অর্থাৎ পরিবেশের সাথে ভর বা শক্তি কোনোকিছুই বিনিময় করে না তাকে বিচ্ছিন্ন সিস্টেম বলে।

অভ্যন্তরীণ শক্তি বা অন্তঃস্থ শক্তি (Internal Energy)



অভ্যন্তরীণ শক্তি বা অন্তঃস্থ শক্তি (Internal Energy)

অন্তঃস্থ শক্তির জন্য কাজ হচ্ছে

আর্দশ গ্যাস

↓

অন্তঃস্থ শক্তির জন্য কাজ হচ্ছে

↓

নিজস্ব আন্তঃআণবিক আর্কষণ বল নেই

↓

বিভব শক্তি শূণ্য

↓

গ্যাস কণাগুলোর গতিশক্তি অবশ্যই আছে

অভ্যন্তরীণ শক্তি বা অন্তঃস্থ শক্তি (Internal Energy)

অভ্যন্তরীণ শক্তি, U = কণাগুলোর গতিশক্তি

Atomic Kinetic Theory

আণবিক গতিতত্ত্ব, $PV = \frac{2}{3}E$ → অণুগুলোর মোট গতিশক্তি

$$E = \frac{3}{2}PV = U$$

$$U = \frac{3}{2}PV \quad ; \quad PV = \frac{3}{2}nRT$$

$$U = \frac{3}{2}nRT$$

T → পরম তাপমাত্রা

n → মোল

R → আর্দশ গ্যাস

অভ্যন্তরীণ শক্তি বা অন্তঃস্থ শক্তি (Internal Energy)

অভ্যন্তরীণ শক্তি বা অন্তঃস্থ শক্তি :

প্রত্যেক বস্তুর মধ্যে একটা সহজাত শক্তি নিহিত থাকে, যা কাজ সম্পাদন করতে পারে, যা অন্য শক্তিতে রূপান্তরিত হতে পারে। বস্তুর অভ্যন্তরস্থ অণু, পরমানু ও মৌলিক কণাসমূহের রৈখিক গতি, স্পন্দন গতি ও আবর্তন গতি এবং তাদের মধ্যকার পারস্পরিক বলের কারণে উদ্ভূত শক্তিকেই অভ্যন্তরীণ বা অন্তস্থ শক্তি বলে।

অভ্যন্তরীণ শক্তি বা অন্তঃস্থ শক্তি (Internal Energy)

$$U = \frac{3}{2} n R T$$

অভ্যন্তরীণ শক্তির নির্ভরশীলতা :

১। আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে অনুগুলোর তাপীয় গতিশক্তির মানই অভ্যন্তরীণ শক্তি। এ মান গ্যাসের তাপমাত্রা এবং অনু সংখ্যার উপর নির্ভর করে; এর চাপ বা আয়তনের উপর নির্ভর করে না । একে মেয়ারের প্রকল্প (Mayer's Hypothesis) বলা হয় । যেমন এটি গ্যাস ভর্তি সিলিন্ডার কে যানবাহনে করে কোন স্থানে নেওয়ার সময় এর গতিশক্তি স্থির অবস্থান থেকে বেশি হবে। অথচ সিলিন্ডার এর সাপেক্ষে অনুর গতি এবং তাপমাত্রা অপরিবর্তিত থাকবে ।

২। তরল পদার্থের ক্ষেত্রে অনুর গতিশক্তি অভ্যন্তরীণ শক্তি ।

৩। কঠিন পদার্থের ক্ষেত্রে অণুগুলোর স্থির অবস্থানের কম্পনের গতিশক্তি অভ্যন্তরীণ শক্তি ।

৪। কোন গ্যাসের অভ্যন্তরীণ শক্তির পরিবর্তন শুধুমাত্র এর তাপমাত্রা এর উপর নির্ভর করবে এর আয়তন বা চাপের উপর নির্ভর করবে না ।

অভ্যন্তরীণ শক্তি বা অন্তঃস্থ শক্তি (Internal Energy)

$$U = \frac{3}{2} n R T$$

অভ্যন্তরীণ শক্তির নির্ভরশীলতা :

কাজের দ্বারা কোন বস্তুর অভ্যন্তরীণ শক্তি বৃদ্ধি করা যায়। যেমন, একটি সাইকেলের পাম্পার কে চাপ প্রয়োগ করলে এর ভেতরের তাপমাত্রা বেড়ে যায়। এখানে সংকোচন বলের দ্বারা সম্পন্ন কাজের অভ্যন্তরীণ শক্তি তে পরিণত হয় এবং তাপমাত্রা বৃদ্ধি করে। সুতরাং তাপ সঞ্চালন ছাড়াও অভ্যন্তরীণ শক্তি বৃদ্ধির ফলে একটি বস্তু উত্তপ্ত হতে পারে। অনেক সময় বলা হয়, এক কাপ ফুটন্ত পানি একটি উত্তপ্ত ধাতুর স্ফুলিঙ্গের চেয়েও বেশি তাপ ধারণ করে। প্রকৃতপক্ষে ফুটন্ত পানি অভ্যন্তরীণ শক্তি বেশি এবং স্ফুলিঙ্গের অপেক্ষা বেশি তাপ এর থেকে গ্রহণ করা যাবে।অভ্যন্তরীণ শক্তির পরিবর্তন কোন ব্যবস্থার প্রাথমিক ও চূড়ান্ত অবস্থার উপর নির্ভর করে; কোন পথে চূড়ান্ত অবস্থায় পৌঁছালো তার উপর নির্ভর করে না।

DOWNLOAD THE APP

10 MINUTE SCHOOL

অভ্যন্তরীণ শক্তি বা অন্তঃস্থ শক্তি (Internal Energy)

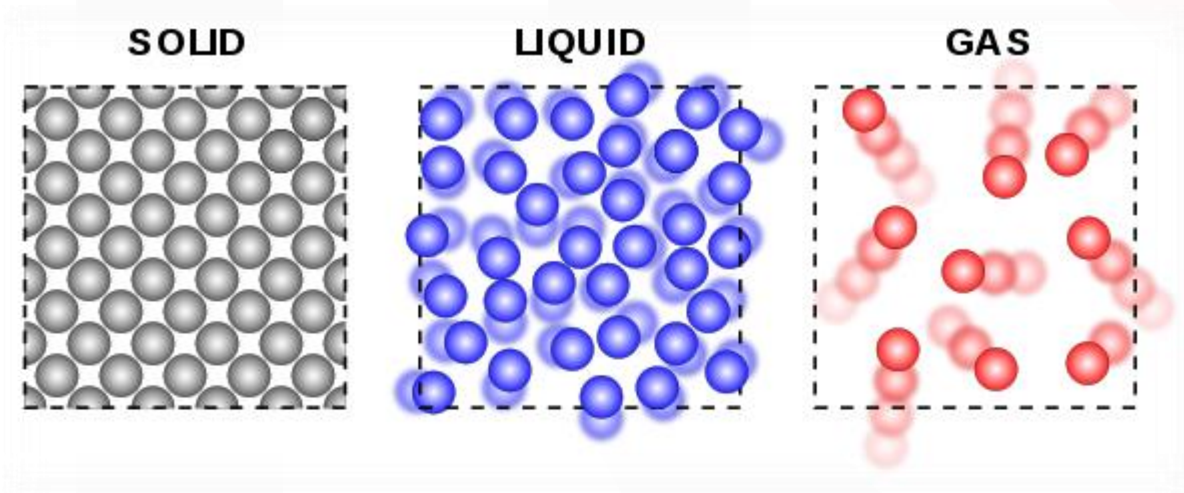
$$U = n\,R\,T \times \frac{3}{2}$$

অভ্যন্তরীণ শক্তির বৈশিষ্ট্য:

1. অভ্যন্তরীণ শক্তি যেকোন সিস্টেমের একটি সহজাত ধর্ম যা পরিবর্তনীয় রাশিগুলোর দ্বারা প্রকাশ করা হয় ।

2. কোন সিস্টেম একটি তাপগতীয় অবস্থায় থাকলে তার অভ্যন্তরীণ শক্তি একই থাকে।

P, V, T → তাপগতীয় স্থানাংক T.C



Brain Teasers

❑ দুটি ভিন্ন পাত্রে রাখা 0°C তাপমাত্রার 4gm অক্সিজেন ও 4gm নাইট্রোজেন উভয়ের তাপমাত্রা 1K বৃদ্ধি করলে মোট গতিশক্তি বৃদ্ধি কোনটির বেশি হবে?

$$\Delta E = \frac{3}{2} nR\Delta T$$

$n_{N_2} \rightarrow 28\ gm$ ⟶ $1\ mol$

$1\ gm \rightarrow \frac{1}{28}$

$4\ gm \rightarrow \frac{4}{28}$

$n'_{N_2} \rightarrow \frac{4}{28}$

$n_{O_2} \rightarrow 32\ gm$ ⟶ $\frac{4}{32} mol$

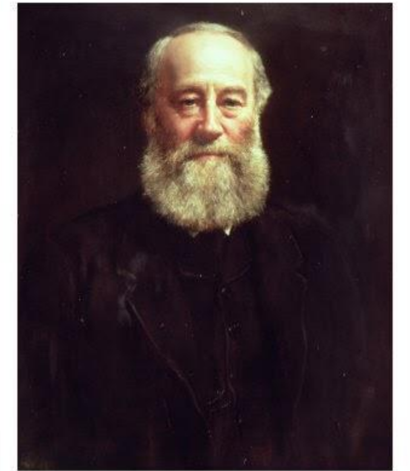
$n'_{O_2} \rightarrow \frac{4}{32}$

$$n'_{N_2} > n'_{O_2}$$

তাপ গতিবিদ্যার প্রথম সূত্র (First Law Of Thermodynamics)

ধারণা:

বিজ্ঞানী জেমস প্রেসকট জুল (24 Dec 1818 - 11 Oct 1889), 1849 সালে সর্বপ্রথম তাপ ও যান্ত্রিক শক্তির মধ্যকার সম্পর্ক সম্বলিত বহু পরীক্ষা-নিরীক্ষা করেন এবং প্রাপ্ত ফলাফল কয়েকটি সূত্রের আকারে প্রকাশ করেন। এটি তাপ গতিবিদ্যার প্রথম সূত্র নামে পরিচিত।



জেমস প্রেসকট জুল

তাপ গতিবিদ্যার প্রথম সূত্র
(First Law Of Thermodynamics)

সূত্রের বিবৃতি:

যখন যান্ত্রিক শক্তিকে সম্পূর্ণরূপে তাপে এবং তাপ শক্তিকে সম্পূর্ণরূপে কাজে রূপান্তরিত করা হয় তখন যান্ত্রিক শক্তি ও তাপ পরস্পর সমানুপাতিক হয়।

$$W \propto Q$$

W → যান্ত্রিক শক্তি

Q → তাপশক্তি

$$\Rightarrow W = JQ$$

J → সমানুপাতিক ধ্রুবক

$$\Rightarrow J = \frac{W}{Q}$$

J → তাপের যান্ত্রিক তুল্যাঙ্ক (M.E.H)

তাপ গতিবিদ্যার প্রথম সূত্র
(First Law Of Thermodynamics)

যান্ত্রিক তুল্যাঙ্ক: (Mechanical Equivalent of Heat)

একক তাপ উৎপন্ন করতে যে পরিমাণ কাজ করতে হয় বা একক তাপ দ্বারা যে পরিমাণ কাজ করা যায় তাকে তাপের যান্ত্রিক তুল্যাঙ্ক (সমতা) বলে।

$$J = \frac{W}{Q}$$

$$\boldsymbol{J = W}$$

একক:

$$Jcal^{-1}$$

$$J = 4.2Jcal^{-1}$$

$S.I \Rightarrow$

$J = \frac{W}{Q} = \frac{J}{J} =$ একক নেই

তাপ গতিবিদ্যার প্রথম সূত্র (First Law Of Thermodynamics)

J- এর একক:

J=w/q সমীকরণ হতে, W এর একক joule(J) এবং তাপের একক calorie (cal) হলে J এর একক $J\ cal^{-1}$

J এর মান= 4.2 $J\ cal^{-1}$

তবে এস. আই. পদ্ধতিতে তাপের একক জুল (joule)। সেক্ষেত্রে J এর একক=joule/joule=1 অর্থাৎ এককবিহীন।সর্বোপরি বলা যেতে পারে, এস.আাই. পদ্ধতিতে W=Q, তাই তাপের যান্ত্রিক সমতা J রাশিটির এক্ষেত্রে প্রয়োজন নেই।

তাপ গতিবিদ্যার প্রথম সূত্র (First Law Of Thermodynamics)

তাপ গতিবিদ্যার প্রথম সূত্র এর সাধারণ রূপ:

জার্মান পদার্থবিজ্ঞানী রুডলফ ক্লসিয়াস তাপ গতিবিদ্যার প্রথম সূত্র কে আরো ব্যাপকভাবে প্রকাশ করেছেন।

তাপ গতিবিদ্যার প্রথম সূত্র (First Law Of Thermodynamics)

সূত্রের বিবৃতি:

যখনই কোন সিস্টেমে তাপ প্রয়োগ করা হয়, তখন তার কিছু অংশ বস্তুর অভ্যন্তরীণ শক্তি বৃদ্ধি করে এবং বাকি অংশ পরিবেশের উপর কাজ সম্পাদন করে।

$$dQ = dU + dW$$

$$\Longrightarrow 100 = 20 + 80$$

$dQ \longrightarrow$ তাপশক্তির পরিবর্তন

$dU \longrightarrow$ অন্তঃস্থ শক্তির পরিবর্তন

$dW \longrightarrow$ বাহ্যিক কাজ

তাপ গতিবিদ্যার প্রথম সূত্র (First Law Of Thermodynamics)

সিস্টেম তাপ শোষণ করছে

$dQ \uparrow +ve$

তাপ বর্জন করছে

$dQ \downarrow -ve$

তাপ গতিবিদ্যার প্রথম সূত্র (First Law Of Thermodynamics)

$dU \longrightarrow$ অন্তঃস্থ শক্তির পরিবর্তন

$$U = \frac{3}{2} nRT$$

$$\boxed{U = T}$$

$T \uparrow dU \uparrow +ve$

$T \downarrow dU \downarrow -ve$

বদ্ধ সিস্টেম



শক্তির আদান প্রদান হবে

m constant

তাপ গতিবিদ্যার প্রথম সূত্র (First Law Of Thermodynamics)

$$dW = pdV$$

সিস্টেম নিজে কাজ করল / পরিবেশের উপর কাজ করা

$Q \uparrow \rightarrow T \uparrow \rightarrow P \uparrow$

$$dV + ve \rightarrow dW + ve$$

তাপ গতিবিদ্যার প্রথম সূত্র (First Law Of Thermodynamics)

$$dW = pdV$$

$$P = \frac{F}{A}$$

$$\Rightarrow F = P.A$$

সিস্টেম দ্বারা কাজ /
পরিবেশের উপরে কাজ

তাপ গতিবিদ্যার প্রথম সূত্র (First Law Of Thermodynamics)

$$dW = pdV$$

$$dW \quad -ve$$

পরিবেশের কাজ /
সিস্টমের ওপরে কাজ

$$dQ = dU + dW$$

তাপ গতিবিদ্যার প্রথম সূত্র (First Law Of Thermodynamics)

তাপ গতিবিদ্যার প্রথম সূত্র এর তাৎপর্য:

1. এর প্রধান তাৎপর্য হচ্ছে এটি তাপ ও কাজের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করে।
2. কোন কিছু ব্যয় না করে কাজ বা শক্তি পাওয়া অসম্ভব।
3. এ সূত্র অনুযায়ী নির্দিষ্ট পরিমান কাজ পেতে হলে নির্দিষ্ট পরিমাণ তাপের প্রয়োজন অথবা নির্দিষ্ট পরিমান তাপ পেতে হলে নির্দিষ্ট পরিমান কাজ সম্পাদন করা প্রয়োজন।
4. কাজ ও তাপপরস্পরের সমতুল্য এবং কাজ ও তাপের রূপান্তর এ শক্তির নিত্যতা অক্ষুন্ন থাকে।
5. কোন ব্যবস্থায় প্রযুক্ত তাপ সম্পাদিত কাজ ও অভ্যন্তরীণ শক্তির পরিবর্তন এর সমষ্টির সমান।
6. জ্বালানি বা শক্তি সরবরাহ ব্যতিরেকে কাজ করতে সক্ষম এমন কোন যন্ত্রের উদ্ভব হয়নি অর্থাৎ অনন্ত গতিযুক্ত যন্ত্র তৈরি সম্ভব নয় বা শক্তি ব্যয় না করে অবিরাম কাজ পাওয়া সম্ভব নয়।

মোলার আপেক্ষিক তাপ বা মোলার তাপ ধারণ ক্ষমতা

Molar Specific Heat/ Molar Heat Capacity

S, L, G

কোন পদার্থের একক ভরের (1kg) তাপমাত্রা এক একক (1K) বৃদ্ধি করতে প্রয়োজনীয় তাপ কে ওই পদার্থের আপেক্ষিক তাপ বলে।

Specifice Heat

Solid → বরফ
Liquid → পানি

ice

$m\ kg \rightarrow \Delta T\ K \uparrow \rightarrow \Delta Q\ J$

$$S_{ice} = \frac{\Delta Q}{m\Delta T} = \frac{J}{kg\ K} = Jkg^{-1}K^{-1}$$

বাষ্পের

মোলার

S.H

আপেক্ষিক তাপ

$ice = 2100Jkg^{-1}K^{-1}$

পানির$= 4200Jkg^{-1}K^{-1}$

মোলার আপেক্ষিক তাপ বা মোলার তাপ ধারণ ক্ষমতা

22.4 Litre

সংজ্ঞা:

কোন এক মোল গ্যাসের তাপমাত্রা এক কেলভিন (1K) বৃদ্ধি করতে প্রয়োজনীয় তাপ কে ওই গ্যাসের মোলার আপেক্ষিক তাপ বলে।

গ্যাসের ভর → 1kg

$O_2 = 1mole = 32gm$

মোলার আপেক্ষিক তাপ

$$C = \frac{\Delta Q}{m\Delta T}$$

পদার্থের পরিমাণ → mole

$\Delta Q =$ তাপ

$m =$ মোল সংখ্যা

$\Delta T =$ তাপমাত্রার পরিবর্তন

মোলার আপেক্ষিক তাপ বা মোলার তাপ ধারণ ক্ষমতা

দুই রকম :

(1) স্থির চাপে গ্যাসের মোলার আপেক্ষিক তাপ, C_p:

(2) স্থির আয়তনে গ্যাসের মোলার আপেক্ষিক তাপ, C_v:

$P.V,T$

$PV = nRT$

স্থির চাপে গ্যাসের মোলার আপেক্ষিক তাপ, C_p:

চাপ স্থির রেখে এক মোল গ্যাসের তাপমাত্রা এক কেলভিন বৃদ্ধি করতে প্রয়োজনীয় তাপশক্তিকে স্থির চাপে গ্যাসের মোলার আপেক্ষিক তাপ, C_p বলে।

$$C_p = \frac{\Delta Q}{m\Delta T}$$

$m \rightarrow n$

বয়েলের সূত্র :

চার্লসের সূত্র :

$v \propto T$

$dP = 0$

$dW = pdV$

$=$

কৃতকাজ শূণ্য নয়

আয়তন পরিবর্তনের মাধ্যমে চাপ স্থির রাখছি

স্থির আয়তনে গ্যাসের মোলার আপেক্ষিক তাপ, C_v:

$$V_r = \sqrt{3RT}$$

আয়তন স্থির রেখে এক মোল গ্যাসের তাপমাত্রা এক কেলভিন বৃদ্ধি করতে প্রয়োজনীয় তাপশক্তিকে স্থির আয়তনে গ্যাসের মোলার আপেক্ষিক তাপ, C_v বলে।

$V_r \longrightarrow$ বর্গমূল গড় বর্গবেগ

$$dV = 0$$

$$C_v = \frac{\Delta Q}{m \Delta T}$$

$$dW = pdV$$

$$dW = 0$$

আয়তন স্থির থাকবে

চাপের পরিবর্তন হবে

$$C_p > C_v$$

এক পারমাণবিক গ্যাসের জন্য C_p ও C_v এর হিসাব:

তাপগতিবিদ্যার ১ম সূত্র

$1\ mole$

$$C_v = \frac{dQ}{dT}$$

$$dV = 0$$

$$dW = 0$$

$$dQ = dU + dW$$

$$dQ = dU \ldots (4)$$

অন্তঃস্থ শক্তি → $dU = dE \ldots (1)$

dE → গতিশক্তির পরিবর্তন

$$\boldsymbol{E = \frac{3}{2}RT}$$

$$\frac{dE}{dT} = \frac{3}{2}R\frac{d}{dT}(T)$$

$$\Rightarrow \frac{dE}{dT} = \frac{3}{2}R \ldots (2)$$

এক পারমাণবিক গ্যাসের জন্য C_p ও C_v এর হিসাব:

1, 4, 3

$$\frac{dE}{dT} = C_v$$

$$C_v = \frac{3}{2}R$$



স্থির আয়তনে আপেক্ষিক তাপ

$$C_v = \frac{3}{2}R$$

$$C_p =$$

γ এর সংজ্ঞা :

স্থির চাপে গ্যাসের মোলার আপেক্ষিক তাপ C_p স্থির আয়তনে গ্যাসের মোলার আপেক্ষিক তাপ C_v এর অনুপাত কে γ দ্বারা সূচিত করা হয়। অর্থাৎ, $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v}$$

γ এর গুরুত্ব :

1. গ্যাসে শব্দের বেগ নির্ণয়ের সূত্র তে এ অনুপাত ব্যবহৃত হয়। বায়ুতে শব্দের বেগ, $v = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}$,[এখানে, P=বায়ুর চাপ এবং ρ=বায়ুর ঘনত্ব]

2. রুদ্ধতাপীয় পরিবর্তনের সময় PV^{γ}=ধ্রুবক, সূত্রে এ অনুপাত প্রয়োজন হয়।

$1\ molecular \rightarrow \gamma = 1.67$

$2\ molecular \rightarrow \gamma = 1.41$

$3\ molecular \rightarrow \gamma = 1.33$

γ এর গুরুত্ব :

3. গ্যাসের যোজ্যতা সম্পর্কিত তথ্য এই অনুপাত থেকে পাওয়া যায়।

এক পারমাণবিক (Ar, He, Ne) গ্যাসের জন্য, $\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{\frac{5R}{2}}{\frac{3R}{2}} = \frac{5}{3} = 1.67$

দ্বি পারমাণবিক (H_2, O_2, N_2) গ্যাসের জন্য, $\gamma = \frac{C_P}{C_V} = 1.41$

ত্রি পারমাণবিক বা বহু পারমানবিক (CO_2, O_3) গ্যাসের জন্য, $\gamma = \frac{C_P}{C_V} = 1.33$

একটি আদর্শ গ্যাসের জন্য Cp এবং Cv এর মধ্যে সম্পর্কঃ Cp – Cv = R :

(1) MCQ
(2) জ্ঞান ও অনুধাবক
(3) উচ্চতর দক্ষতা

তাপগতীয় স্থানাংক

$dQ(+ve)$

তাপশক্তির পরিবর্তন

চাপ স্থির রেখে

শেষ > আদি

চাপ, P
আয়তন, V
তাপমাত্রা, T

একটি আদর্শ গ্যাসের জন্য Cp এবং Cv এর মধ্যে সম্পর্কঃ Cp – Cv = R :

তাপগতিবিদ্যার ১ম সূত্র :

$$dQ = dU + dW$$

$$dW = pdV$$

চাপ স্থির রেখে,

$$dQ = dU + pdV$$

স্থির আয়তনে মোলার আপেক্ষিক তাপ,

$$C_v = \frac{dQ}{dT}$$

একটি আদর্শ গ্যাসের জন্য Cp এবং Cv এর মধ্যে সম্পর্কঃ Cp – Cv = R :

স্থির আয়তনে,

$$C_v = \frac{dQ}{dT} \Rightarrow C_v = \frac{dU}{dT}$$

$$\Rightarrow dU = C_v dT \ldots (1)$$

1 mole আর্দশ গ্যাসের জন্য

$$dV = 0$$

$$dQ = dU + dW$$

$$\therefore dW = 0$$

$$\therefore dQ = dU$$

$$dW = pdV$$

একটি আদর্শ গ্যাসের জন্য Cp এবং Cv এর মধ্যে সম্পর্কঃ Cp – Cv = R :

$C_p \rightarrow$ স্থির চাপে মোলার আপেক্ষিক তাপ

$1mole$

$\rightarrow dT \rightarrow dQ$

$$C_p = \frac{dQ}{dT}$$

$$\Rightarrow dQ = C_p dT \ldots (2)$$

একটি আদর্শ গ্যাসের জন্য Cp এবং Cv এর মধ্যে সম্পর্কঃ Cp – Cv = R :

1 mole আর্দশ গ্যাসের জন্য ⇒

$$PV = RT$$

তাপমাত্রার সবশেষে ব্যবকলন,

$$\frac{d}{dT}(PV) = \frac{d}{dT}(RT)$$

$$dP = 0$$

$$\Rightarrow P\frac{dV}{dT} = R\frac{d}{dT}T$$

$$\Rightarrow P\frac{dV}{dT} = R$$

$$\Rightarrow PdV = RdT \ldots (3)$$

একটি আদর্শ গ্যাসের জন্য Cp এবং Cv এর মধ্যে সম্পর্কঃ Cp – Cv = R :

$dU = C_v dT$

$dQ = C_p dT$

$dW = pdV = RdT$

$\Longrightarrow dQ = dU + dW$

$\Longrightarrow C_p dT = C_v dT + RdT$ → $\int dT$

$\Longrightarrow C_p = C_v + R$

$\Longrightarrow C_p - C_v = R$

$x + y + z = 9$

তাপগতিবিদ্যার প্রথম সূত্রের ব্যবহারঃ প্রসারণশীল গ্যাস দ্বারা কৃতকাজ :

$$F.dx$$

$$dW = F.dx \Rightarrow dW = P.\boxed{A.dx}$$

$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow \boxed{P.A = F}$$

$$\boxed{dW = pdV}$$

সমচাপ প্রক্রিয়া (Isobaric Process) :

যে তাপগতীয় প্রক্রিয়ায় সিস্টেমের চাপের কোনো পরিবর্তন হয় না তাকে সমচাপ প্রক্রিয়া বলে।

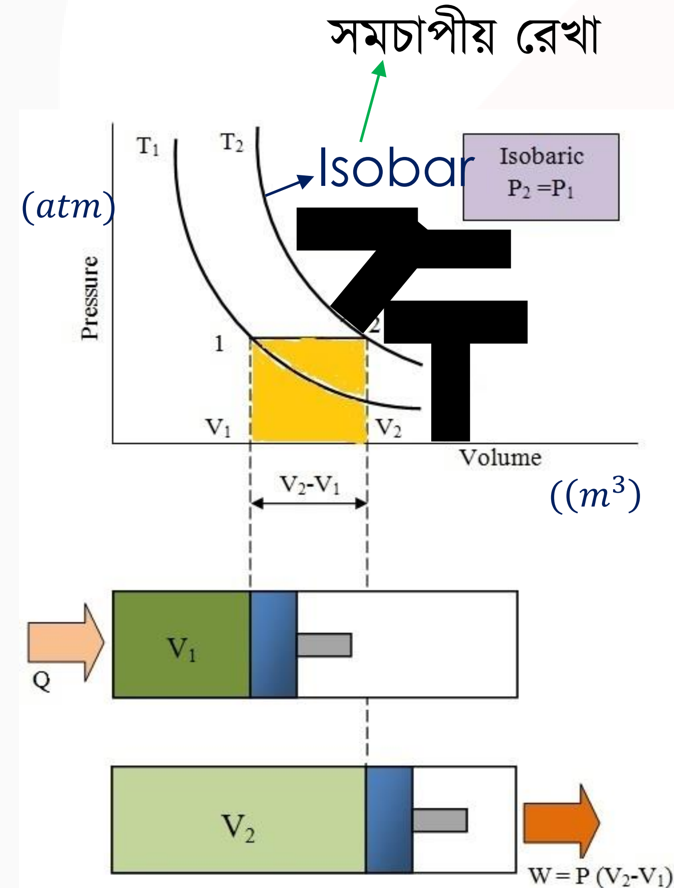
$$y = f(x)$$
$$\Rightarrow P = f(v)$$

$$dP = 0$$

→ চাপের পরিবর্তন শূণ্য

V, T, Q → পরিবর্তনশীল

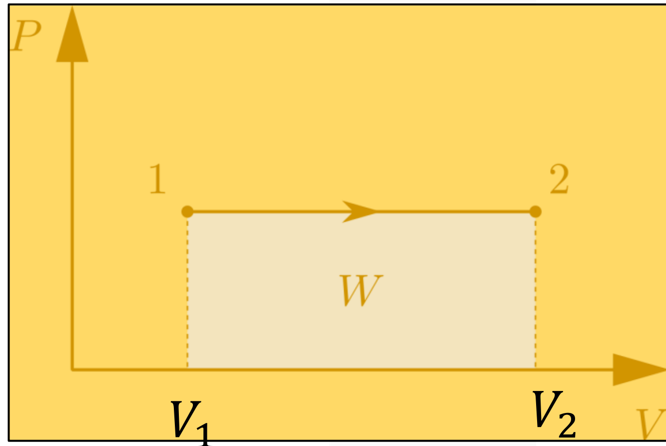
সমচাপীয় রেখা



X-axis এর সমান্তরাল

P-V গ্রাফ

সমচাপ প্রক্রিয়া (Isobaric Process) :



V_1 V_2

$$dW = pdV$$

$$\Rightarrow \int_0^W dW = p\int_{V_1}^{V_2} dV$$

$$\Rightarrow W = p(V_2 - V_1)$$

সমচাপীয় প্রক্রিয়ায় গ্যাসের কৃতকাজ

সমআয়তন প্রক্রিয়া (Isochoric Process) :

P, V, Q → পরিবর্তনশীল

যে তাপগতীয় প্রক্রিয়ায় সিস্টেমের আয়তনের কোনো পরিবর্তন হয় না তাকে সমআয়তন প্রক্রিয়া বলে।

$$\Rightarrow dV = 0$$

$$dW = pdV$$

$$dW = 0$$

$$dQ = dU + dW$$

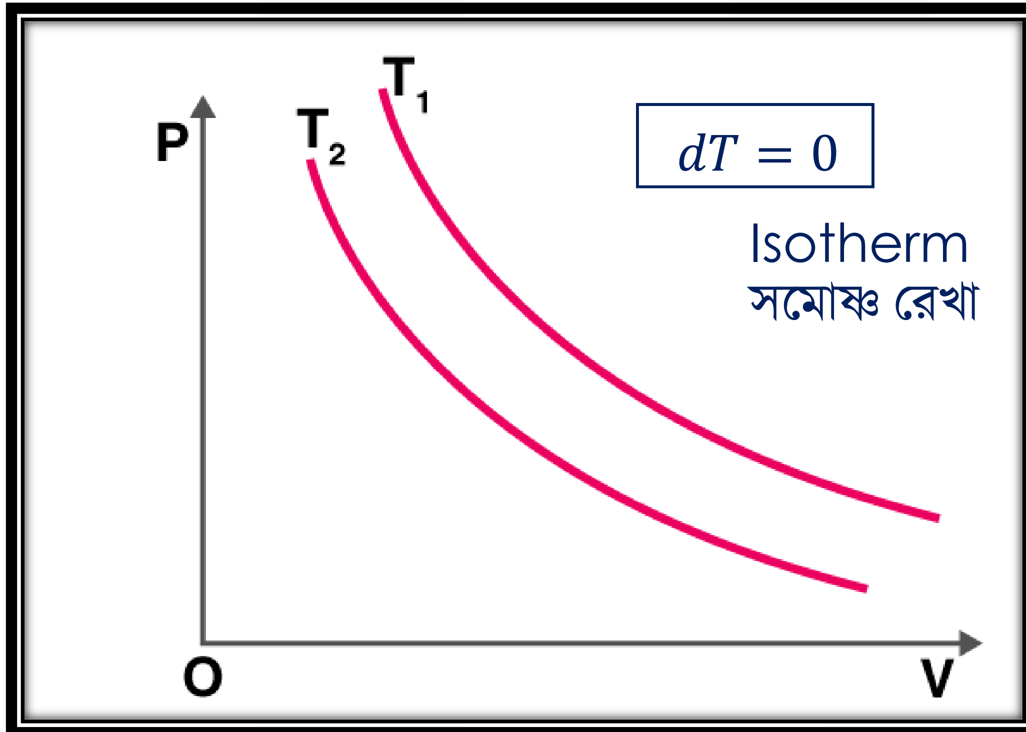
$$dQ = dU$$

→ সমস্ত সরবরাহকৃত তাপ গ্যাসের অন্তঃস্থ শক্তির বৃদ্ধি করেছে

Isochor → y-axis এর সমান্তরাল

সমোষ্ণ প্রক্রিয়া (Isothermal Process) :

যে তাপগতীয় প্রক্রিয়ায় সিস্টেমের তাপমাত্রা স্থির থাকে তাকে সমোষ্ণ প্রক্রিয়া বলে।



P, V, Q → পরিবর্তনশীল

সমোষ্ণ পরিবর্তনের শর্তসমূহ :

1. গ্যাসকে একটি তাপ সুপরিবাহী পাত্রে রাখতে হবে।
2. সিস্টেমের বা পাত্রের চারিপাশের মাধ্যমের তাপগ্রাহিতা বা তাপ ধারণ ক্ষমতা উচ্চ হবে।
3. চাপের পরিবর্তন ধীরে ধীরে সংঘটিত করতে হবে।
4. প্রয়োজনীয় তাপ গ্রহণ বা বর্জনের উপযোগী ব্যবস্থা রাখতে হবে যাতে করে তাপমাত্রা স্থির থাকে।

সমোষ্ণ পরিবর্তনের বৈশিষ্ট্য সমূহ

1. এ প্রক্রিয়ায় অন্তঃস্থ শক্তির পরিবর্তন হয় না অর্থাৎ $dU = 0, dT = 0$
2. এটি একটি ধীর প্রক্রিয়া। অর্থাৎ এটি প্রত্যাগামী প্রক্রিয়া। Reversible
3. এ পরিবর্তনে গ্যাস প্রয়োজনমতো তাপ গ্রহণ বা বর্জন করে তাপমাত্রা স্থির রাখে। অর্থাৎ,

   $T =$ধ্রুবক, তাই $\Delta T = 0$
4. সমোষ্ণ পরিবর্তন বয়েলের সূত্র মেনে চলে অর্থাৎ $PV =$ ধ্রুবক।
5. সমোষ্ণ রেখা অপেক্ষাকৃত কম খাড়া।

$$dU = C_v dT$$
$$\Rightarrow dU = 0$$

$$dQ = dU + dW$$
$$\Rightarrow \boxed{dQ = dW}$$

→ সমস্ত তাপশক্তি বাহ্যিক কাজ করবে

রুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়া (Adiabatic Process) :

রুদ্ধতাপ কথাটির ইংরেজি adiabetic । a অর্থ না, dia অর্থ সর্বত্র এবং bates অর্থ তাপ। সুতরাং adiabetic বা রুদ্ধতাপ অর্থ heat not passing through তাপ সিস্টেমে প্রবেশ করে না বা সিস্টেম হতে বাহিরে আসেনা।

যে প্রক্রিয়ায় সিস্টেম থেকে তাপ বাইরে যায় না বা বাইরে থেকে কোনো তাপ সিস্টেমে আসে না তাকে রুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়া বলে।

রুদ্ধতাপীয় পরিবর্তনের শর্তসমূহ :

1. গ্যাস কে অবশ্যই কুপরিবাহী পাত্রের রাখতে হবে যাতে করে কোনো তাপের আদান-প্রদান না ঘটে।
2. সিস্টেম বা পাত্রের চারিপাশের মাধ্যমে তাপগ্রাহিতা বা তাপ ধারণ ক্ষমতা কম হতে হবে।
3. চাপ পরিবর্তন খুব দ্রুত করতে হবে যাতে বাইরের সাথে তাপ আদান-প্রদানের সুযোগ না থাকে।

রুদ্ধতাপীয় পরিবর্তন এর বৈশিষ্ট্যসমূহ :

1. এটি একটি বিচ্ছিন্ন সিস্টেম, এ প্রক্রিয়ায় তাপের আদান-প্রদান হয় না অর্থাৎ $dQ = 0$
2. এই পরিবর্তনে তাপমাত্রার পরিবর্তন ঘটে।
3. এটি একটি দ্রুত প্রক্রিয়া।
4. আদর্শ গ্যাসের রুদ্ধতাপীয় পরিবর্তনের সমীকরণ হল, $PV^{\gamma} =$ ধ্রুবক।
5. রুদ্ধতাপীয় লেখ সমোষ্ণ লেখ অপেক্ষা অধিক খাড়া এবং তা γ গুন
6. এই প্রক্রিয়ায়, Q=ধ্রুবক $\therefore \Delta Q = 0$

আপেক্ষিক তাপ, C=$\frac{\Delta Q}{m\Delta T}$ $\therefore C = 0$

অর্থাৎ রুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়ায় গ্যাসের আপেক্ষিক তাপ শূন্য।

রুদ্ধতাপীয় পরিবর্তনে চাপ ও আয়তনের মধ্যে সম্পর্ক:

$$dQ = 0$$

$$dQ = dU + dW$$

$$\Rightarrow 0 = dU + dW \ldots (1)$$

$$\Rightarrow 0 = C_v dT + dW \ldots (2)$$

আর্দশ গ্যাস

$$PV = nRT$$

$$\Longrightarrow PV = RT$$

$$\Longrightarrow PdV + VdP = RdT$$

$$\Longrightarrow dT = \frac{PdV + VdP}{R} \ldots (3)$$

C_v =স্থির আয়তনে

$$dV = 0$$

$$dQ = dU$$

$$C_v = \frac{dU}{dT}$$

$$\Longrightarrow dU = C_v dT$$

$$dQ = 0$$

$P, V, T \rightarrow$ পরিবর্তনশীল

$$\frac{d}{dx}(uv) = u\frac{d}{dx}v + v\frac{d}{dx}u$$

রুদ্ধতাপীয় পরিবর্তনে চাপ ও আয়তনের মধ্যে সম্পর্ক:

$(2) \Rightarrow$

$$C_v dT + dW = 0$$

$$\Rightarrow C_v dT + PdV = 0$$

$$\Rightarrow C_v \left(\frac{PdV + VdP}{R}\right) + PdV = 0 \times R$$

$$\Rightarrow C_v PdV + C_v VdP + RPdV = 0$$

$$C_v PdV + C_v VdP + (C_p - C_v) RPdV = 0$$

$$\Rightarrow C_v VdP + C_p PdV = 0 \times \frac{1}{C_v}$$

$$\Rightarrow VdP + \frac{C_p}{C_v} PdV = 0$$

$$\Rightarrow VdP + \gamma PdV = 0$$

রুদ্ধতাপীয় পরিবর্তনে চাপ ও আয়তনের মধ্যে সম্পর্ক:

$$dQ = dU + dW$$

$$\Rightarrow VdP + \gamma PdV = 0 \times \frac{1}{PV}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{PV} \times VdP + \gamma \times \frac{1}{PV} \times PdV = 0$$

$$\Rightarrow \frac{dP}{P} + \gamma \frac{dV}{V} = 0$$

নিজ নিজ চল রাশির সমাকলন,

$$\Rightarrow \int \frac{dP}{P} + \gamma \int \frac{dV}{V} = \text{ধ্রুবক}$$

রুদ্ধতাপীয় পরিবর্তনে চাপ ও আয়তনের মধ্যে সম্পর্ক:

$\Longrightarrow \log_e P + \gamma \log_e V =$ধ্রুবক

$\Longrightarrow \ln P + \ln V^{\gamma} =$ধ্রুবক

$\Longrightarrow \ln(PV^{\gamma}) =$ধ্রুবক

$\Longrightarrow PV^{\gamma} =$ধ্রুবক

$\Longrightarrow P_1 {V_1}^{\gamma} = P_2 {V_2}^{\gamma} = \cdots =$ধ্রুবক

রুদ্ধতাপীয় পরিবর্তনে আয়তন ও তাপমাত্রার মধ্যে সম্পর্ক :

$1 mole$

$PV = RT \Rightarrow P = \frac{RT}{V}$

$dQ = 0$

$PV^{\gamma} = constant$

$\frac{RT}{V} V^{\gamma} = constant$

$T.V^{\gamma-1} = constant$

$T_1.V_1^{\gamma-1} = T_2.V_2^{\gamma-1}$

রুদ্ধতাপীয় পরিবর্তনে আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে চাপ ও তাপমাত্রার মধ্যে সম্পর্ক:

$$1 mole$$
$$dQ = 0$$
$$PV^{\gamma} = k$$

$$\Rightarrow P\left(\frac{RT}{P}\right)^{\gamma} = k$$

$$PV = RT$$
$$\Rightarrow V = \frac{RT}{P}$$

$$\Rightarrow T^{\gamma}.P^{1-\gamma} = k$$

$$\Rightarrow {T_1}^{\gamma}.{P_1}^{1-\gamma} = {T_2}^{\gamma}.{P_2}^{1-\gamma}$$

Brain Teasers

❑ রুদ্ধতাপ প্রক্রিয়ার (γ=1.4) দ্বিপরমাণুক গ্যাসের চাপ 0.5% বৃদ্ধি করা হলে গ্যাসের আয়তন কত কমবে?

$$P_1V_1^{\gamma} = P_2V_2^{\gamma}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{V_1}{V}\right)^{\gamma} = \left(\frac{P}{P_1}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{V_1}{V} = \left(\frac{P}{P_1}\right)^{\frac{1}{\gamma}}$$

$$\Rightarrow V_1 = V \times \left(\frac{P}{P_1}\right)^{\frac{1}{\gamma}}$$

$$\Rightarrow V_1 = V \times \left(\frac{P}{P + 0.5\%}\right)^{\frac{1}{\gamma}}$$

$$\Rightarrow V_1 = V \times \left(\frac{P}{P+0.005}\right)^{\frac{1}{\gamma}}$$

$$\Rightarrow V_1 = V \times \left(\frac{1}{1.005}\right)^{\frac{1}{1.4}} = 0.9964$$

$$\Delta V = \frac{V_1 - V}{V}$$

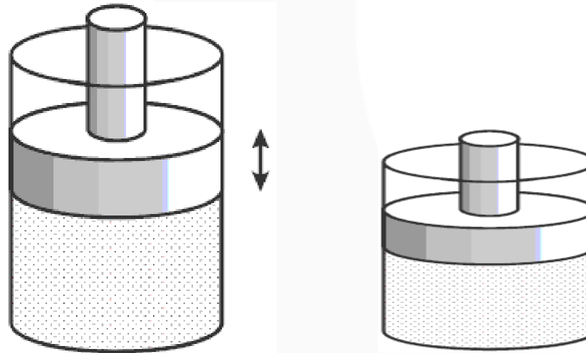
$$= (0.9964 - 1) \times 100\%$$

$$= -0.36\%$$

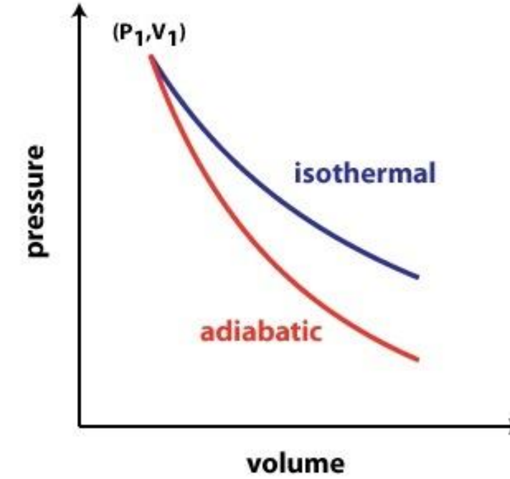
SPECIAL TONIC

- **রুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়ায় গ্যাসকে সংনমিত করলে তাপমাত্রা বৃদ্ধি পায়- এর কারণ কি?**

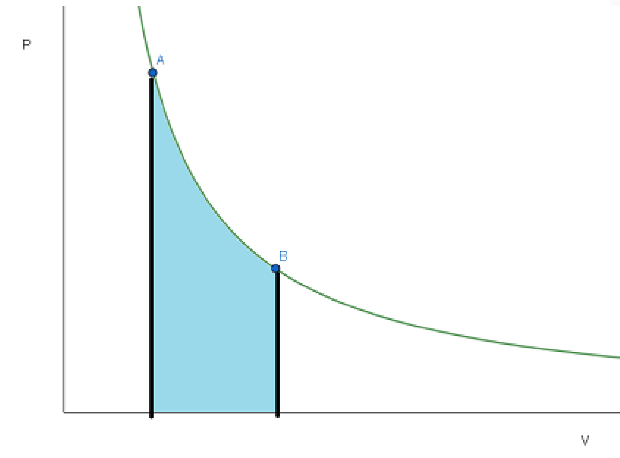
রুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়ায় গ্যাস কে সংনমিত করলে তাপমাত্রা বেড়ে যায় এবং প্রসারিত করলে তাপমাত্রা কমে যায়।অর্থাৎ রুদ্ধতাপীয় গ্যাস কোন তাপ গ্রহণ বা বর্জন না করলেও গ্যাসের অন্তঃস্থ শক্তি স্থির থাকে না। যখন গ্যাসকে সংনমিত করা হয় তখন গ্যাসের উপর কাজ সম্পাদিত হয়। এতে গ্যাসের শক্তি বৃদ্ধি পায়। অর্থাৎ গ্যাসের অন্তঃস্থ শক্তি বৃদ্ধি পায়। কারণ এক্ষেত্রে গ্যাস তাপ বর্জন করতে পারে না। তাই এই রুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়া গ্যাসকে সংনমিত করলে এর তাপমাত্রা বৃদ্ধি পায়।



রুদ্ধতাপীয় রেখা সমোষ্ণ রেখা অপেক্ষা অধিক খাড়া:



সমোষ্ণ ও রুদ্ধতাপীয় প্রসারণ এ কৃতকাজের রাশিমালা:



একটি আদর্শ গ্যাসের সমোষ্ণ প্রসারণে কাজের পরিমাপ:

$$dW = pdV$$

$$\Rightarrow \int dW = \int pdv$$

PV =ধ্রুবক$= k$

$$\therefore P = \frac{k}{v}$$

$$\Rightarrow \int dW = \int \frac{k}{V} dV$$

$$\Rightarrow W = k \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V}$$

$$\Rightarrow W = nRT[lnV]_{V_1}^{V_2}$$

$$\Rightarrow W = nRT[lnV_2 - lnV_1]$$

$$\Rightarrow W = nRTln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

$$dT = 0$$

$P, V, Q \rightarrow$ পরিবর্তনশীল

একটি আদর্শ গ্যাসের রুদ্ধতাপ প্রসারণে কাজের পরিমাপ:

$$P_1V_1{}^{\gamma} = k = P_2V_2{}^{\gamma}$$

$$\Rightarrow PV^{\gamma} = k$$

$$\Rightarrow P = \frac{k}{V^{\gamma}}$$

$$dW = pdV$$

$$\Rightarrow \int dW = k \int_{V_1}^{V_2} V^{-\gamma}$$

$$\Rightarrow W = k \left[\frac{V^{-\gamma+1}}{-\gamma+1}\right]_{V_1}^{V_2}$$

$$\Rightarrow W = \frac{k}{1-\gamma}\left[V_2{}^{1-\gamma} - V_1{}^{1-\gamma}\right]$$

$$\Rightarrow W = \frac{1}{1-\gamma}\left[k.V_2.V_2{}^{-\gamma} - k.V_1.V_1{}^{-\gamma}\right]$$

$$\Rightarrow W = \frac{1}{1-\gamma}\left[P_2.V_2{}^{\gamma}.V_2.\frac{1}{V_2{}^{\gamma}} - P_1.V_1{}^{\gamma}.V_1.\frac{1}{V_1{}^{\gamma}}\right]$$

$$\Rightarrow W = \frac{1}{1-\gamma}\left[P_2V_2 - P_1V_1\right]$$

একটি আদর্শ গ্যাসের রুদ্ধতাপ প্রসারণে কাজের পরিমাপ:

$dQ = 0$

$$W = \frac{1}{1-\gamma}(P_2V_2 - P_1V_1)$$

$$W = \frac{1}{1-\gamma}[nRT_2 - nRT_1]$$

$$W = \frac{nR}{1-\gamma}[T_2 - T_1]$$

$P_1V_1 = nRT_1$

$P_2V_2 = nRT_2$

সমোষ্ণ ও রুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়ার মধ্যে পার্থক্য:

সমোষ্ণ প্রক্রিয়া	রুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়া
এ পরিবর্তনের প্রয়োজন মতো তা প্রয়োগ অথবা প্রত্যাহার করতে হয়।	এ পরিবর্তনের তাপ প্রয়োগ বা প্রত্যাহার করতে হয়না।
এ পরিবর্তনে তাপমাত্রা T=ধ্রুবক অর্থাৎ $\Delta T=0$	এ পরিবর্তনের তাপQ= ধ্রুবক অর্থাৎ$\Delta Q=0$
এই প্রক্রিয়ায় সিস্টেমটি হবে আবদ্ধ সিস্টেম।	এ প্রক্রিয়ায় সিস্টেমটি হবে বিচ্ছিন্ন সিস্টেম।
এ পরিবর্তনের পাত্রটি তাপের সুপরিবাহী হওয়া প্রয়োজন।	এই পরিবর্তনে পাত্রটি তাপের কুপরিবাহী হওয়া প্রয়োজন।
এটি ধীর প্রক্রিয়া।	এটি দ্রুত প্রক্রিয়া।

সমোষ্ণ ও রুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়ার মধ্যে পার্থক্য:

সমোষ্ণ প্রক্রিয়া	রুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়া
এ পরিবর্তনে পাত্রের চারপাশের মাধ্যমের তাপগ্রাহিতা উচ্চ হতে হয়।	এ পরিবর্তনের পাত্রের চারপাশের মাধ্যমের তাপগ্রাহিতা নিম্ন হতে হয়।
অভ্যন্তরীণ শক্তির U= ধ্রুবক অর্থাৎ $\Delta U=0$	অভ্যন্তরীণ শক্তি $U\neq$ধ্রুবক অর্থাৎ $\Delta U\neq 0$
গ্যাসের আপেক্ষিক তাপ অসীম হবে।	গ্যাসের আপেক্ষিক তাপ শূন্য হবে।
এ প্রক্রিয়া PV= ধ্রুবক সূত্র মেনে চলে।	এ প্রক্রিয়া $PV^{\gamma}=$ধ্রুবক সূত্র মেনে চলে।
সমোষ্ণ লেখ অপেক্ষাকৃত কম খাড়া, এ রেখার ঢাল, $\frac{dP}{dV}=-\frac{P}{V}$	রুদ্ধতাপীয় লেখ অপেক্ষাকৃত বেশি খাড়া, এ রেখার ঢাল, $\frac{dP}{dV}=\gamma(\frac{P}{V})$

গাণিতিক সমস্যা

- 25°C এবং 1 বায়ুমণ্ডলীয় চাপে আবদ্ধ গ্যাসকে হঠাৎ সংকুচিত করে আয়তন অর্ধেক করা হলো, চূড়ান্ত চাপ নির্ণয় কর। ($\gamma = 1.4$)

হঠাৎ সংকুচিত করে → রুদ্ধতাপীয় Adiabatic change

আদি,

$T_1 = 25°C$

$P_1 = 1atm$

$V_1 = V$

পরিবর্তনের পরে,

$V_2 = \frac{V}{2}$

$P_2 = ?$

Two-atomic → $\gamma = 1.4$



Solution

রুদ্ধতাপীয় Adiabatic,

$$P_1V_1^{\gamma} = P_2V_2^{\gamma}$$

$$\Rightarrow P_2 = P_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma}$$

$$\Rightarrow P_2 = 1\left(\frac{V}{\frac{V}{2}}\right)^{1.4}$$

$$\Rightarrow P_2 = 1 \times (2)^{1.4}$$

$$\Rightarrow P_2 = 2.639\ atm$$

MCQ,

$$1.(2)^{1.4} = P$$

$$\Rightarrow P = 2.639atm$$

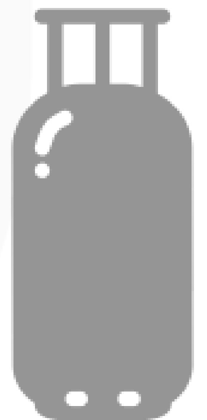
গাণিতিক সমস্যা

- 127°C তাপমাত্রায় কোনো নির্দিষ্ট গ্যাসকে হঠাৎ প্রসারিত করে আয়তন দ্বিগুণ করা হলো। চূড়ান্ত তাপমাত্রা কত? ($\gamma = 1.4$)

হঠাৎ প্রসারিত করে → রুদ্ধতাপীয় Adiabatic change

$T_1 = 127°C$	$T_2 = ?$
$V_1 = V$	$V_2 = 2V$

$$T_1 = (127 + 273)$$



Solution

$$T_1 V_1{}^{\gamma-1} = T_2 V_2{}^{\gamma-1}$$

$$\Rightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}$$

$$\Rightarrow T_2 = (127 + 273)\left(\frac{V}{2V}\right)^{1.4-1}$$

$$\Rightarrow T_2 = 400 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{0.4}$$

$$\Rightarrow T_2 = 303.14K$$

$$\Rightarrow T_2 = 30.14°\text{C}$$

গাণিতিক সমস্যা

atm absorbed I.E

- কোনো সংস্থা পরিবেশ থেকে 800 *J* তাপশক্তি শোষণ করায় এর অন্তস্থ শক্তি 500 *J* বৃদ্ধি পেল। সংস্থা কর্তৃক পরিবেশের উপর সম্পাদিত কাজের পরিমাণ নির্ণয় কর।

$dQ = 800J\ [+ve]$ শোষণ করেছে
গ্রহণ করেছে

$dU = 500J\ [+ve]$

Solution

তাপগতিবিদ্যার ১ম সূত্র,

$$dQ = dU + dW$$

$$\Longrightarrow 800 = 500 + dW$$

$$\Longrightarrow dW = 300J$$

পরিবেশের উপর কৃতকাজ

গাণিতিক সমস্যা

- পিস্টনযুক্ত একটি সিলিন্ডারে কিছু গ্যাস আবদ্ধ আছে। গ্যাসের চাপ **$400\ Pa$** স্থির রেখে সিস্টেমে ধীরে ধীরে **$800J$** তাপশক্তি সরবরাহ করায় **$1200J$** কাজ সম্পাদিত হয়। গ্যাসের আয়তন এবং অন্তস্থ শক্তির পরিবর্তন নির্ণয় কর।

$P = 400Pa$

$dQ = 800J \longrightarrow +ve$

$dW = 1200J \longrightarrow +ve$

$dQ = dU + dW$

$\Rightarrow dU = 800 - 1200J$

$\Rightarrow dU = -400J$ → কমেছে

$dW = pdV$

$\Rightarrow 1200 = 400 \times dV$

$\Rightarrow dV = 3m^3$



গাণিতিক সমস্যা

- $25°C$ তাপমাত্রা ও $1 \times 10^5\ Nm^{-2}$ চাপে একটি আদর্শ গ্যাসের আয়তন $0.05m^3$। স্থির চাপে গ্যাসটি উত্তপ্ত করায় এর আয়তন $0.06m^3$। (ক) বাহ্যিক সম্পাদিত কাজ ও (খ) গ্যাসের নতুন তাপমাত্রা নির্ণয় কর।

$dP = 0$

↓

Isobaric

↓

$T_1 = 25°C$

$P = 1 \times 10^5 Nm^{-2}$

$V_1 = 0.05m^3$

$V_2 = 0.06m^3$

$dV = +ve$

$dW = +ve$

(ক) $dW = P(V_2 - V_1)$

$\Rightarrow dW = 1 \times 10^5 (0.06 - 0.05)$

$\Rightarrow dW = 1000J$

Solution

(খ) $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$

$$\Rightarrow T_2 = \frac{V_2}{T_2} \times T_1$$

$$\Rightarrow T_2 = \frac{0.06}{0.05} \times (25 + 273)$$

$$\Rightarrow T_2 = 357.6K$$

গাণিতিক সমস্যা

- একটি সীসার গুলি কত বেগে একটি অনমনীয় লক্ষ্যবস্তুকে আঘাত করলে গুলির তাপমাত্রা 1.12℃ বৃদ্ধি পাবে ? ধরে লও যে, আঘাতে উৎপন্ন তাপ শুধু গুলি দ্বারা শোষিত হয়েছে। [সীসার আপেক্ষিক তাপ $= 30 cal kg^{-1}{}^{\circ}C^{-1}$ এবং $J = 4.2 J cal^{-1}$]

গুলির বেগ, $v = ?$

$$\frac{1}{2}mv^2 = W \ldots (1)$$

তাপগতিবিদ্যার ১ম সূত্র,

$$W = JH \ldots (2)$$

তাপের যান্ত্রিক তুল্যাঙ্ক

$$\Delta\theta = 1.12^{\circ}C = 1.12K$$



$$H = mS\Delta\theta$$

Solution

$$\frac{1}{2}mv^2 = JH$$

$$\Longrightarrow \frac{1}{2}mv^2 = J \times mS \times \Delta\theta$$

$$\Longrightarrow v = \sqrt{2 \times J \times S \times \Delta\theta}$$

$$\Longrightarrow v = \sqrt{2 \times 4.2 \times 30 \times 1.12}$$

$$\Longrightarrow v = 16.8ms^{-1}$$

গাণিতিক সমস্যা

- একখণ্ড বরফ ওপর থেকে ভূমিতে পতিত হলো। এতে পতন শক্তির 50% তাপে রূপান্তরিত হওয়ায় বরফ খণ্ডটির এক চতুর্থাংশ গলে গেল। বরফ খণ্ডটি কত উচ্চতা হতে পতিত হয়েছিল নির্ণয় কর। [বরফ গলনের সুপ্ত তাপ $= 8000 cal kg^{-1}$ এবং তাপের যান্ত্রিক সমতা $= 4.2 J cal^{-1}$]

$$E_P = mgh$$

শক্তির নিত্যতা,

$$\Rightarrow 50\% E_P = W \ldots (1)$$

তাপগতিবিদ্যার ১ম সূত্র,

$$W = JH \ldots (2)$$



Solution

(1) ও (2) ⇒

$$E_P \times 0.5 = JH$$

$$\Longrightarrow mgh \times 0.5 = J \times \frac{m}{4} l_f$$

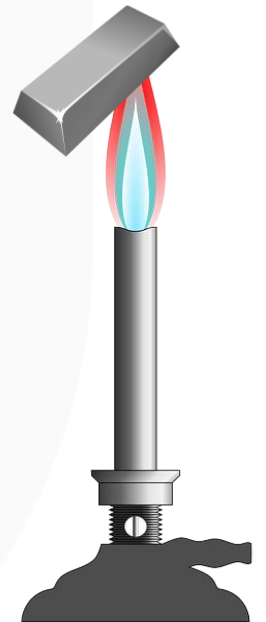
$$\Longrightarrow h = \frac{2\times4.2\times8000}{9.81\times4}$$

$$\Longrightarrow h = 1712.54m$$

$$H = \frac{m}{4} l_f$$

HOME WORK

- $10g$ ওজনের একটি লোহার পেরেককে কিছুক্ষণ একটি বার্ণারের শিখায় উত্তপ্ত করা হলো। উত্তপ্ত পেরেকটি 10℃ তাপমাত্রার 100g পানিতে ডুবানো হলো। এতে পানির তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেয়ে 20℃ হলো। পানিতে ডুবানোর পূর্বে পেরেকের তাপমাত্রা নির্ণয় কর। লোহার আপেক্ষিক তাপ $0.11 Kcal/kg$℃.



জেনে রাখো

- **গ্যাস প্রসারণে সমোষ্ণ প্রক্রিয়ায় কৃত কাজ সমচাপ প্রক্রিয়ায় কৃত কাজ অপেক্ষা বৃহত্তর ব্যাখ্যা কর।**

কোনো সিস্টেমে গ্যাসের ক্ষুদ্র প্রসারণ dV এবং স্থির চাপ P হলে সমচাপ প্রক্রিয়ায় গ্যাস কর্তৃক কৃত মোট কাজ $dW = PdV =$ চাপ $\times$ আয়তনের পরিবর্তন। তাপগতিবিদ্যার প্রথম সূত্র হতে আমরা জানি, $dQ = dU + dW$, অর্থাৎ সমচাপ প্রক্রিয়ায় সরবরাহকৃত তাপশক্তি সিস্টেমের অন্তস্থ শক্তি পরিবর্তনে এবং বহিস্থ কাজ সম্পাদনে ব্যয় হয়। কিন্তু সমোষ্ণ প্রক্রিয়ায় সিস্টেমের তাপমাত্রা স্থির থাকে বলে অন্তস্থ শক্তির কোনো পরিবর্তন হয় না।

$$dU = 0$$
$$dT = 0$$
$$dP = 0$$

$\therefore$ সমোষ্ণ প্রক্রিয়ায় $dU = 0$; সুতরাং তাপগতিবিদ্যার প্রথম সূত্রানুযায়ী

$dQ = 0 + dW = dW$। অর্থাৎ সরবরাহকৃত তাপশক্তি সম্পূর্ণরূপে কাজ সম্পাদনে ব্যয় হয়। তাই সমোষ্ণ প্রক্রিয়ায় কৃত কাজ সমচাপ প্রক্রিয়ায় কৃত কাজ অপেক্ষা বেশি।

$$dQ = dU + dW \qquad dQ = dW$$

গাণিতিক সমস্যা

- **একটি সিলিন্ডারে 300 K তাপমাত্রায় এবং 4 বায়ুমণ্ডলীয় চাপে 10 লিটার গ্যাস আবদ্ধ আছে। সমোষ্ণ প্রক্রিয়ায় চাপ দ্বিগুণ করা হলে সিলিন্ডারে গ্যাসের আয়তন কত হবে ?**

$T_1 = 300K$

$P_1 = 4atm$

$V_1 = 10L$

$dT = 0$

$P_2 = 2P_1$

$P_2 = 8\ atm$

$V_2 = ?$

Solution

$$P_1V_1 = P_2V_2$$

$$\Longrightarrow V_2 = \frac{P_1}{P_2} \times V_1$$

$$\Longrightarrow V_2 = \frac{1}{2} \times 10$$

$$\Longrightarrow V_2 = 5L$$

গাণিতিক সমস্যা

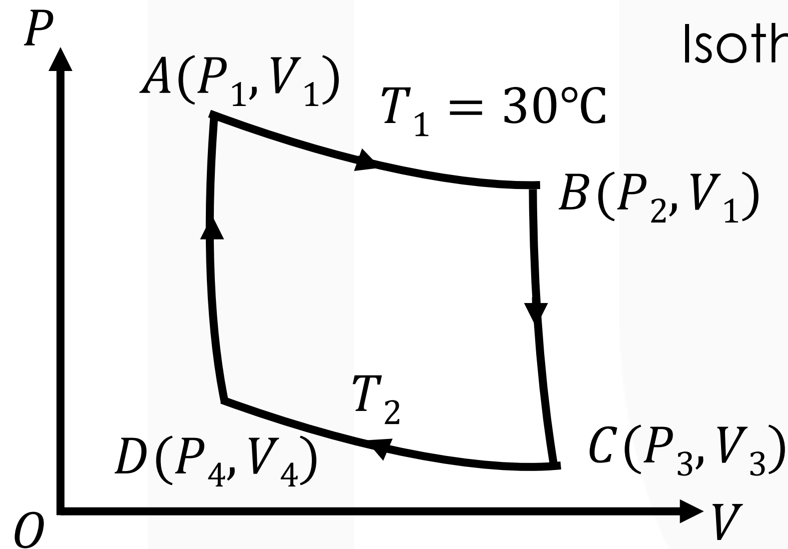
- কার্নো ইঞ্জিনের প্রতি স্তরে সংকোচন ও প্রসারণের অনুপাত $1:2$। এতে কার্যনির্বাহক বস্তু হিসেবে 3 mol দ্বিপারমাণবিক গ্যাস ব্যবহার করা হলো। $(\gamma = 1.41)$

চক্রটির লেখ অনুযায়ী A হতে B বিন্দুতে আনতে কৃত কাজ হিসাব কর।

*Board
*MCQ
*BUET
*Adm.

$dT = 0 \longrightarrow \overrightarrow{AB} =$ সমোষ্ণ প্রসারণ

Isothermal Expansion



$$W = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$A(P_1, V_1)$, $B(P_2, V_2)$ — $1:2$

$$V_1 : V_2 = 1:2$$

Solution

$$V_1 : V_2 = 1 : 2$$

$$\Longrightarrow \frac{V_2}{V_1} = 2$$

$$\Longrightarrow \overrightarrow{AB}$$

$$W = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$\Longrightarrow W = 3 \times 8.316 \times (30 + 273) \ln(2)$$

$$\Longrightarrow W = 5239.67\ J$$

আদি : শেষ

$$A \longrightarrow B$$

সমোষ্ণ ⟶ আয়তন বৃদ্ধি পেয়েছে

জেনে রাখো

- **রূদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়ায় গ্যাসকে সংনমিত করলে এর তাপমাত্রা বৃদ্ধি পায়—এর কারণ কী?**

রূদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়ায় গ্যাসকে সংনমিত করলে তাপমাত্রা বেড়ে যায় এবং প্রসারিত করলে তাপমাত্রা কমে যায়। অর্থাৎ রূদ্ধতাপীয় গ্যাস কোনো তাপ গ্রহণ বা বর্জন না করলেও গ্যাসের অন্তস্থ শক্তি স্থির থাকে না। যখন গ্যাসকে সংনমিত করা হয় তখন গ্যাসের ওপর কাজ সম্পাদিত হয়। এতে গ্যাসের শক্তি বৃদ্ধি পায়। অর্থাৎ গ্যাসের অন্তস্থ শক্তির বৃদ্ধি ঘটে। কারণ এক্ষেত্রে গ্যাস তাপ বর্জন করতে পারে না। তাই এই রুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়ায় গ্যাসকে সংনমিত করলে এর তাপমাত্রা বৃদ্ধি পায়।

গাণিতিক সমস্যা

- $25°C$ তাপমাত্রায় ও বায়ুমণ্ডলীয় চাপে আবদ্ধ শুষ্ক বায়ুকে হঠাৎ বা রুদ্ধতাপে সংনমিত করে আয়তন অর্ধেক করা হলো। চূড়ান্ত (ক) তাপমাত্রা (খ) চাপ নির্ণয় কর। $[\gamma = 1.4]$

[চ.বো. ২০১০ ঢা. বো. ২০০৮]

2- ATOMIC

$$T_1 = 25°C = (25 + 273)K = 298K$$

$$P_1 = 1\ atm$$

$$V_1 = V$$

$$V_2 = \frac{V}{2}$$

$$T_2 = ?$$

$$P_2 = ?$$

1. Fin. Temp.
   T-V
2. Fin. Pr.
   P-V

Solution

1. **Fin. T**
   T-V

ADIABETIC

$$T_2 {V_2}^{\gamma-1} = T_1 {V_1}^{\gamma-1}$$

$$T_2 = T_1 (\frac{V_1}{V_2})^{\gamma-1}$$

$$T_2 = 298(\frac{V}{\frac{V}{2}})^{1.4-1}$$

$$T_2 = 393.21K$$

$$T_2 = (393.21 - 273)°C = 120.21°C$$

Solution

(খ) $P_2 V_2^{\gamma} =$

$$P_2 = P_1 (\frac{V_1}{V_2})^{\gamma}$$
$$P_2 = 1 \times 2^{1.4} = 2.269 = 2.64\ atm$$

এবং, $120.21°C, 2.64\ atm$

গাণিতিক সমস্যা

- **$100°C$ তাপমাত্রার বায়ুকে রুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়ায় সংকুচিত করে এর অর্ধেক আয়তনে পরিণত করা হলো। তাপমাত্রার পরিবর্তন নির্ণয় কর।**

$T - V$

ADIABETIC

$$T_2 V_2^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1}$$

$$T_1 = 100°C = 373K$$

$$V_1 = V$$

$$V_2 = \frac{V}{2}$$

$$\Delta T = T_2 - T_1 = ?$$

$$T_2 = T_1 (\frac{V_1}{V_2})^{\gamma-1}$$

$$T_2 = 373 \times (2)^{1.4-1} = 492.176K$$

$$\Delta T = T_2 - T_1$$
$$= 492.18 - 373$$
$$= 119.176K$$

$5°C - 10°C \rightarrow 5°C$
278K-283K$\rightarrow$ $5K$

γ যদি বলে না দেয়, $\gamma = 1.4$

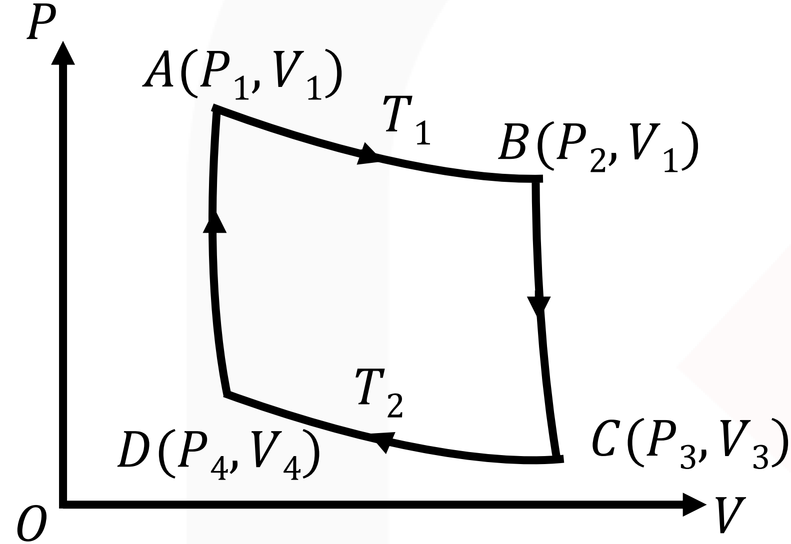
গাণিতিক সমস্যা

- একটি কার্নো ইঞ্জিনের লেখচিত্র $P - V$ নিম্নরূপ :

AB - সমোষ্ণ প্রসারণ

BC - রুদ্ধতাপীয় প্রসারণ

$dQ = 0$



প্রশ্নের অংশ!

$P_1 = 3\ atm$
$T_1 = 600K$
$V_1 = 2 \times 10^{-3}\ m^3$
$V_2 = 6 \times 10^{-3}\ m^3$
$T_2 = 300K$

প্রশ্নে দাওয়া আছে।

কার্নো চক্রটির B বিন্দুতে চাপ এবং C বিন্দুতে আয়তন কত হবে ?

CD - সমোষ্ণ সংকোচন

DA - রুদ্ধতাপীয় সংকোচন

$P_2 = ?$ $\quad V_3 = ?$

Solution

কার্নো চক্রটির B বিন্দুতে চাপ এবং C বিন্দুতে আয়তন কত হবে ?

$AB \Rightarrow$

$dT = 0$

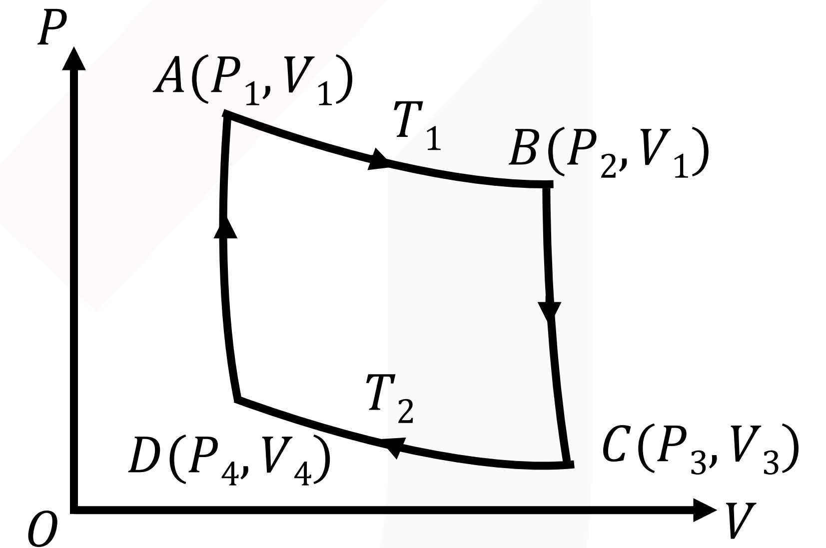
$$P_1V_1 = P_2V_2$$

$$P_2 = P_1\frac{V_1}{V_2}$$

$$= 3 \times \frac{2 \times 10^{-3}}{6 \times 10^{-3}}$$

$$= 1\ atm$$

B বিন্দুতে চাপ!

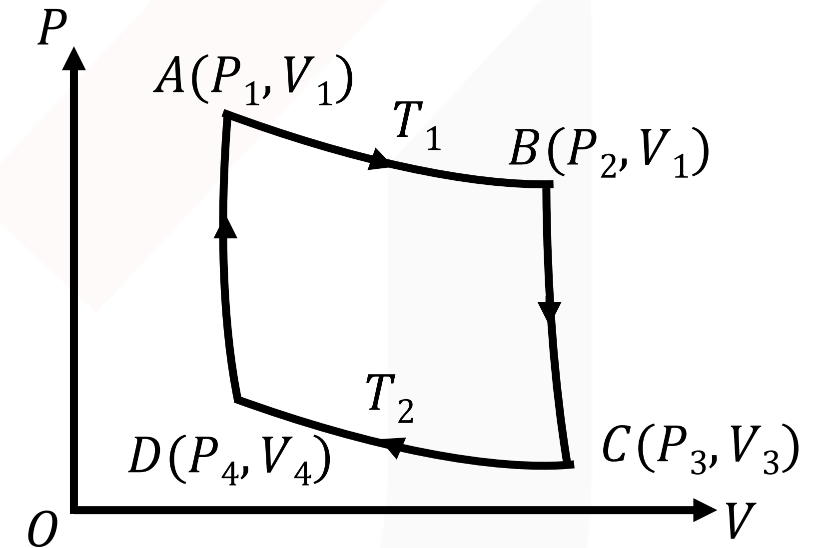


Solution

কার্নো চক্রটির B বিন্দুতে চাপ এবং C বিন্দুতে আয়তন কত হবে ?

BC

$$T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2\left(V_3^{\gamma-1}\right)$$
$$V_3 = \left(\frac{T_1}{T_2} \times V_2^{\gamma-1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$
$$V_3 = \left(\frac{600}{300} \times (6 \times 10^{-3})^{1.4-1}\right)^{\frac{1}{1.4-1}}$$
$$V_3 = 0.03394 m^3$$
$$V_3 = 33.94 \times 10^{-3} m^3$$



গাণিতিক সমস্যা

- একটি সিলিন্ডারে $300\ K$ তাপমাত্রায় ও $10^6\ Pa$ চাপে $0.001\ m^3$ গ্যাস আছে। গ্যাসটিকে প্রথমে সমোষ্ণ প্রসারণ করা হলো এবং পরে রুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়ায় আবারও প্রসারণ করা হলো, প্রতিক্ষেত্রেই প্রসারণের অনুপাত $1:2$। প্রসারণে মোট কাজের পরিমাণ নির্ণয় কর।

[BUET 2017-18]

n= 1 mol

$\Rightarrow$1:2
আদি : শেষ= 1:2

$$\Sigma W = W_i + W_a$$

$V_2 : V_1 = 2:1$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{2}{1}$$

1 mol



Solution

- একটি সিলিন্ডারে $300\ K$ তাপমাত্রায় ও $10^6\ Pa$ চাপে $0.001\ m^3$ গ্যাস আছে। গ্যাসটিকে প্রথমে সমোষ্ণ প্রসারণ করা হলো এবং পরে রূদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়ায় আবারও প্রসারণ করা হলো, প্রতিক্ষেত্রেই প্রসারণের অনুপাত $1:2$। প্রসারণে মোট কাজের পরিমাণ নির্ণয় কর।

$V_2 : V_1 = 2 : 1$

(I) $W_i = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$

$= 1 \times 8.316 \times 300 \times \ln 2$

$= 1729.26\ J$

$$W_a = \frac{nR}{1-\gamma}(T_2 - T_1)$$

R= আদর্শ গ্যাস ধ্রুবক= 8.316J

Solution

- একটি সিলিন্ডারে $300\ K$ তাপমাত্রায় ও $10^6\ Pa$ চাপে $0.001\ m^3$ গ্যাস আছে। গ্যাসটিকে প্রথমে সমোষ্ণ প্রসারণ করা হলো এবং পরে রুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়ায় আবারও প্রসারণ করা হলো, প্রতিক্ষেত্রেই প্রসারণের অনুপাত $1:2$। প্রসারণে মোট কাজের পরিমাণ নির্ণয় কর।

$$T_2 {V_2}^{\gamma-1} = T_1 {V_1}^{\gamma-1}$$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}$$

$$T_2 = 300 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{1.4-1}$$

$$= 227.357K$$

$$W_a = \frac{nR}{1-\gamma}(T_2 - T_1)$$

$$= \frac{1 \times 8.316}{1 - 1.4}(227.357 - 300)$$

$$= 1510.248J$$

$$\Sigma W = W_i + W_a$$

$$= (1729.26 + 1510.248)J$$

$$= 3239.508J$$

তাপগতিবিদ্যার প্রথম সূত্রের সীমাবদ্ধতা (Limitations of the first law of thermodynamics)

তাপগতিবিদ্যার প্রথম সূত্রের নিম্নোক্ত সীমাবদ্ধতা রয়েছে :

১। উষ্ণ বস্তু হতে তাপ শীতল বস্তুতে প্রবাহিত হলেও শীতল বস্তু হতে তাপ কখনই উষ্ণ বস্তুতে যেতে পারে না। যদিও শীতল বস্তু হতে উষ্ণ বস্তুতে তাপ যাওয়ার বিষয়টি তাপগতিবিদ্যার প্রথম সূত্র বা শক্তির সংরক্ষণ সূত্র মেনে চলে। কিন্তু বাস্তবে এই ঘটনা কখনই ঘটে না।

২। কোনো সিস্টেমে প্রযুক্ত তাপের কিছু অংশ কাজে পরিণত হয়; কিন্তু পুরোটাই কাজে পরিণত হবে কিনা বা হতে পারে কিনা তা প্রথম সূত্র থেকে জানা যায় না।

তাপগতিবিদ্যার প্রথম সূত্রের এই সীমাবদ্ধতার জন্য তাপগতিবিদ্যার আরও একটি সূত্রের প্রয়োজন হয়। সেটিই হলো তাপগতিবিদ্যার দ্বিতীয় সূত্র।

তাপ গতিবিদ্যার দ্বিতীয় সূত্র (Second Law Of Thermodynamics)

ক্লসিয়াসের বিবৃতি (Clausius's Statement) :

বাইরের কোনো শক্তির সাহায্য ছাড়া কোনো স্বয়ংক্রিয় যন্ত্রের পক্ষে নিম্ন তাপমাত্রার কোনো বস্তু হতে উচ্চ তাপমাত্রার কোনো বস্তুতে তাপের স্থানান্তর সম্ভব নয়।

অথবা, তাপ আপনা আপনি শীতল বস্তু হতে উষ্ণ বস্তুতে স্থানান্তর হয় না।

কার্নোর বিবৃতি (Carnot's Statement) :

কোনো নির্দিষ্ট পরিমাণ তাপশক্তিকে সম্পূর্ণভাবে যান্ত্রিক শক্তিতে রূপান্তর করার মতো যন্ত্র তৈরি সম্ভব নয়।

প্লাঙ্কের বিবৃতি (Planck's Statement) :

কোনো তাপ উৎস হতে অনবরত তাপ শোষণ করবে এবং তা সম্পূর্ণরূপে কাজে রূপান্তরিত হবে এরূপ একটি তাপ ইঞ্জিন তৈরি করা সম্ভব নয়।



সাদি কার্নো

তাপ গতিবিদ্যার দ্বিতীয় সূত্র (Second Law Of Thermodynamics)

কেলভিনের বিবৃতি (Kelvin's Statement) :

কোনো বস্তুকে তার পারিপার্শ্বের শীতলতম অংশ হতে অধিকতর শীতল করে শক্তির অবিরাম সরবরাহ পাওয়া সম্ভব নয়।

তাপগতিবিদ্যার প্রথম ও দ্বিতীয় সূত্রের মধ্যে পার্থক্য :

প্রথম সূত্র	দ্বিতীয় সূত্র
১. প্রথম সূত্র অনুসারে যখন কাজ তাপে বা তাপ কাজে রূপান্তরিত হয়, তখন কাজের পরিমাণ ও তাপের পরিমাণ পরস্পর সমানুপাতিক হয়। গাণিতিকরূপে, $\frac{dW}{dQ} = J$	১. দ্বিতীয় সূত্র অনুসারে, এমন কোনো যন্ত্র তৈরি করা সম্ভব হয়নি যা একটি পূর্ণ আবর্তনে কেবল উৎস হতে তাপ নিয়ে সম্পূর্ণ তাপকে কাজে পরিণত করতে পারে।
২. প্রথম সূত্রে বলা হয় যে, বিশ্বের মোট শক্তি অপরিবর্তনীয় অর্থাৎ এটি শক্তির সংরক্ষণ সূত্রেরই রূপান্তর। শক্তি সৃষ্টি বা ধ্বংস করা সম্ভব নয়। কেবল রূপান্তর সম্ভব।	২. দ্বিতীয় সূত্রে বলা হয় যে, ব্যবহার্য কাজের মাত্রা কমেই চলছে অর্থাৎ এনট্রপি বেড়েই চলেছে।

ব্যবহার্য কাজ



Energy

$dQ = dU + dW$

প্রথম সূত্র	দ্বিতীয় সূত্র
৩. প্রথম সূত্রের গাণিতিক রূপ হলো $dQ = dU + dW$, এখানে $dQ =$ সরবরাহিত তাপ, $dU =$অন্তর্নিহিত শক্তি বৃদ্ধি এবং এবং $dW =$ বাহ্যিক কাজ।	৩. দ্বিতীয় সূত্রের গাণিতিক রূপ হলো $dQ = TdS$, এখানে $dQ =$ সরবরাহিত তাপ, $dS =$ এন্ট্রপির পরিবর্তন এবং $T =$পরম তাপমাত্রা।
৪. প্রথম সূত্র তাপগতিতত্ত্বে অন্তর্নিহিত শক্তি (U) অপেক্ষকটির জন্ম দিয়েছে।	৪. দ্বিতীয় সূত্র তাপ গতিতত্ত্বে এনট্রপি (S) এই অপেক্ষকটির জন্ম দিয়েছে।
৫. প্রথম সূত্র অনুসারে প্রথম শ্রেণির অবিরাম গতি অসম্ভব অর্থাৎ শক্তি বা জ্বালানি ব্যতিরেকে যন্ত্র চালানো অসম্ভব।	৫. দ্বিতীয় সূত্র অনুসারে দ্বিতীয় শ্রেণির অবিরাম গতি অসম্ভব। কেবল তাপ উৎস হতে তাপ গ্রহণ করে ঐ তাপের সটুকুর বিনিময়ে কাজ করা সম্ভব হলে তাকে দ্বিতীয় শ্রেণির অবিরাম গতি বলে।
৬. প্রথম সূত্র হতে পাই যে, কাজকে সম্পূর্ণরূপে তাপে পরিণত করা সম্ভব। কিন্তু সেই সাথে প্রশ্ন জাগে তাপকে পুরোপুরি কাজে রূপান্তর করা যায় কি-না।	৬. দ্বিতীয় সূত্রে এ প্রশ্নের জবাব মিলে। অর্থাৎ তাপকে পুরোপুরি কাজে রূপান্তর করা যায় কি-না তা জানা যায়।

$dQ = TdS$



Energy

SPECIAL TONIC

- **তাপগতিবিদ্যার প্রথম ও দ্বিতীয় সূত্রের তুলনামূলক আলোচনা কর।**

তাপগতিবিদ্যার দুই সূত্রের মূল পার্থক্য বোঝা প্রয়োজন। প্রথম সূত্রটি শক্তির সংরক্ষণ সূত্রেরই বিশেষ রূপ। প্রথম সূত্রের প্রস্তাবনা এই যে, তাপ ও যান্ত্রিক শক্তি উভয়ই শক্তির বিভিন্ন রূপ এবং একরূপ হতে অন্যরূপে পরিবর্তন সম্ভব। এটি ছাড়া রূপান্তরের সময় একে অন্যের সমতুল্য, এটিও প্রথম সূত্রের সাহায্যে জানা যায়। বাস্তবক্ষেত্রে যদিও আমরা একটি নির্দিষ্ট পরিমাণ কার্যকে সম্পূর্ণভাবে তাপে রূপান্তর করতে পারি; কিন্তু একটি নির্দিষ্ট পরিমাণ তাপকে সম্পূর্ণরূপে কার্যে রূপান্তর করার পরিকল্পনা কখনও বাস্তবায়িত করা সম্ভব নয়। কিংবা, তাপের উৎপত্তি কোথায় কোনো উত্তপ্ত বস্তুতে, না কোনো শীতল বস্তুতে। এসব প্রশ্নের উত্তর আমরা প্রথম সূত্র হতে পাই না। তাপগতিবিদ্যার সাথে সামঞ্জস্যপূর্ণ এসব প্রশ্নের আলোচনাই তাপগতিবিদ্যার দ্বিতীয় সূত্রের প্রতিপাদ্য বিষয়।

তাপগতিবিদ্যার দ্বিতীয় সূত্র অনুসারে যখন তাপ কাজে রূপান্তরিত হয় তখন তার কিছু অংশ কাজে রূপান্তরিত হয়, সম্পূর্ণ তাপ কাজে রূপান্তরিত হয় না। অধিকন্তু ওই রূপান্তরের জন্য সর্বদা একটি উত্তপ্ত ও একটি শীতল বস্তুর যুগপৎ উপস্থিতি প্রয়োজন। উত্তপ্ত বস্তু হতে শীতল বস্তুতে তাপ গমনকালে কিছু কাজ সম্পন্ন হবে।

তাপগতিবিদ্যার শূন্যতম, প্রথম ও দ্বিতীয় সূত্রের মূল বক্তব্য

১। তাপগতিবিদ্যার শূন্যতম সূত্রের মূল বক্তব্য হলো—প্রকৃতিতে তাপমাত্রা নামক একটি প্রয়োজনীয় তাপগতীয় চল রাশি রয়েছে।

২। তাপগতিবিদ্যার প্রথম সূত্রের মূল বক্তব্য হলো—প্রকৃতিতে অভ্যন্তরীণ শক্তি নামক একটি প্রয়োজনীয় তাপগতীয় চল রাশি রয়েছে এবং

৩। তাপগতিবিদ্যার দ্বিতীয় সূত্রের মূল বক্তব্য হলো—প্রকৃতিতে এনট্রপি নামে একটি প্রয়োজনীয় তাপগতীয় চল রাশি রয়েছে।

প্রত্যাবর্তী ও অপ্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়া [Reversible and Irreversible Process]

প্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়া (Reversible Process) :

যে প্রক্রিয়া বিপরীতমুখী হয়ে প্রত্যাবর্তন করে এবং সম্মুখগামী ও বিপরীতমুখী প্রক্রিয়ার প্রতিস্তরে তাপ ও কাজের ফলাফল সমান ও বিপরীত হয়। সেই প্রক্রিয়াকে প্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়া বলে।

প্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়ার বৈশিষ্ট্য:

১. প্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়া ধীর ও স্বতঃস্ফূর্ত নয়।

২. এ প্রক্রিয়ায় সিস্টেমে তাপগতীয় সাম্যাবস্থা বজায় থাকে।

৩. এ প্রক্রিয়ায় অবক্ষয়ী ফলাফল দৃষ্ট হয় না।

৪. কার্যনির্বাহক বস্তু প্রাথমিক অবস্থায় ফিরে আসে।

তাপ = কাজ

উদাহরণ :

১. বরফ স্থির তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট পরিমাণ তাপ শোষণ করে পানিতে পরিণত হয়। আবার বরফগলা পানি থেকে সমপরিমাণ তাপ অপসারণ করলে তা পুনরায় বরফে পরিণত হয়। সুতরাং এটি একটি প্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়া।

২. স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে খুব ধীরে ধীরে কোনো স্প্রিং এর দৈর্ঘ্য প্রসারণ বা সংকোচন প্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়ার উদাহরণ। কারণ স্প্রিং এর সম্প্রসারণ ও সংকোচনের ক্ষেত্রে কাজের মান সমান বা একই।

Restoring

৩. সমোষ্ণ বা রুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়াতে গ্যাসের প্রসারণ যদি সুষম হয় তবে তা প্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়া।

৪. কিছুটা উপর হতে একটি স্থিতিস্থাপক বলকে একটি স্থিতিস্থাপক ইস্পাতের পাতের উপর ফেলা হলে শক্তির কোনো অপচয় না হওয়ায় বলটি আবার এর প্রাথমিক উচ্চতা পর্যন্ত উপরে উঠবে। সুতরাং প্রক্রিয়াটি প্রত্যাবর্তী।

Restoring

অপ্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়া (Irreversible Process) :

যে প্রক্রিয়া বিপরীতমুখী হয়ে প্রত্যাবর্তন করতে পারে না তাকে অপ্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়া বলে।

অপ্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়ার বৈশিষ্ট্য:

১. অপ্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়া দ্রুত, স্বতঃস্ফূর্ত এবং একমুখী।

২. এ প্রক্রিয়ায় সিস্টেমে তাপীয় সাম্যাবস্থা বজায় থাকে না।

৩. এ প্রক্রিয়ায় অবক্ষয়ী ফলাফল দৃষ্ট হয়।

৪. এ প্রক্রিয়ায় সিস্টেমকে কখনই আদি অবস্থায় ফিরে আনা যায় না।

উদাহরণ :

১. দুটি বস্তুর ঘর্ষণের ফলে যে তাপ উৎপন্ন হয় তা একটি অপ্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়া। কারণ ঘর্ষণের বিরুদ্ধে যে কাজ হয় তা তাপে রূপান্তরিত হয় এবং ঐ তাপকে কোনো প্রকারেই কাজে রূপান্তরিত করা যায় না।

২. বিস্ফোরণে সংঘটিত পরিবর্তন বা বন্দুক হতে গুলি ছুঁড়লে বারুদের বিস্ফোরণ ঘটে। বিস্ফোরণ অতি দ্রুত সংঘটিত হয়। এটি একটি অপ্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়া।

৩. তড়িৎ প্রবাহের তাপীয় ক্রিয়া অপ্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়া।

৪. জুল থমসন প্রসারণ একটি অপ্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়া। কারণ গ্যাসের প্রবাহ বিপরীতমুখী করলে সম্মুখগামী প্রবাহের ন্যায় শৈত্য বা তাপ সৃষ্টি হয় না।

৫. ভিন্ন তাপমাত্রার দুটি বস্তুকে পরস্পরের সংস্পর্শে রাখলে উচ্চ তাপমাত্রার বস্তু থেকে তাপ নিম্ন তাপমাত্রার বস্তুতে সঞ্চালিত হয়। কিন্তু নিম্ন তাপমাত্রার বস্তু হতে তাপ উচ্চ তাপমাত্রার বস্তুতে সঞ্চালিত হয় না। সুতরাং এটি একটি অপ্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়া।

৬. কোনো একটি স্প্রিংকে খুব দ্রুত সম্প্রসারণ করলে এতে কম্পন সৃষ্টি হবে এবং ঐ কম্পন সৃষ্টির জন্য কাজের একটি অংশ ব্যয়িত হবে। ফলে প্রক্রিয়াটি অপ্রত্যাবর্তী হবে।

৭. ব্রহ্মপুত্র নদের পানি হিমালয় হতে নেমে এসে বঙ্গোপসাগরে পড়ে। পানির এ নিম্নমুখীগতি স্বতঃস্ফূর্ত। বঙ্গোপসাগরের এ পানি হিমালয় পর্বতে উঠার কোনো প্রবণতা নেই। অতএব, এটি একটি অপ্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়া।

৮. ব্যাপন (diffusion), পরিচলন (conduction) এবং বিকিরন (Radiation) অপ্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়া।

প্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়া ও অপ্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়ার মধ্যে পার্থক্য :

প্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়া	অপ্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়া
১. যে প্রক্রিয়া বিপরীতমুখী হয়ে প্রত্যাবর্তন করে এবং সম্মুখবর্তী ও বিপরীতমুখী প্রক্রিয়ার প্রতি স্তরে তাপ ও কাজের ফলাফল সমান ও বিপরীত হয় সেই তাকে অপ্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়া বলে।	১. যে প্রক্রিয়া বিপরীতমুখী হয়ে প্রত্যাবর্তন করতে পারে প্রক্রিয়াকে প্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়া বলে।
২. কার্যনির্বাহক বস্তু প্রাথমিক অবস্থায় ফিরে আসে।	২. কার্যনির্বাহক বস্তু প্রাথমিক অবস্থায় ফিরে আসতে পারে না।
৩. এটি অতি ধীর প্রক্রিয়া।	৩. এটি একটি দ্রুত প্রক্রিয়া।
৪. এটি স্বতঃস্ফূর্ত প্রক্রিয়া নয়।	৪. সকল অপ্রত্যাগামী প্রক্রিয়াই স্বতঃস্ফূর্ত ও একমুখী।
৫. এই প্রক্রিয়ায় সিস্টেমের তাপগতীয় সাম্যাবস্থা বজায় থাকে।	৫. এই প্রক্রিয়ায় সিস্টেমের তাপগতীয় সাম্যাবস্থা বজায় থাকে না।

প্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়া ও অপ্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়ার মধ্যে পার্থক্য :

প্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়া	অপ্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়া
৬. এ ক্রিয়া অপচয়মুক্ত।	৬. এ ক্রিয়া স্বয়ংক্রিয়ভাবে ঘটে।
৭. বাস্তবে সম্পূর্ণ প্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়া পাওয়া সম্ভব নয়।	৭. বাস্তবে অপ্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়া সদা-সর্বদা সংঘটিত হয়ে থাকে।

কার্নো চক্র [Carnot's Cycle]

সংজ্ঞা :

যে চক্রে কোনো একটি আদর্শ গ্যাস কার্যকরী পদার্থ হিসেবে একটি নির্দিষ্ট আয়তন, চাপ ও তাপমাত্রা হতে শুরু করে একটি সমোষ্ণ প্রসারণ ও একটি রুদ্ধতাপীয় প্রসারণ এবং একটি সমোষ্ণ সংকোচন একটি রুদ্ধতাপীয় সংকোচনের পর পূর্বাবস্থায় ফিরে আসে তাকে কার্নো চক্র বলে।

কার্নো ইঞ্জিন (Carnot Engine):

তাপ শক্তিকে যান্ত্রিক শক্তিতে রূপান্তরিত করার জন্য সাদি কার্নো সকল দোষ-ত্রুটি মুক্ত যে আদর্শ ইঞ্জিনের পরিকল্পনা করেন তাকে কার্নো ইঞ্জিন বলে।

ইঞ্জিনের বিবরণ (Description of the Engine) :

১. চোঙ বা সিলিন্ডার, C (Cylinder, C) : সিলিন্ডারটির দেওয়াল সম্পূর্ণ তাপ অন্তরক পদার্থ এবং তলদেশ সম্পূর্ণ তাপ পরিবাহী পদার্থ দ্বারা তৈরি। সিলিন্ডারটির ভেতরে সম্পূর্ণ অন্তরক পদার্থের তৈরি একটি পিস্টন P ঘর্ষণহীনভাবে চলাচল করতে পারে। সিলিন্ডারটির মধ্যে কার্যনির্বাহক বস্তু হিসেবে আদর্শ গ্যাস নেওয়া হয়।

২. তাপ আধার বা তাপ উৎস, M (Heat Source, M) : উচ্চ তাপধারণ ক্ষমতাবিশিষ্ট একটি উত্তপ্ত বস্তু, যা T_1 পরম তাপমাত্রায় আছে। এটি তাপ উৎস হিসেবে কাজ করে।

T_1

৩. তাপ গ্রাহক, N (Heat Sink, N) : T_2 পরম তাপমাত্রায় রাখা অনুরূপ একটি শীতল বস্তু, যা তাপ গ্রাহক হিসেবে কাজ করে। এর তাপগ্রহীতা অতি উচ্চ। এর তাপমাত্রাও সর্বদা স্থির থাকে। উল্লেখ্য $T_2 << T_1$।

$T_2\ K$

৪. তাপ অন্তরক আসন, S (Heat Insulated Platform; S) : সম্পূর্ণ তাপ অন্তরক আসন S, যার উপর সিলিন্ডারটি বসানো থাকে।

S

কার্নো চক্রের মূলনীতি (Principles of Carnot's Cycle) :

কার্নো চক্রে প্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়ার মাধ্যমে কার্যনির্বাহক বস্তু উৎস থেকে তাপ গ্রহণ করে একটি নির্দিষ্ট চাপ, আয়তন ও তাপমাত্রা হতে আরম্ভ করে একটি সমোষ্ণ প্রসারণ ও একটি রুদ্ধতাপীয় প্রসারণ এবং একটি সমোষ্ণ সংকোচন ও একটি রুদ্ধতাপীয় সংকোচনের মাধ্যমে তাপের কিছু অংশ কাজে রূপান্তরিত করে এবং বাকি অংশ তাপগ্রাহকে বর্জন করে আদি অবস্থায় ফিরে আসে।

কার্নো চক্র একটি প্রত্যাবর্তী চক্র :

কোনো চক্র প্রত্যাবর্তী হতে হলে যে সমস্ত বৈশিষ্ট্য থাকা প্রয়োজন কার্নোর আদর্শ ইঞ্জিনে সেগুলো রয়েছে। যেমন-

১. পিস্টন ও চোঙ বা সিলিন্ডারের মধ্যে কোনো ঘর্ষণ নেই।

২. কার্যকরী পদার্থ (গ্যাস) এর উপর প্রযুক্ত প্রক্রিয়াগুলো খুব ধীরে ধীরে সংঘটিত হয়।

৩. পিস্টন ও সিলিন্ডার নির্ণয়ে আদর্শ তাপ নিরোধক বা অন্তরক ও আদর্শ তাপ পরিবাহী ব্যবহার করা হয় এবং তাপ উৎস ও তাপগ্রাহকের উপাদান এমন অতি উচ্চ তাপগ্রাহিতাযুক্ত করা হয় যাতে সমোষ্ণ প্রক্রিয়াগুলো স্থির তাপমাত্রায় সংঘটিত হয়।

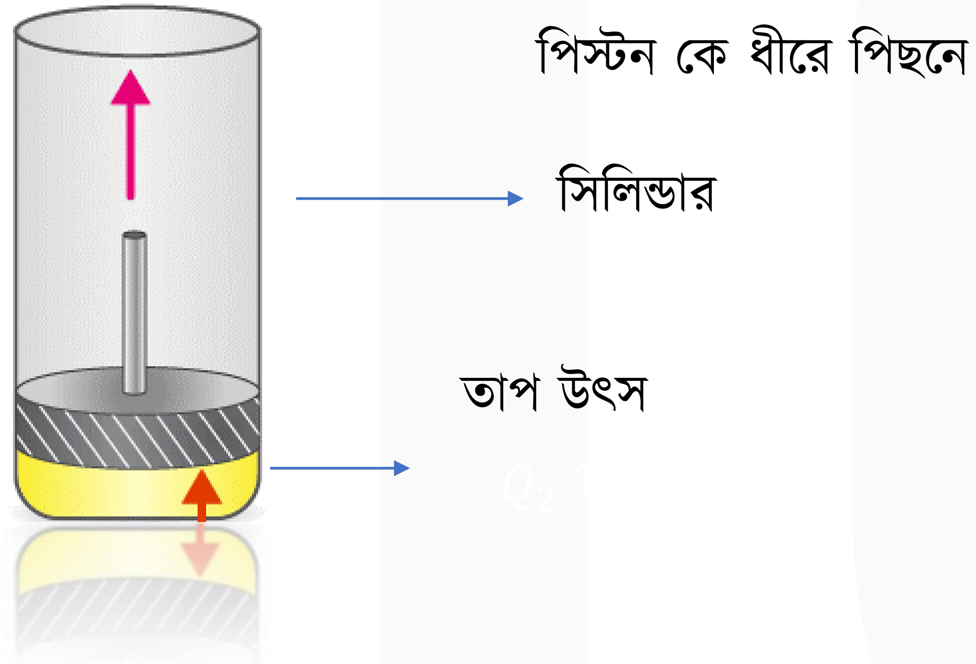
কার্নো চক্রের কার্যক্রম :

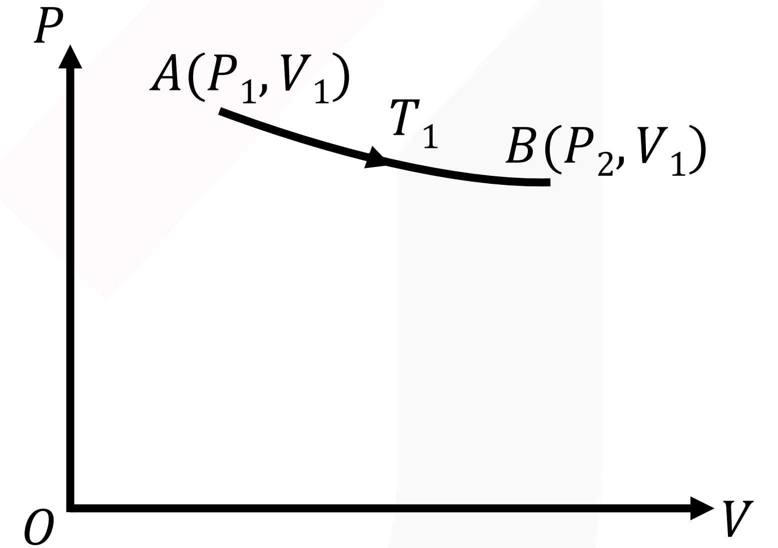
১.সমোষ্ণ প্রসারণ
২.রুদ্ধতাপীয় প্রসারণ
৩.সমোষ্ণ সংকোচন
৪.রুদ্ধতাপীয় সংকোচন

} আয়তন এর উপর

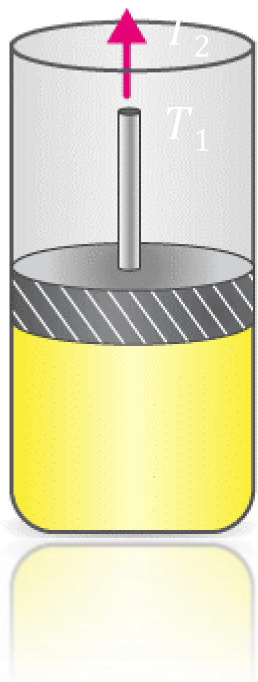
কার্নো চক্রের বিভিন্ন পর্যায় বা ধাপ (Different Steps of a Carnot Cycle) :

(i) প্রথম ধাপ (সমোষ্ণ প্রসারণ) :



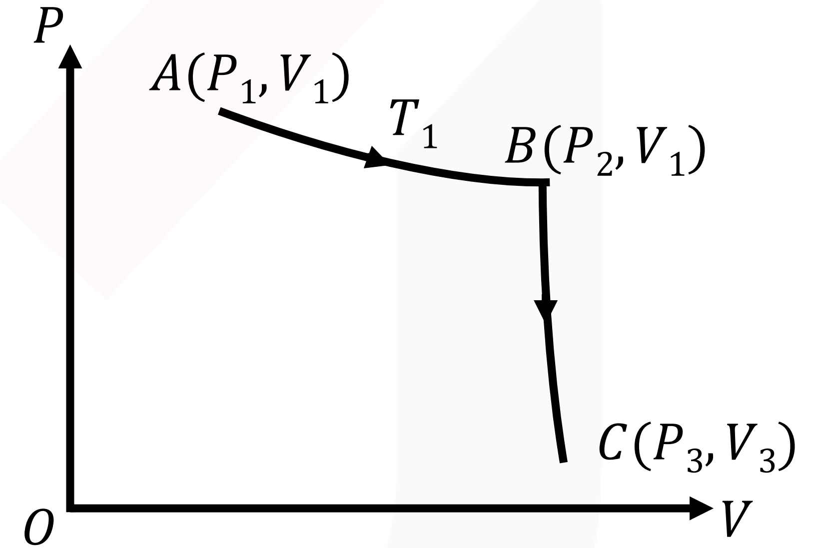


(ii) দ্বিতীয় ধাপ (রুদ্ধতাপীয় প্রসারণ) :

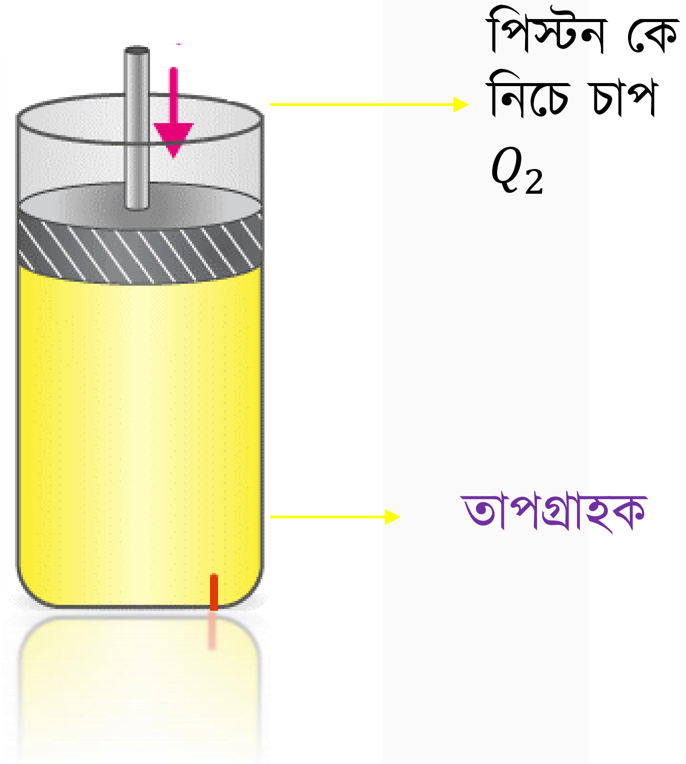


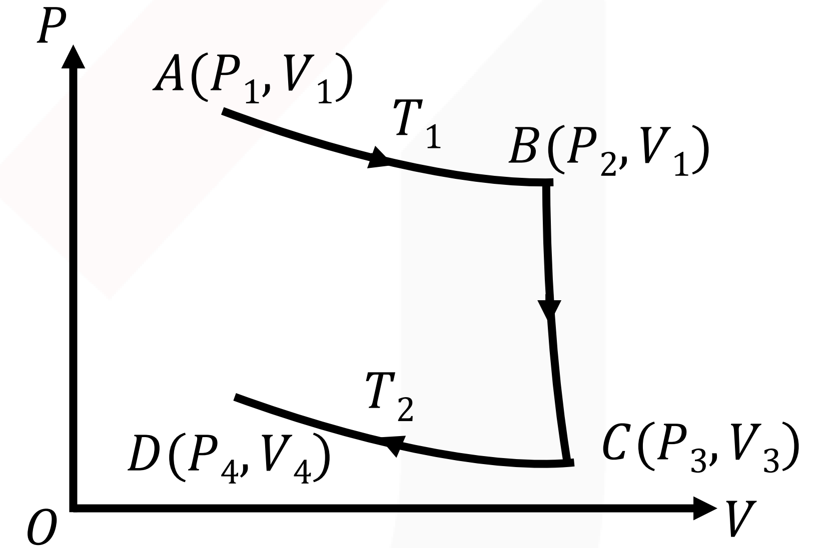
দ্রুত পিস্টন কে পিছনে টান

তাপ অন্তরক

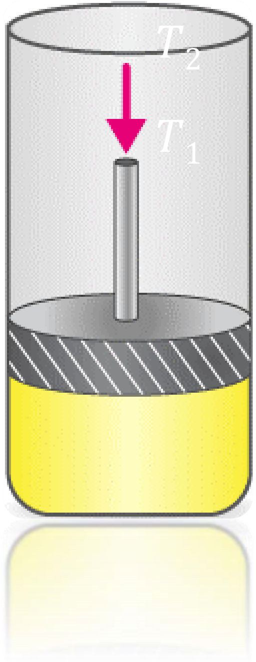


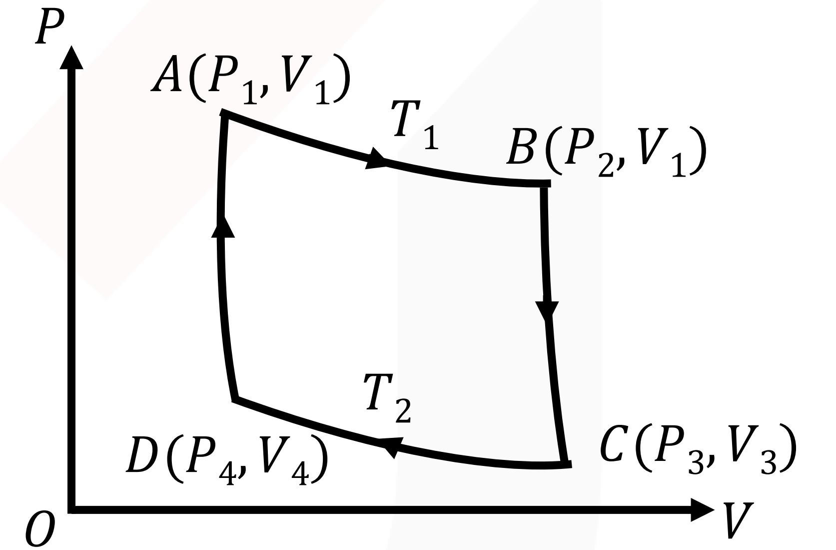
(iii) তৃতীয় ধাপ (সমোষ্ণ সংকোচন) :





(iv) চতুর্থ ধাপ (রুদ্ধতাপীয় সংকোচন) :





তাপীয় ইঞ্জিন [Heat Engine]

সংজ্ঞা :

যে যন্ত্রের সাহায্যে তাপশক্তিকে যান্ত্রিক শক্তিতে রূপান্তরিত করা হয়, তাকে তাপীয় ইঞ্জিন বলে।

তাপ ইঞ্জিনের মূলনীতি :

প্রত্যেক ইঞ্জিনেই একটি কার্যনির্বাহক পদার্থ থাকে। যেমন- বাষ্পীয় ইঞ্জিনের বাষ্প, পেট্রোল ইঞ্জিনের পেট্রোল ইত্যাদি কার্যনির্বাহক পদার্থ।

কার্যনির্বাহক পদার্থ উচ্চ তাপমাত্রায় কোনো তাপ উৎস হতে তাপ গ্রহণ করে ঐ তাপের কিছু অংশ কাজে পরিণত করে এবং বাকি অংশ নিম্ন তাপমাত্রার তাপ গ্রাহকে বর্জন করে। এভাবে কার্যরত বস্তু ক্রমাগত তাপ গ্রহণে ও বর্জনে প্রতিবার কিছু তাপ কার্যে পরিণত করে। কোনো ইঞ্জিনে গৃহীত তাপের যত বেশি অংশ কাজে পরিণত করতে পারে ঐ ইঞ্জিনের দক্ষতা তত বেশি হবে। যেমন- বাষ্পীয় ইঞ্জিনের তুলনায় পেট্রোল ইঞ্জিনের দক্ষতা বেশি।

কার্নোর চক্র একটি সম্পূর্ণ প্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়া। এ চক্রকে কাজে লাগিয়ে তাপীয় ইঞ্জিন, রেফ্রিজারেটর উভয়ই তৈরি করা যায়। মূলত তাপগতিবিদ্যার দ্বিতীয় সূত্রকে কাজে লাগিয়ে তাপীয় ইঞ্জিন ও রেফ্রিজারেটর তৈরি করা হয়।

তাপীয় ইঞ্জিন গঠনের মূলনীতি :

এমন কোনো তাপীয় ইঞ্জিন নেই যা উচ্চ তাপমাত্রার উৎস থেকে গৃহীত তাপকে সম্পূর্ণরূপে কাজে রূপান্তরিত করতে পারে। এর কিছু অংশ অবশ্যই নিম্ন তাপমাত্রার সিংকে ত্যাগ করতে হয়। এ নীতিকে কাজে লাগিয়েই তাপীয় ইঞ্জিন তৈরি করা হয়।

কেলভিন ও প্লাঙ্কের দেওয়া তাপগতিবিদ্যার দ্বিতীয় সূত্রের মাধ্যমে তাপীয় ইঞ্জিনের মূলনীতি স্পষ্টভাবে তুলে ধরা যায়। তা হলো- "প্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়ায় ক্রিয়া করে এমন কোনো ইঞ্জিন তৈরি করা সম্ভব নয়, যা তাপ উৎস থেকে ত্যাগকৃত তাপের সম্পূর্ণ অংশ কাজে রূপান্তর করতে পারে।"

ইঞ্জিনের দক্ষতা [Efficiency of Engine]

সংজ্ঞা :

ইঞ্জিন একটি চক্রে যে পরিমাণ তাপকে কাজে পরিণত করে এবং তাপ উৎস হতে যে পরিমাণ তাপ শোষণ করে, এদের অনুপাতকে ইঞ্জিনের দক্ষতা বলে।

ইঞ্জিনের দক্ষতা হতে ইঞ্জিন সম্পর্কে যে সকল ধারণা পাওয়া যেতে পারে :

১. ইঞ্জিনের দক্ষতা উৎসের তাপমাত্রা ও তাপগ্রাহকের তাপমাত্রার উপর নির্ভর করে কিন্তু কার্যনির্বাহক পদার্থের উপর নির্ভর করে না।

২. যেহেতু $T_1 > T_1 - T_2$, কাজেই ইঞ্জিনের দক্ষতা কখনই 100% হতে পারে না।

৩. তাপ উৎস ও তাপগ্রাহকের মধ্যবর্তী তাপমাত্রার পার্থক্য যত বেশি হবে ইঞ্জিনের দক্ষতা তত বেশি হবে।

৪. যেকোনো দুটি নির্দিষ্ট তাপমাত্রার মধ্যে কার্যরত সকল প্রত্যগামী ইঞ্জিনের কর্মদক্ষতা সমান হয়।

রেফ্রিজারেটর (Refrigerator)

মূলনীতি :

রেফ্রিজারেটরের মূলনীতি ক্লসিয়াসের সংজ্ঞায়িত তাপগতিবিদ্যার দ্বিতীয় সূত্র পর্যালোচনা করলে জানা যায়। তা হলো-

"এমন কোনো রেফ্রিজারেটর তৈরি করা সম্ভব নয় যা প্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়ায় ক্রিয়া করে নিম্ন তাপমাত্রার সিংক হতে উচ্চ তাপমাত্রার উৎসে কোনো কার্য-সম্পাদন ছাড়া তাপ পরিবহন করতে পারে।"

SPECIAL TOPIC

- **রেফ্রিজারেটর তাপ ইঞ্জিনের একটি বিপরীত যন্ত্র :**

রেফ্রিজারেটরকে তাপ ইঞ্জিনের একটি বিপরীত যন্ত্র হিসেবে বিবেচনা করা হয়। কারণ তাপ ইঞ্জিন উচ্চ তাপমাত্রার উৎস হতে তাপ গ্রহণ করে কার্য সম্পাদন করে এবং অব্যবহৃত তাপ নিম্ন তাপমাত্রার তাপগ্রাহকে বর্জন করে। পক্ষান্তরে রেফ্রিজারেটর নিম্ন তাপমাত্রার উৎস হতে তাপ গ্রহণ করে ও উচ্চ তাপমাত্রার আধারে বর্জন করে। অতএব, রেফ্রিজারেটর তাপ ইঞ্জিনের একটি বিপরীত যন্ত্র।

SPECIAL TOPIC

- **কার্নো ইঞ্জিনের দক্ষতা 100% হওয়া কখনোই সম্ভব নয় :**

কার্নো ইঞ্জিনে একটি তাপ উৎস এবং একটি তাপ গ্রাহক থাকে। তাপ উৎসের তাপমাত্রা (T_1) তাপগ্রাহকের তাপমাত্রা (T_2) অপেক্ষা বেশি হয় বলে তাপের স্থানান্তর সম্ভব হয়।

এক্ষেত্রে দক্ষতার সূত্রটি, $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \times 100\%$

যেহেতু সমীকরণে $T_1 > (T_1 - T_2)$, কাজেই ইঞ্জিনের দক্ষতা কখনোই 100% হতে পারে না। তবে, তাপ উৎস এবং তাপগ্রাহকের তাপমাত্রার পার্থক্য বাড়িয়ে ইঞ্জিনের দক্ষতা বৃদ্ধি করা সম্ভব।

আবার, $\eta = 100\%$ হলে $1 - \frac{T_2}{T_1} = 1$ বা, $\frac{T_2}{T_1} = 0$ বা, $T_2 = 0$ বা, $T_1 = \infty$

অর্থাৎ তাপগ্রাহকে কোনো তাপ বর্জিত হবে না এবং তাপ উৎসের তাপমাত্রা অসীম হতে হবে, যা অসম্ভব। তাই কোনো ইঞ্জিনের দক্ষতা 100% হওয়া সম্ভব নয়।

SPECIAL TONIC

- **তাপমাত্রা হ্রাস পেলে কার্নো ইঞ্জিনে দক্ষতা বৃদ্ধি পায় :**

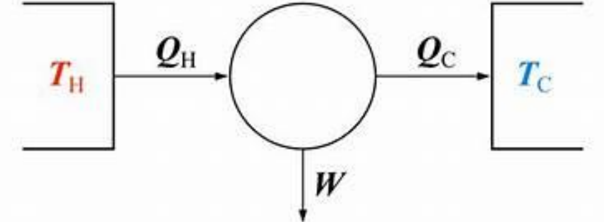
কার্নো ইঞ্জিনে একটি তাপ উৎস ও একটি তাপগ্রাহক থাকে। তাপ উৎসের তাপমাত্রা T_1, তাপগ্রাহকের তাপমাত্রা T_2 অপেক্ষা বেশি হওয়ায় তাপের স্থানান্তর হয়।

এক্ষেত্রে, দক্ষতা, $\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$

তাপমাত্রা হ্রাস পেলে অর্থাৎ T_2 এর মান কমে গেলে $(T_1 - T_2)$ এর মান বৃদ্ধি পাবে। সুতরাং, কার্নো ইঞ্জিনের দক্ষতা বৃদ্ধি পাবে।

HOME WORK

- একটি কার্নো ইঞ্জিনের দক্ষতা 40%। যদি এর তাপ গ্রাহকের তাপমাত্রা $7°C$ হয় তবে উৎসের তাপমাত্রা কত?



- একটি কার্নো ইঞ্জিন $500\,K$ তাপমাত্রায় তাপ উৎস থেকে $1500\,J$ তাপ গ্রহণ করে এবং তাপগ্রাহকে $750\,J$ তাপ বর্জন করে। তাপগ্রাহকের তাপমাত্রা ও ইঞ্জিনের দক্ষতা নির্ণয় কর।
- একটি তাপীয় ইঞ্জিনের কার্যকর বস্তু প্রতিবার উৎস হতে যে পরিমাণ তাপ গ্রহণ করে, কাজ সম্পন্ন রার পর তার 70% তাপ বর্জন করে। ইঞ্জিনটির কর্মদক্ষতা নির্ণয় কর।
- একটি তাপ ইঞ্জিনের কার্যকর বস্তু $400\,K$ তাপমাত্রার উৎস হতে $840\,J$ তাপ গ্রহণ করে শীতল আধারে $630\,J$ তাপ বর্জন করে। ইঞ্জিনের দক্ষতা ও শীতল আধারের তাপমাত্রা নির্ণয় কর।
- একটি কার্নো ইঞ্জিন যখন $27°C$ তাপমাত্রায় তাপগ্রাহকে থাকে তখন এর কর্মদক্ষতা 50%। একে 60% দক্ষ করতে হলে এর উৎসের তাপমাত্রা কত বাড়াতে হবে ?
- $27°C$ এবং $160°C$ তাপমাত্রাদ্বয়ের মধ্যে কার্যরত একটি কার্নো ইঞ্জিনে $8.4 \times 10^4\,J$ তাপশক্তি সরবরাহ করা হলো। ইঞ্জিনটির দক্ষতা নির্ণয় কর। ইঞ্জিনটি কতটুকু তাপশক্তিকে কাজে রূপান্তরিত করতে পারবে?

HOME WORK

- একটি রেফ্রিজারেটরের কার্যকৃত সহগ $K = 4.6$। এটি ঠাণ্ডা প্রকোষ্ঠ হতে প্রতি চক্রে $250\,J$ তাপ অপসারণ করলে (i) প্রতি চক্রে রেফ্রিজারেটর চালনার জন্য কী পরিমাণ কাজ সরবরাহ করতে হবে ? (ii) কী পরিমাণ তাপ প্রতি চক্রে বর্জন করবে ?
- একটি রেফ্রিজারেটর $-70°C$ তাপমাত্রার তাপাধার হতে $3500\,J$ তাপ গ্রহণ করে এবং উচ্চতর তাপমাত্রার তাপাধারে $5200\,J$ তাপ বর্জন করে। রেফ্রিজারেটরের কার্যকৃত সহগ নির্ণয় কর। তাপাধারের উচ্চতর তাপমাত্রা কত হবে ?
- একটি ইঞ্জিন $3400\,J$ তাপ গ্রহণ করে ও $2400\,J$ তাপ বর্জন করে। ইঞ্জিনটি দ্বারা সম্পাদিত কাজের পরিমাণ ও ইঞ্জিনের দক্ষতা নির্ণয় কর।
- একটি ইঞ্জিনের কার্যকর বস্তু যত জুল তাপ উৎস হতে গ্রহণ করে, কাজ সম্পন্ন হবার পর তার 30% তাপ বর্জন করে। ইঞ্জিনটির কর্মদক্ষতা নির্ণয় কর।
- একটি ইঞ্জিনের দক্ষতা 80%। এটি সিংকে $400\,J$ তাপ বর্জন করলে, উচ্চ তাপমাত্রার তাপাধার থেকে কী পরিমাণ তাপ গ্রহণ করবে?
- একটি কার্নো ইঞ্জিন $1500\,K$ তাপমাত্রার উৎস থেকে $2.56 \times 10^6\,J$ তাপশক্তি গ্রহণ করে তাপগ্রাহকে $5.12 \times 10^5\,J$ তাপশক্তি বর্জন করে। তাপগ্রাহকের তাপমাত্রা ও ইঞ্জিনের দক্ষতা নির্ণয় কর।

HOME WORK

- একটি রেফ্রিজারেটরে $0°C$ এর $1\ kg$ পানি রাখা আছে। একে $0°C$ এর বরফে পরিণত করতে চাইলে কি পরিমাণ তাপ কক্ষে বর্জিত হবে? যেখানে কক্ষ তাপমাত্রা $27°C$। এজন্য সম্পাদিত কাজের পরিমাণ এবং রেফ্রিজারেটরের কার্যকৃত সহগ বের কর।
- একটি রেফ্রিজারেটরের মোটর হতে প্রতি সেকেন্ডে প্রাপ্ত শক্তি $200\ J$। এর ফ্রিজিং কক্ষের তাপমাত্রা এবং বাহিরের বায়ুর তাপমাত্রা $27°C$ হলে, আদর্শ দক্ষতায় $10\ min$ এ সর্বোচ্চ কি পরিমাই তাপ ফ্রিজিং কক্ষ হতে নিষ্কাশিত হবে?

এন্ট্রপি ও বিশৃঙ্খলা [Entropy and Disorder]

এন্ট্রপি (Entropy)

গ্রিক শব্দ 'a turning toward' থেকে Entropy (এন্ট্রপি) শব্দটিকে নেওয়া হয়েছে (in + tropy অর্থ a turning)।

সংজ্ঞা :

রুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়ায় বস্তুর যে তাপীয় ধর্ম অপরিবর্তিত থাকে, তাকে এনট্রপি বলে।

এনট্রপির একক :

T এর একক কেলভিন এবং dQ এর একক জুল। অতএব, এনট্রপির পরিবর্তন dS এর এস.আই একক জুল/কেলভিন (JK^{-1}) এবং মাত্রা সমীকরণ : $[S] = [ML^2T^{-2}\theta^{-1}]$



ক্লসিয়াস

এন্ট্রপির তাৎপর্য (Significance of Entropy) :

১. এনট্রপি একটি প্রাকৃতিক রাশি যার মান তাপ ও পরম তাপমাত্রার অনুপাতের সমান।

$$dS = \frac{dQ}{T}$$

২. এটি বস্তুর একটি তাপীয় ধর্ম যা তাপ সঞ্চালনের দিক নির্দেশ করে।

৩. এন্ট্রপি একটি বস্তুর তাপগতীয় অবস্থা নির্ধারণে সহায়তা করে।

৪. এন্ট্রপিকে বস্তুর তাপীয় জড়তা হিসেবে বিবেচনা করা হয়।

৫. এটি তাপ, চাপ, আয়তন, অভ্যন্তরীণ শক্তি, চুম্বকীয় অবস্থার ন্যায় কোনো বস্তুর অবস্থা প্রকাশ করে।

৬. এটিকে কোনো ভৌত রাশি দ্বারা প্রকাশ করা যায় না।

৭. এনট্রপি বৃদ্ধি পেলে বস্তু শৃঙ্খল অবস্থা হতে বিশৃঙ্খল অবস্থায় পরিণত হয়।

৮. তাপমাত্রা ও চাপের ন্যায় একে অনুভব করা যায় না।

৯. একে ক্যালরি/ডিগ্রি এককে প্রকাশ করা যায়।

১০. পরমশূন্য তাপমাত্রায় এনট্রপির মান শূন্যের দিকে অগ্রসর হয়।

SPECIAL TONIC

- **এন্ট্রপির পরিবর্তন অবস্থানের ওপর নির্ভরশীল, পথের নির্ভরশীল নয়।**

ধরা যাক, একটি বস্তু A অবস্থা হতে B অবস্থায় 1 নং পথে গিয়ে পুনরায় B অবস্থা হতে 2 নং পথে A অবস্থায় ফিরে এলো।

সম্পূর্ণ পরিবর্তনের জন্য এনট্রপির পরিবর্তন $\int_A^B (dS)_1 + \int_B^A (dS)_2$ । কিন্তু পথ দুটি দ্বারা একটি প্রত্যাগামী চক্রের সৃষ্টি হয়েছে। এ চক্রের জন্য এনট্রপির মোট পরিবর্তন শূন্য।

$$\therefore \int_A^B (dS)_1 + \int_B^A (dS)_2 = 0$$

বা, $\int_A^B (dS)_1 = -\int_B^A (dS)_2$

বা, $\int_A^B (dS)_1 = \int_A^B (dS)_2$

SPECIAL TOPIC

এই সমীকরণটি হতে এটি বুঝা যায় যে, A অবস্থা হতে B অবস্থায় 1 নং বা 2 নং এর যেটিই ব্যবহার করা হোক না কেনএনট্রপির পরিবর্তন সমান থাকে। অতএব এনট্রপির পরিবর্তন পথ নির্ভরশীল নয়।

$$\frac{dQ}{S} = T \rightarrow dS = \frac{dQ}{T}$$

SPECIAL TOPIC

- **মহাবিশ্বের এনট্রপি চরমের দিকে অগ্রসর হচ্ছে।**

আমরা জানি অপ্রত্যাগামী প্রক্রিয়ায় এনট্রপি বৃদ্ধি পায় এবং মহাবিশ্বের অধিকাংশ প্রক্রিয়াই অপ্রত্যাগামী প্রক্রিয়া। বিভিন্ন বস্তুর মধ্যে তাপমাত্রার পার্থক্য থাকলে তাপের পরিবহন, বিকিরণ প্রভৃতি অপ্রত্যাগামী প্রক্রিয়াসমূহ অব্যাহতভাবে চলতে থাকে। ফলে মহাবিশ্বের এন্ট্রপি ক্রমাগত বেড়েই চলছে।

ধরা যাক, কোনো একটি সিস্টেমে দুটি বস্তু যথাক্রমে T_1 ও T_2 $(T_1 > T_2)$ তাপমাত্রায় আছে। যেহেতু $(T_1 > T_2)$, তাই এদের মধ্যেতাপের পরিবহন বা বিকিরণ ঘটবে। T_1 তাপমাত্রার বস্তুটি dQ পরিমাণ তাপ হারালে , তাপমাত্রার বস্তুটি তা গ্রহণ করে।

সুতরাং গরম বস্তু কর্তৃক হারানো এন্ট্রপি $= \frac{dQ}{T_1}$ এবং শীতল বস্তু কর্তৃক গৃহীত এন্ট্রপি $= \frac{dQ}{T_2}$

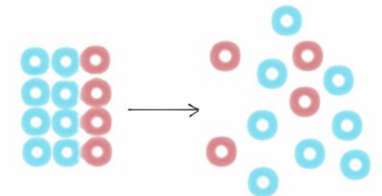
সিস্টেমে অর্জিত মোট এন্ট্রপি, $dS = \frac{dQ}{T_2} - \frac{dQ}{T_1} = dQ\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right)$ $T_1 > T_2$ বলে এ dS একটি ধনাত্মক রাশি। অর্থাৎ পরিবহন বা বিকিরণ প্রক্রিয়ায় এন্ট্রপি বৃদ্ধি পায়। অতএব বলা যায়, মহাবিশ্বের এপি ক্রমাগত বেড়েই চলছে।

গাণিতিক সমস্যা

- **$100\ {}^{\circ}C$ তাপমাত্রার $5\ kg$ পানিকে $100^{\circ}C$ তাপমাত্রার বাষ্পে পরিণত করতে এন্ট্রপির পরিবর্তন কত নির্ণয় কর। পানির বাষ্পীভবনের আপেক্ষিক সুপ্ততাপ $2.26 \times 10^6 Jkg^{-1}$।**

$$dQ_2 = ml_v = 5 \times 2.26 \times 10^6$$

$$dS = \frac{dQ}{T} = \frac{5 \times 2.26 \times 10^6}{373}$$



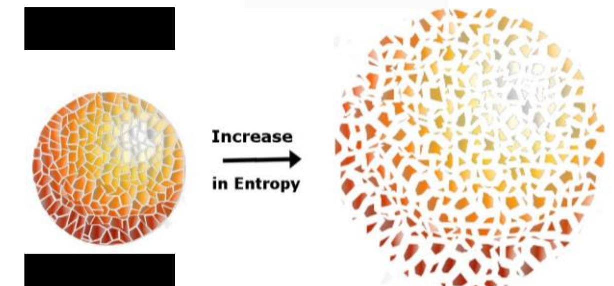
গাণিতিক সমস্যা

- $10°C$ তাপমাত্রার $5\ kg$ পানিকে $100°C$ তাপমাত্রায় উন্নীত করতে এনট্রপির পরিবর্তন নির্ণয় কর।

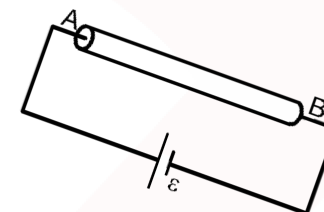
$$dQ = mS\Delta\theta$$

$$dS = \frac{mS\Delta T}{T}$$

$$= \int_{T_1}^{T_2} mS\frac{dT}{T} = mS\ ln\frac{T_2}{T_1} = 5 \times 4200 \times ln\frac{373}{283}$$







Current Eclectricity





চল তড়িৎ
(রোধের উপর তাপমাত্রার প্রভাব)

$0°C$ তাপমাত্রায় পরিবাহীর রোধ R_0

$\theta°C$ তাপমাত্রায় পরিবাহীর রোধ R_θ

$$R_\theta = R_0(1 + \propto \theta)$$

এখানে, $R_\theta = \theta°C$ তাপমাত্রায় $R_0 = 0°C$ তাপমাত্রায়

Notice: $0°C$ তাপমাত্রায় নিতে হবে অবশ্যই।

চল তড়িৎ (রোধের উপর তাপমাত্রার প্রভাব)

❖ $\propto$ এর একক কী?

Ans : $°C^{-1}$

জ্ঞানমূলক : রোধের উচ্চতা সহগ বা তাপমাত্রা গুণাঙ্ক কাকে বলে?

চল তড়িৎ (রোধের উপর তাপমাত্রার প্রভাব)

❖ ∝ এর একক কী?

Ans : $°C^{-1}$

অনুধাবনমূলক : এলুমিনিয়ামের রোধের তাপমাত্রা গুণাঙ্ক $3.9 \times 10^{-3} °C^{-1}$ বলতে কি বোঝায়?

Mathmatical Problem

❖ স্বাভাবিক তাপমাত্রা (25°C) এ টাংস্টেন তারের রোধ 65 Ω 250°C তাপমাত্রায় এ তারের রোধ কত? রোধের গুণাঙ্ক $\propto = 4.5 \times 10^{-3} °C^{-1}$ [সি.বো ১৯, কু.বো ১০]

Solve :

$$R_{25} = 65 = R_0(1 + \propto \times 25) \ldots \ldots \ldots (i)$$

$$R_{250} = R_0(1 + \propto \times 250) \ldots \ldots \ldots (ii)$$

এখন $ii \div i$ করে পাই,

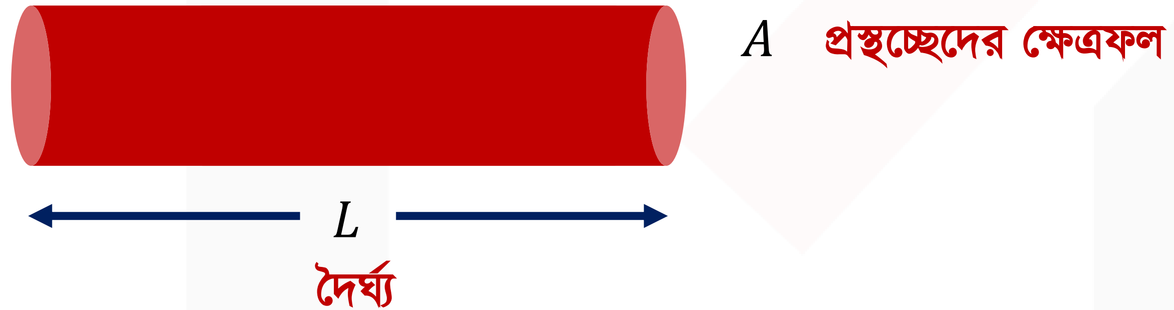
$$\frac{R_{250}}{R_{25}} = \frac{R_0(1 + \propto \times 250)}{R_0(1 + \propto \times 25)}$$

$$\rightarrow \frac{R_{250}}{65} = \frac{(1 + 250 \times 4.5 \times 10^{-3})}{(1 + 25 \times 4.5 \times 10^{-3})}$$

$$\rightarrow R_{250} = 124.15\,\Omega$$ **(Ans)**

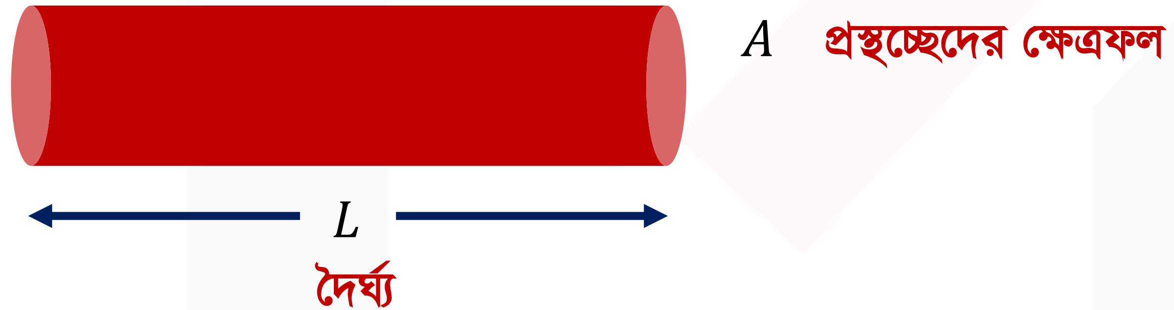
রোধ (Resistance)

i) দৈর্ঘ্যের সূত্র : $R \propto L$ [তাপমাত্রা, উপাদান, A স্থির]



রোধ (Resistance)

ii) **ক্ষেত্রফলের সূত্র :** $R \propto \frac{1}{A}$ [তাপমাত্রা, উপাদান, L স্থির]



$\therefore R \propto \frac{L}{A}$ [তাপমাত্রা, উপাদান,স্থির]

Combined, $R = \rho \frac{L}{A}$

ρ = আপেক্ষিক রোধ

Notice : ρ নির্ভর করে উপাদান, তাপমাত্রার উপর

অনুধাবনমূলক : আপেক্ষিক রোধ কী?

গাণিতিক সমস্যা

❖ একই উপাদানে তৈরি দুটি সমমানের রোধের দৈর্ঘ্যের অনুপাত 2 : 3। রোধ দুটির ব্যাসের অনুপাত কত?

Solve :

উপাদান, ρ same | $L_1 : L_2 = 2 : 3 ; R_1 = R_2$

$$\therefore R_1 : R_2 = 1 \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{\rho \frac{L_1}{A_1}}{\rho \frac{L_2}{A_2}} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{\frac{L_1}{A_1}}{\frac{L_2}{A_2}} = 1$$

গাণিতিক সমস্যা

❖ একই উপাদানে তৈরি দুটি সমমানের রোধের দৈর্ঘ্যের অনুপাত 2 : 3। রোধ দুটির ব্যাসের অনুপাত কত?

Solve :

$$\Rightarrow \frac{L_1}{L_2} \times \frac{A_1}{A_2} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{\pi\left(\frac{d_1}{2}\right)^2}{\pi\left(\frac{d_2}{2}\right)^2}$$

গাণিতিক সমস্যা

❖ একই উপাদানে তৈরি দুটি সমমানের রোধের দৈর্ঘ্যের অনুপাত 2 : 3। রোধ দুটির ব্যাসের অনুপাত কত?

Solve :

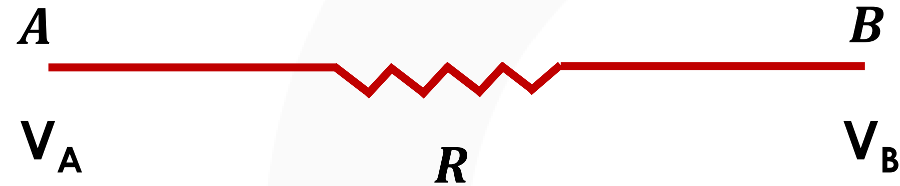
$$\Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{(d_1)^2}{(d_2)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{d_1}{d_2} = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$\therefore d_1 : d_2 = \sqrt{2} : \sqrt{3}$$

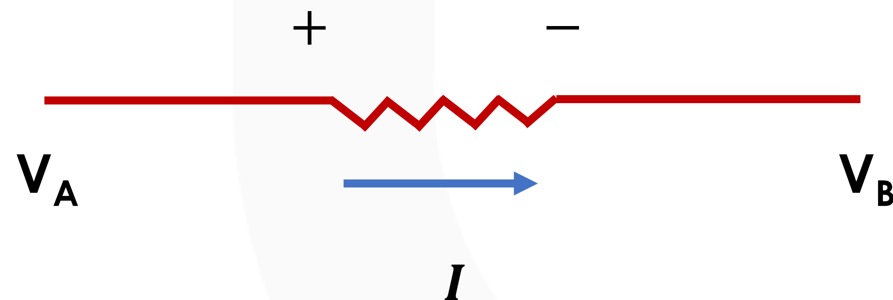
(Ans)

ওহমের সূত্র (Ohm's Law)

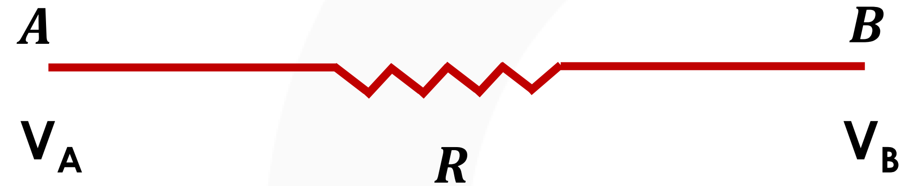


$V_A > V_B$ হলে, Current A হতে B এর দিকে

তখন, $V_A - V_B = \Delta V = IR$

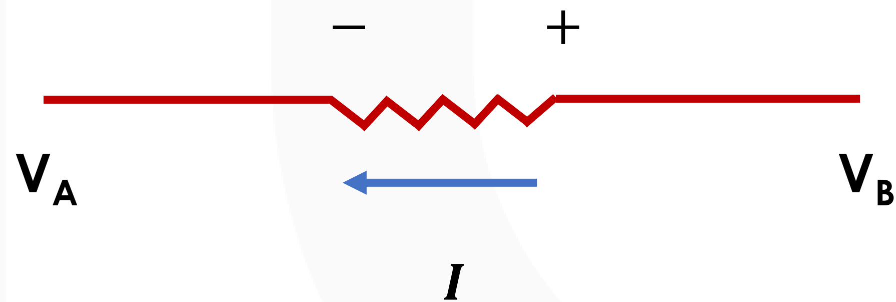


ওহমের সূত্র (Ohm's Law)



$V_B > V_A$ হলে, Current B হতে A এর দিকে

তখন, $V_B - V_A = \Delta V = IR$



ওহমের সূত্র (Ohm’s Law)

Notice : Current যে দিক দিয়ে প্রবেশ করবে সেদিকে (+) আর যেদিক দিয়ে নির্গত হবে, সেদিকে (–) হবে।

পরিবাহীতা : রোধের বিপরীত, $G = \frac{1}{R}$ বলতে কি বোঝায়?

একক Siemens

বিদ্যুৎ শক্তি ও ক্ষমতা

একক কোনো বৈদ্যুতিক যন্ত্র বা উৎসের কাজ করার সামর্থ্যকে বিদ্যুত শক্তি বলে।

$$W = VQ = VIt = I^2Rt = \frac{V^2}{R}t$$

ক্ষমতা :

$$P = \frac{W}{t}$$

$$\therefore P = \frac{V^2}{R} = VI = I^2T$$

একক - ওয়াট

বিদ্যুৎ শক্তি ও ক্ষমতা

শক্তি :

কাজ এর সমান, $W = Pt$

একক, $\rightarrow$ $S.I = Joule$

কিন্তু ব্যবহারিক একক, $= kwh = unit$

তাই, $W = Pt$ এ

P নিবে kw এ

t নিবে $hour$ এ

গাণিতিক সমস্যা

❖ একটি হিটারকে $220V$ সরবরাহ লাইনে যুক্ত করলে এর মধ্য দিয়ে $2A$ বিদ্যুত প্রবাহিত হয়। হিটারটি 100 ঘন্টা ব্যবহার করলে কৃতকাজের মান কত?

Solve :

$$W = VIt = 220V \times 2A \times (100 \times 3600)s$$

$$= 1.584 \times 10^8 j$$

HOME WORK

- কোনো একটি বাড়িতে 100W এর 10টি বাহি, 60W এর 5 টি বাতি এবং 3kw এর একটি হিটার আছে। বাতিগুলো প্রতিদিন 6 ঘন্টা জ্বলে এবং হিটার দৈনিক 2 ঘন্টা চলে। জানুয়ারী মাসে ঐ বাড়িতে কত ইউনিট বিদ্যুত ব্যয় হয়? $(Ans : 427.8\ unit)$

- 220V সরবরাহ লাইনে ব্যবহার করতে হবে এরকম দুটি বাতির একটি 200W এবং অন্যটি 100W ক্ষমতা যুক্ত। বাতি দুটিকে শ্রেণী সমবায়ে 200V মেইনসে যুক্ত করা হলো। এরা প্রত্যেকে কত ক্ষমতা ব্যয় করবে? $(Ans : P_1 = 22.2W; P_2 = 44.4W)$

তড়িৎ প্রবাহের দরূণ উৎপন্ন তাপ

$$W = IR^2t = \frac{V^2}{R}t = VIt$$

সম্পূর্ণ কাজ যদি Heat এ Change হয় তাহলে

$$W = H = IR^2t = \frac{V^2}{R}t = VIt$$

$H = IR^2t$ হতে,

t, R স্থির থাকলে, $H \propto t \therefore \frac{H_1}{t_1} = \frac{H_2}{t_2} = k_1$

R, t স্থির থাকলে, $H \propto I^2 \therefore \frac{H_1}{I^2{}_1} = \frac{H_2}{I^2{}_2} = k_2$

I, t স্থির থাকলে, $H \propto R \therefore \frac{H_1}{R_1} = \frac{H_2}{R_2} = k_3$

গাণিতিক সমস্যা

❖ 100Ω রোধের একটি নিমজ্জক উত্তাপককে $2.50kg$ পানিতে ডুবিয়ে $5A$ প্রবাহ চালনা করলে কত সময় পর তাপমাত্রা 24℃ বৃদ্ধি পাবে?

Solve :

$$H = I^2Rt$$

$$H = MS\Delta Q$$

$$\therefore I^2Rt = MS\Delta Q$$

গাণিতিক সমস্যা

❖ **100Ω রোধের একটি নিমজ্জক উত্তাপককে 2.50kg পানিতে ডুবিয়ে 5A প্রবাহ চালনা করলে কত সময় পর তাপমাত্রা 24℃ বৃদ্ধি পাবে?**

Solve :

$$\therefore I^2Rt = MS\Delta Q$$

$$\Rightarrow t = \frac{MS\Delta Q}{I^2R}$$

$$= \frac{2.5 \times 4200 \times 24}{5^2 \times 100}$$

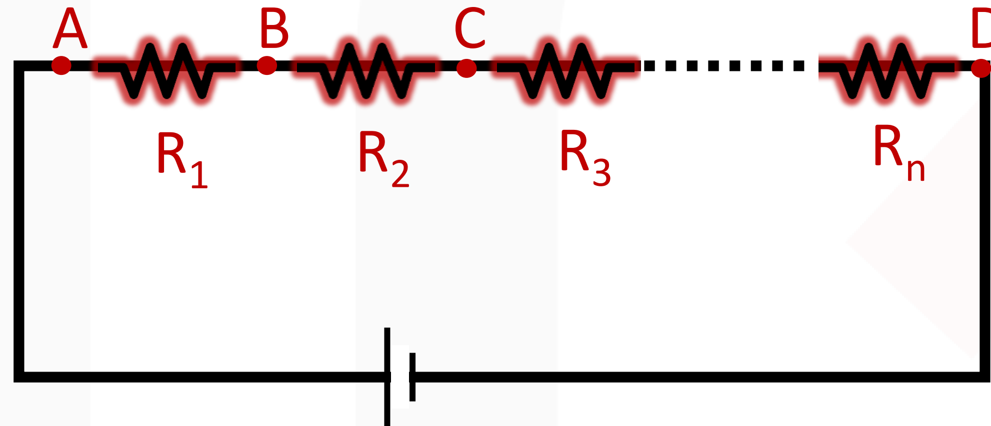
$$= 100.8s$$

$$= 1\,\text{min}\,40\,s$$

(Ans)

রোধের সমবায় (Combination of Resistances)

❑ শ্রেণী সমবায় (Series Combination)

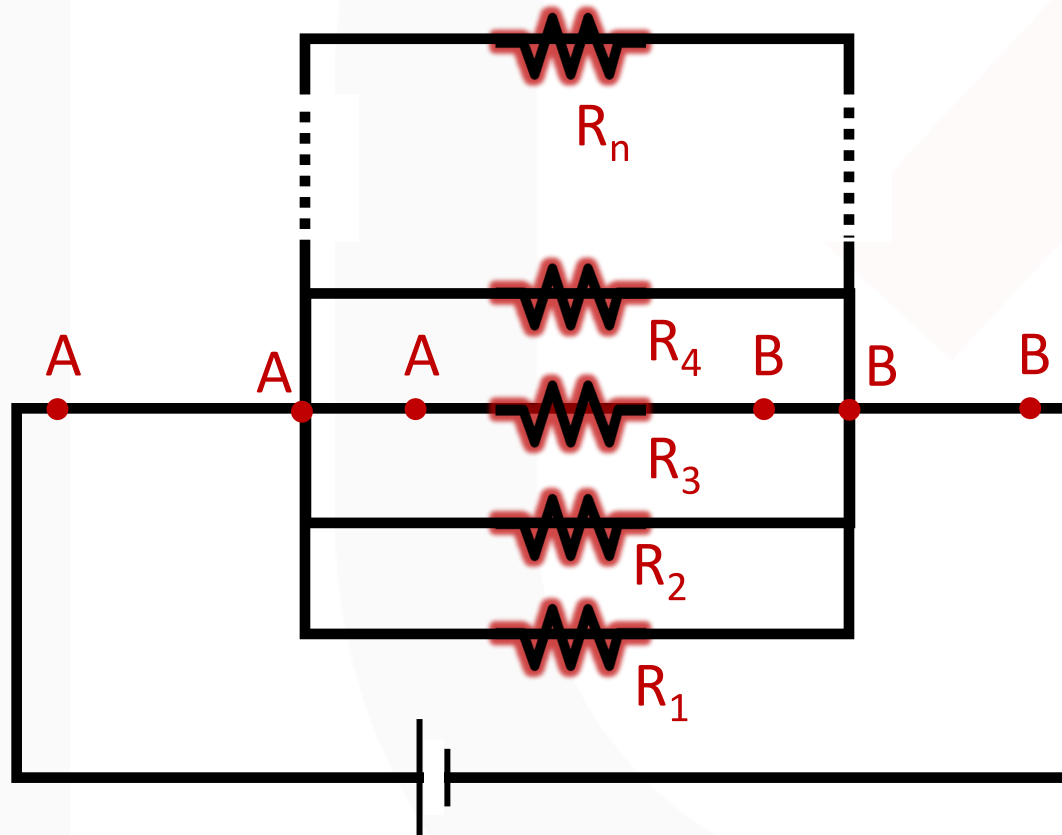


শর্ত : একাধিক রোধের মধ্য দিয়ে একই current যেতে হবে। (Voltage আলাদা হতে পারে নাও হতে পারে।)

Notice : $R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + \ldots \ldots \ldots \ldots + R_N = R_{eq}$

রোধের সমবায় (Combination of Resistances)

❑ সমান্তরাল সমবায় (Parallel Combination)



DOWNLOAD THE APP

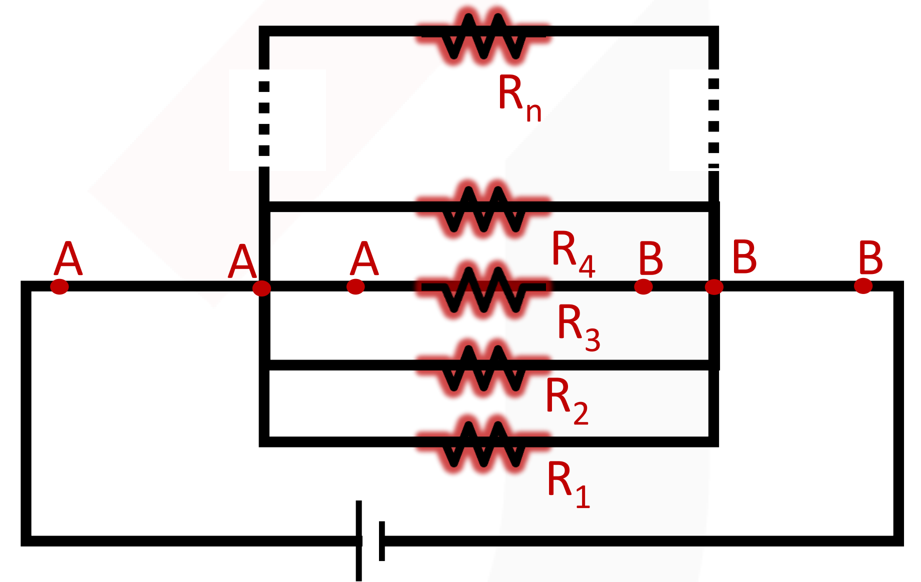
রোধের সমবায় (Combination of Resistances)

10 MINUTE SCHOOL

❑ সমান্তরাল সমবায় (Parallel Combination)

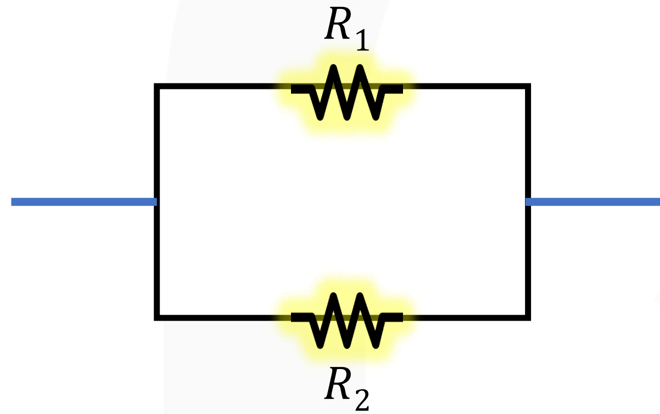
শর্ত : রোধগুলোর ওপর পার্শ্বে **voltage** পার্থক্য same হবে। (**Current** আলাদা হবে নাও হতে পারে।

❖ তুল্য রোধ R_{eq} হলে , $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots \ldots \ldots + \frac{1}{R_n}$



Notice : তুল্যরোধ প্রতিটি **individual** রোধের চেয়ে ছোট হবে।

❑ Technique for 2 Parallel Resistances

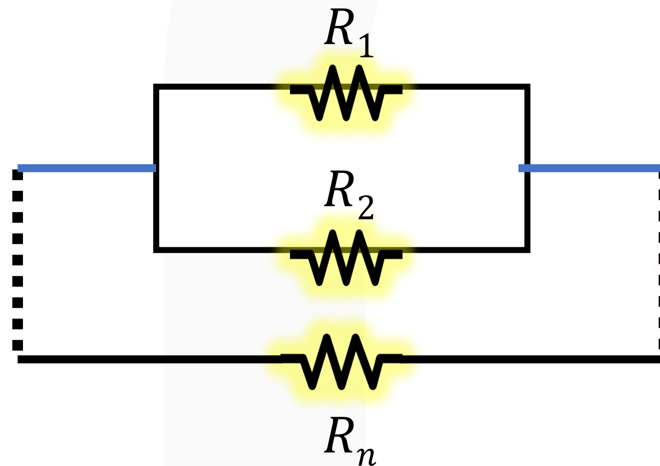


এখানে, $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$

$$\therefore \frac{1}{R_{eq}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$\therefore R_{eq} = \frac{\text{রোধদ্বয়ের গুণফল}}{\text{রোধদ্বয়ের যোগফল}}$$

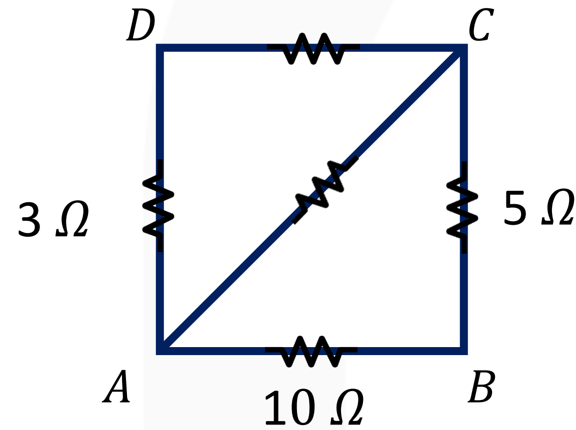
❑ Technique for 2 Parallel Resistances of same value :



এখানে, $R_1 = R_2 = R_3 =\ldots\ldots\ldots=R_n = R$ হলে, $R_{eq} = \frac{R}{n}$ হবে।

তুল্য রোধ নির্ণয়

1) Solved in class :



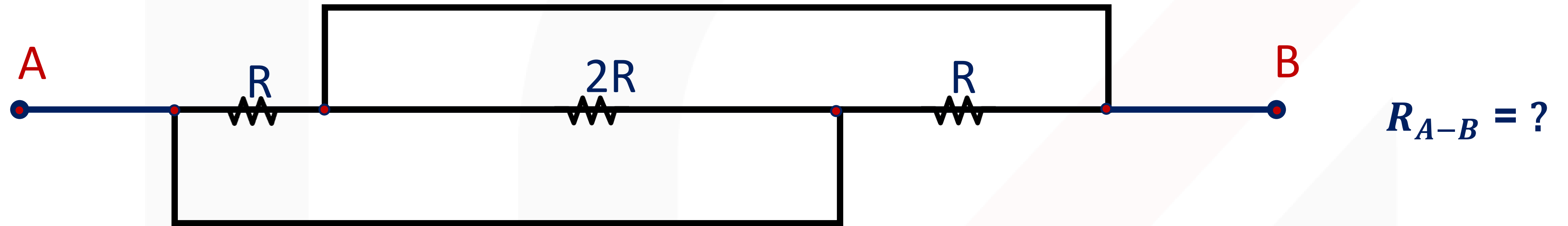
a) R_{A-B} = ?

b) R_{A-c} = ?

c) R_{A-D} = ?

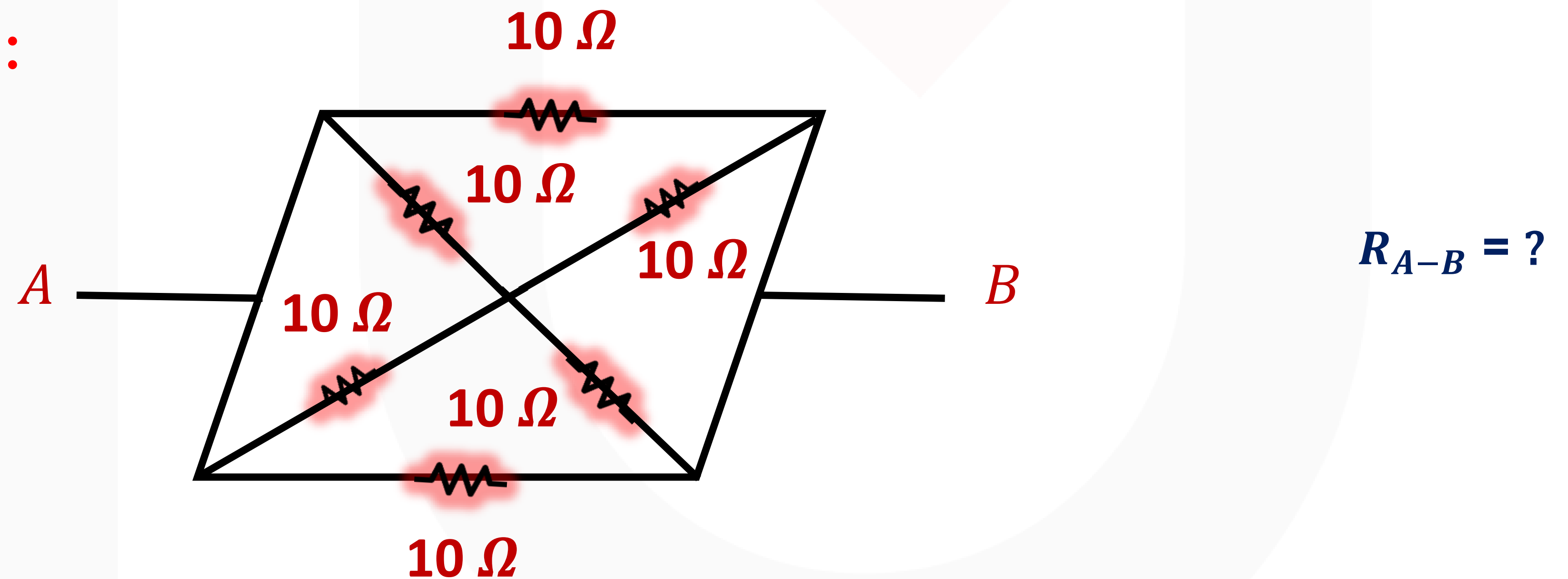
তুল্য রোধ নির্ণয়

2) Solved in class :



$R_{A-B} = ?$

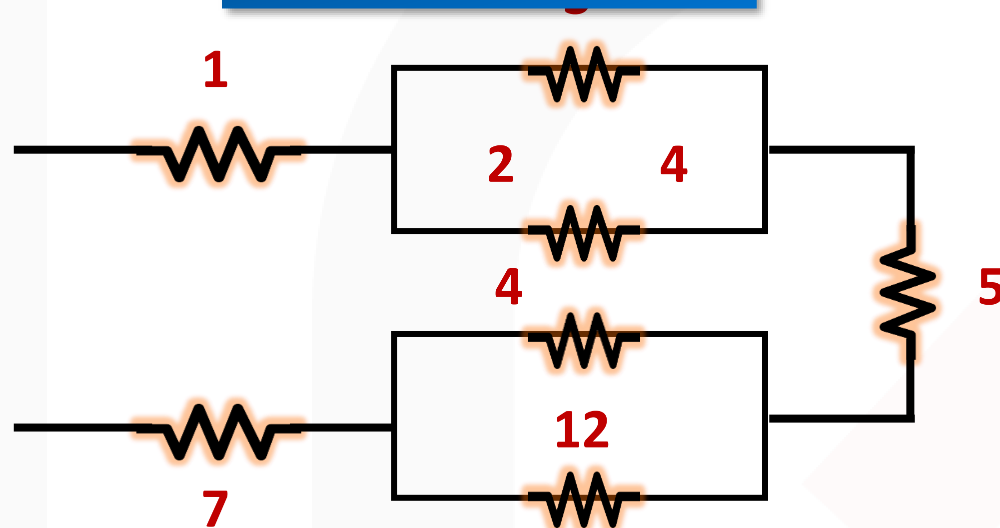
3) Solved in class :



$R_{A-B} = ?$

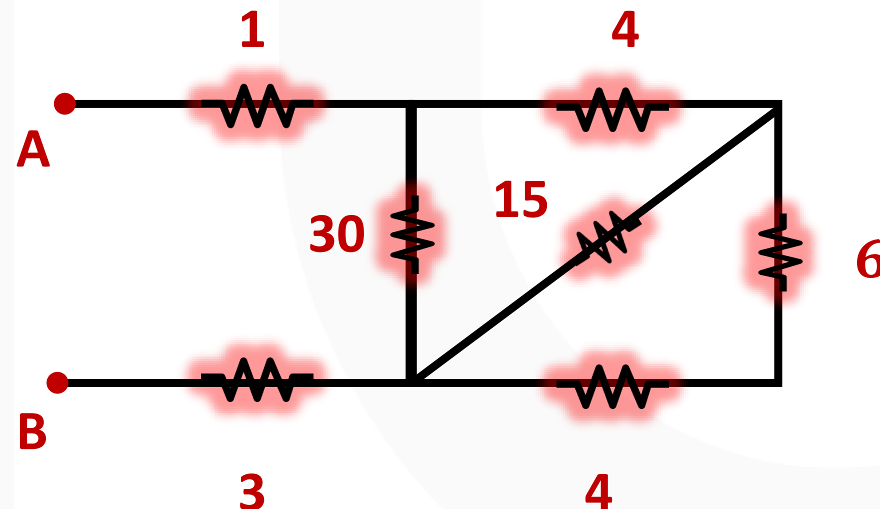
তুল্য রোধ নির্ণয়

4) Solved in class :



$R_{A-B} = ?$

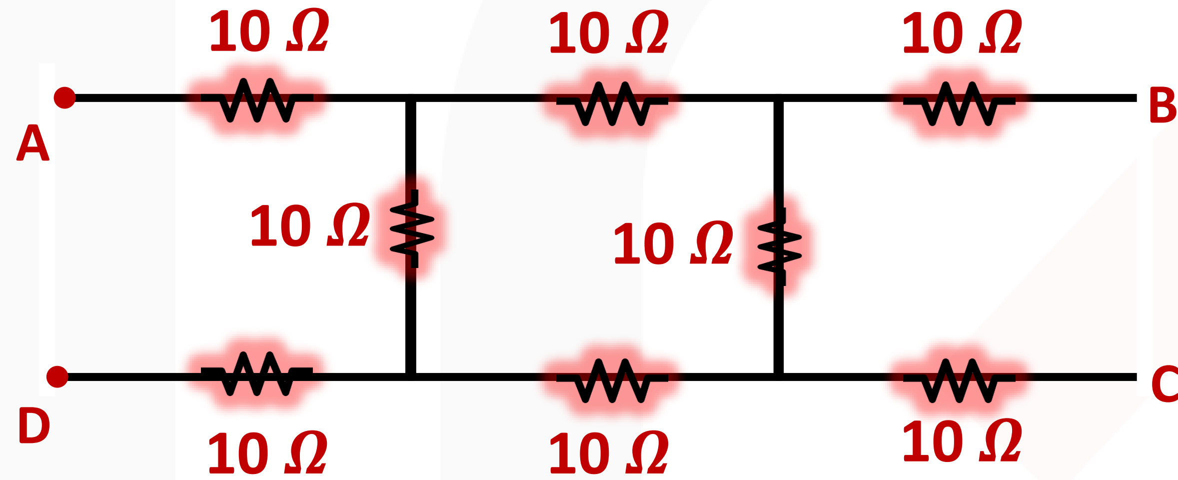
5) Solved in class :



$R_{A-B} = ?$

তুল্য রোধ নির্ণয়

6) Solved in class :



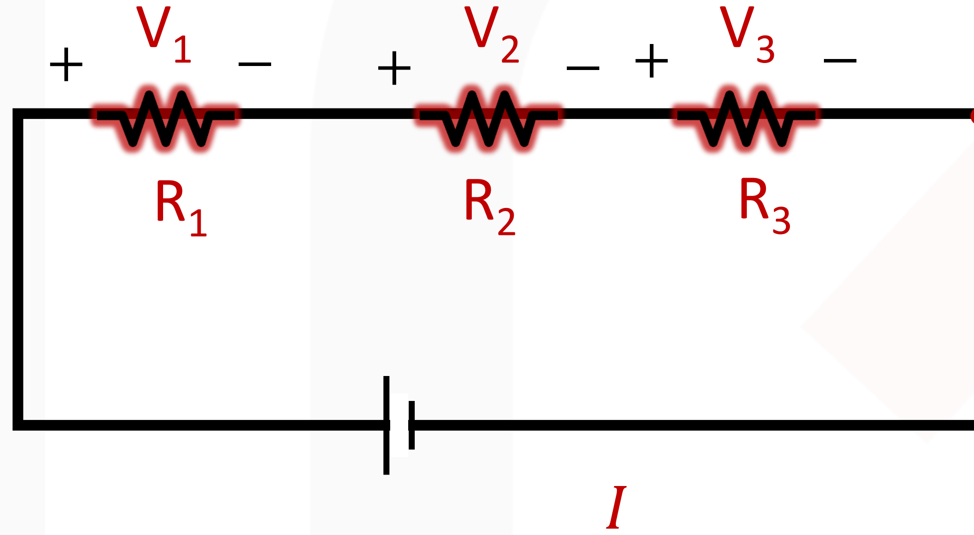
(Concept of floating point)

a) $R_{A-B} = ?$

b) $R_{C-A} = ?$

শ্রেণী বর্তনী (Series Circuit)

শর্ত : Current same, কিন্তু voltage same হতেও পারে, আলাদা-ও হতেও পারে।

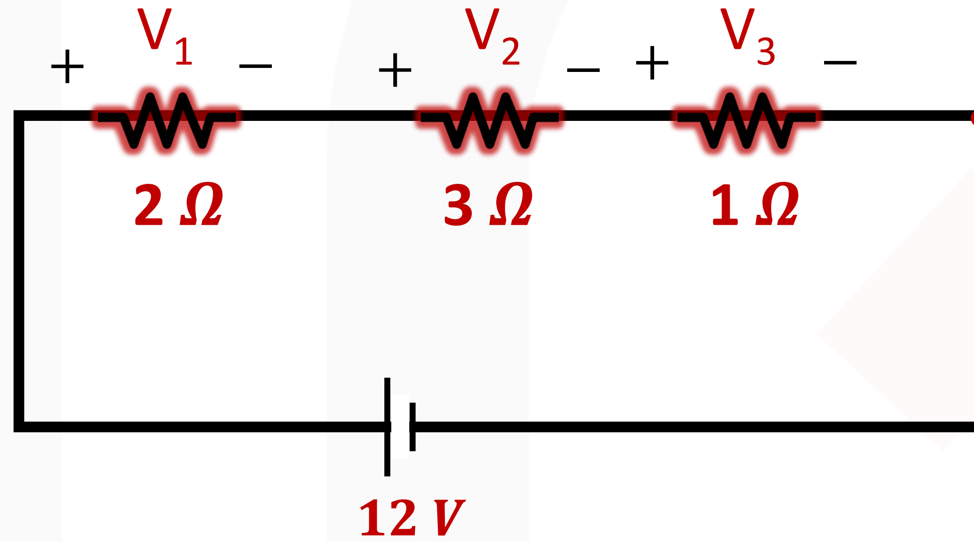


- $I = \frac{V}{R_1+R_2+R_3}$
- $V_1 = IR_1 = \frac{R_1}{R_1+R_2+R_3}V$
- $V_2 = \frac{R_2}{R_1+R_2+R_3}V$
- $V_3 = \frac{R_3}{R_1+R_2+R_3}V$

Voltage Divider Law

শ্রেণী বর্তনী (Series Circuit)

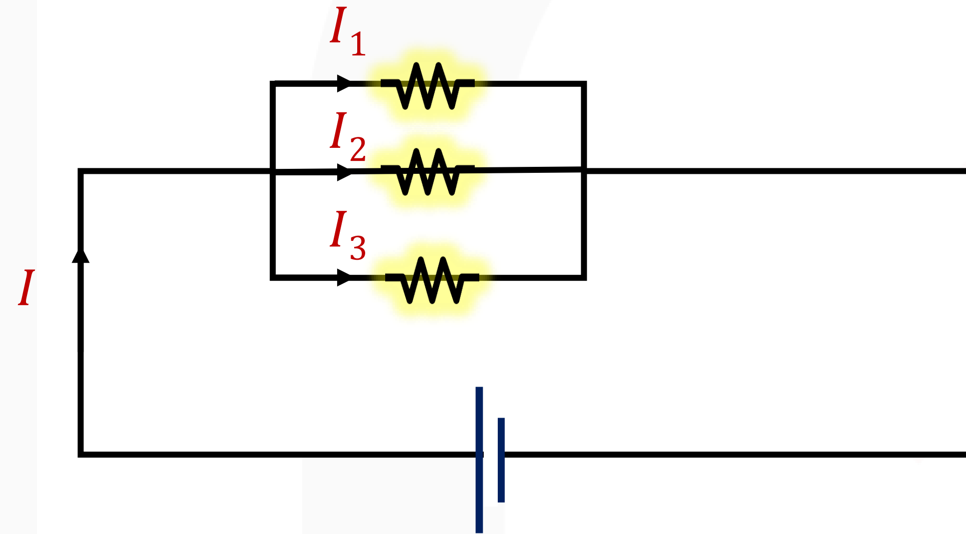
নিচের বর্তনীতে V_1, V_2, V_3 বের কর।



Ans : $V_1 = 4V;\ V_2 = 6V;\ V_3 = 2V$

সমান্তরাল বর্তনী (Parallel Circuit)

শর্ত : Voltage same, কিন্তু current same হতেও পারে, না-ও হতে পারে।



❖ $I_1 = \dfrac{\frac{1}{R_1}}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}} \times I$

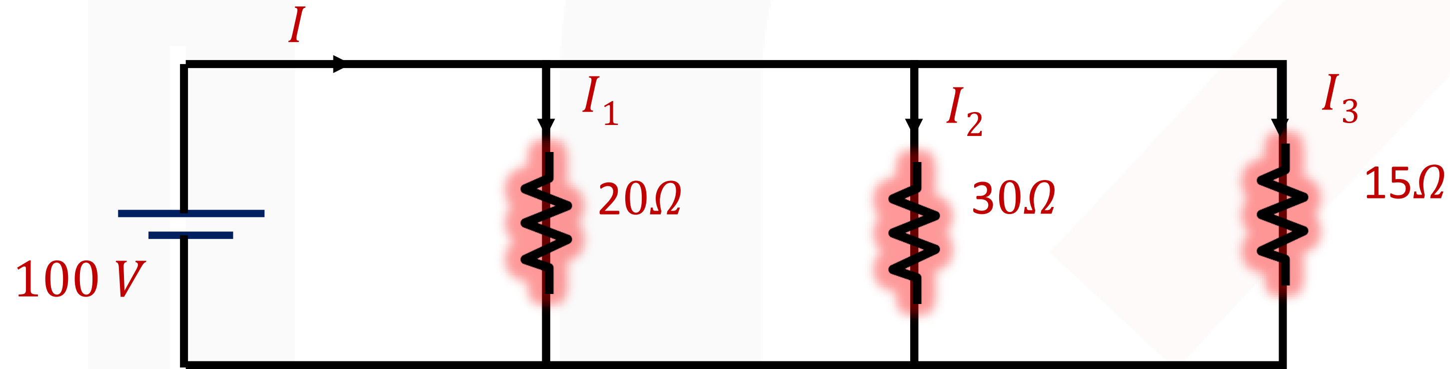
❖ $I_2 = \dfrac{\frac{1}{R_2}}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}} \times I$

❖ $I_3 = \dfrac{\frac{1}{R_3}}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}} \times I$

Current Divider

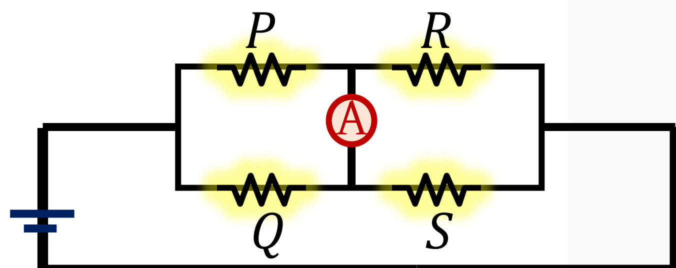
সমান্তরাল বর্তনী (Parallel Circuit)

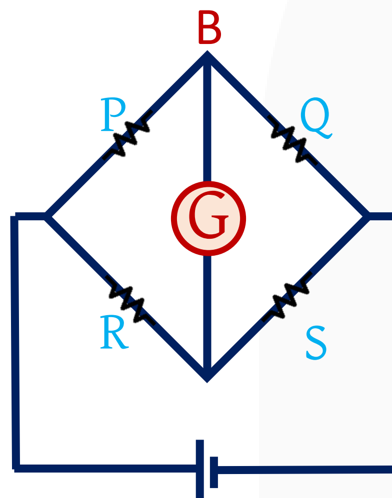
নিচের বর্তনীতে I, I_1, I_2, I_3 মানগুলো নির্ণয় কর।

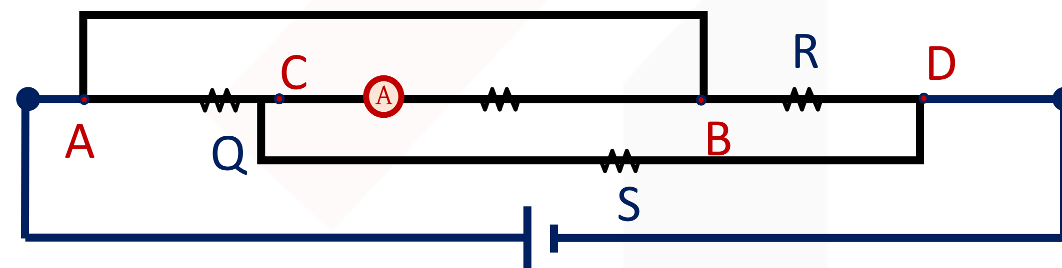


Ans : $I_1 = 15A;\ I_2 = 3.33A;\ I_3 = 6A$

Whitestone Bridge





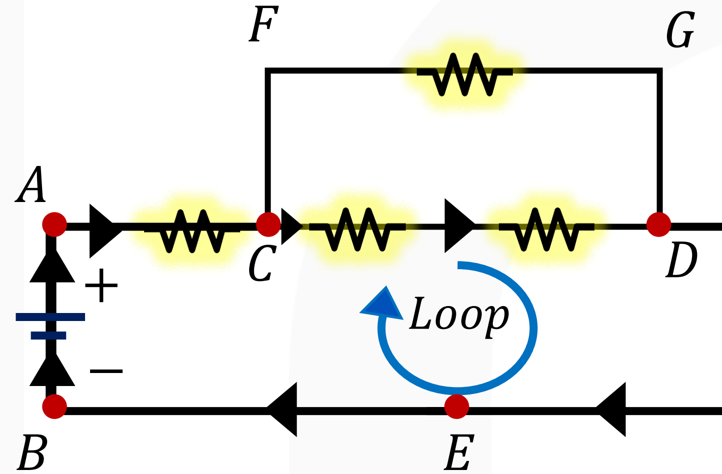


❑ কার্শফের সূত্র (Kirchoff's Law)

1) Current Law (KCL)→ ***Junction***

2) Voltage Law (KVL)→ ***Loop***

❑ Loop



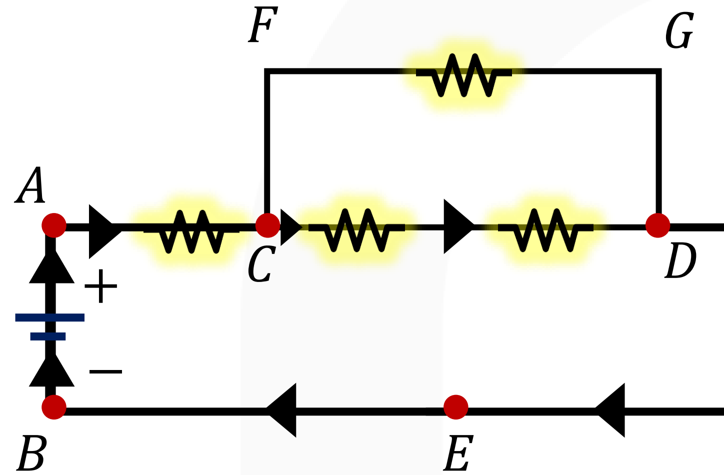
❖ **ACFGDCA→ Loop নয়**

এই বর্তনীতে Loop :

- ACDEB
- C → F → G → D → C (CFGDC)
- A → C → F → G → D → E → B → A

❖ Loop বানানোর সময় একবারই একইদিকে যাওয়া যাবে।

❑ Junction



- ✓ একাধিক পথের সমন্বয়
- ✓ 'C' একটি জাংশন
- ✓ 'D' একটি জাংশন

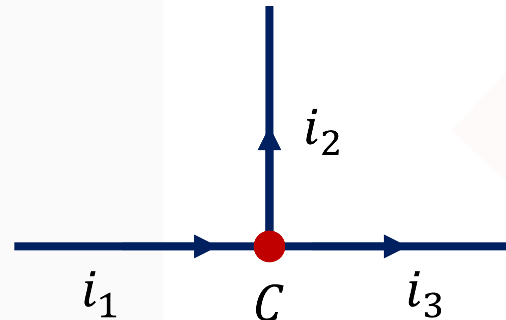
KCL

At omy Junction

✓ $\in$ ***incoming cuurent*** $=$ $\in$ ***outgoing vurrent***

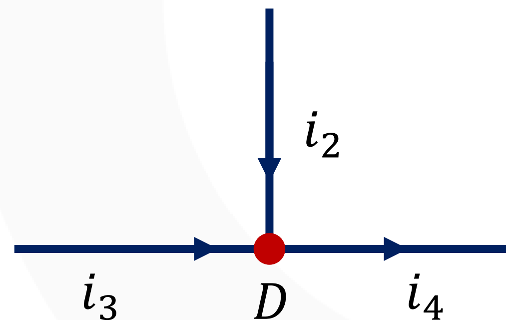
C) $i_1 = i_2 + i_3$

or, $i_1 - i_2 - i_3 = 0$

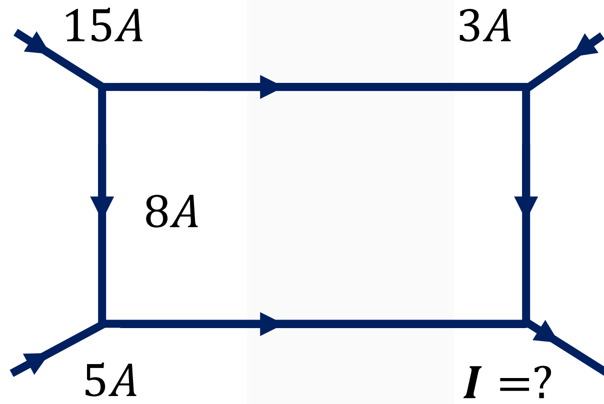


D) $i_2 = i_3 + i_4$

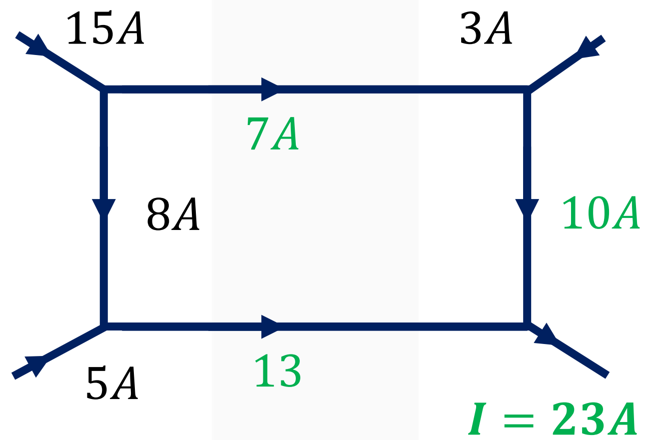
or, $i_2 - i_3 - i_4 = 0$



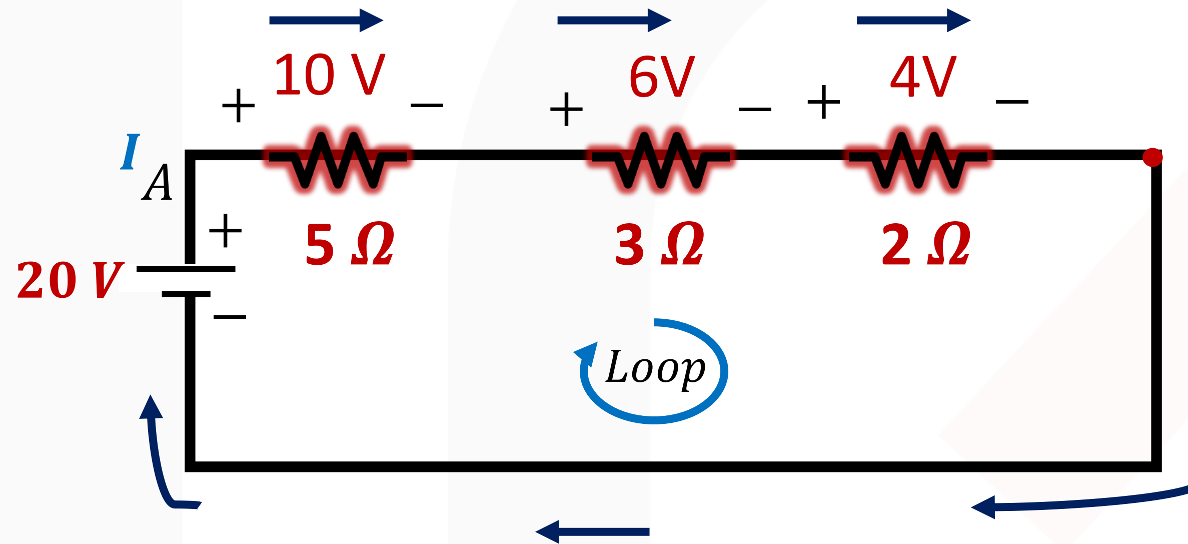
প্রশ্ন



উত্তর



❑ KVL



✓ 20 = 10 + 6 + 4 → +10 + 6 + 4 – 20 = 0 (Clockwise)

✓ W = VQ (E = W) (শক্তি = কাজ) (V = IR)

❑ KVL Application :

- A point এ : $i_1 = i_2 + i_3$
- B point এ : $i_2 = i_3 + i_1$ or, $i_1 - i_2 - i_3 = 0\ (ii)$

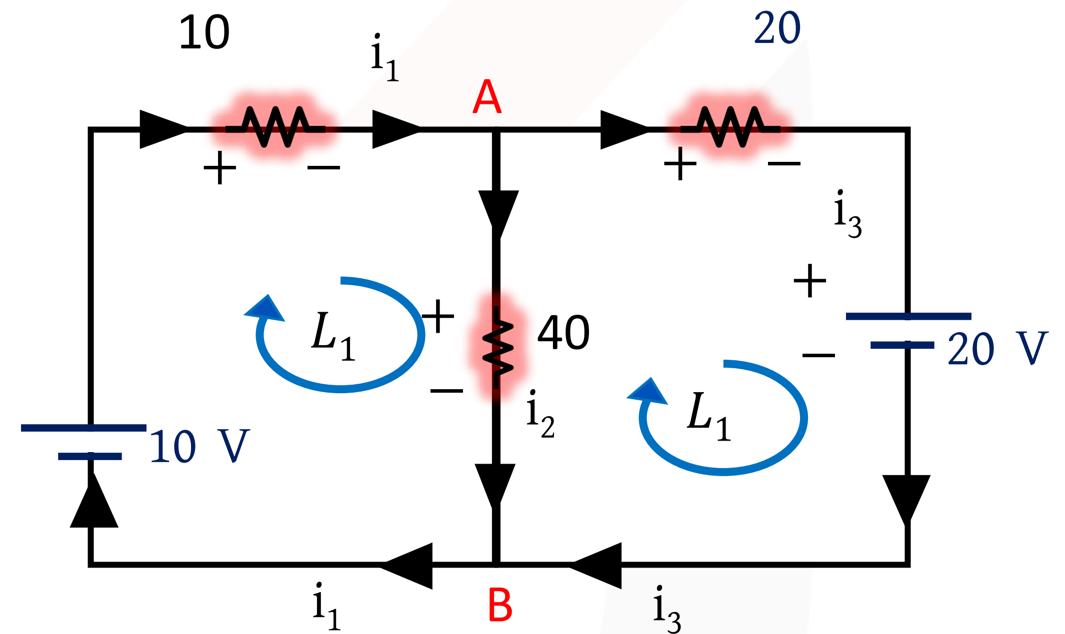
Loop-1 এ KVL apply করে :

$+10i_1 + 40i_2 - 10 = 0$ or, $+10i_1 + 40i_2 + 0i_3 = 10$ (ii)

Loop-2 এ KVL apply করে :

$+20i_3 + 20 - 40i_2 = 0$ or, $+0i_1 - 40i_2 + 20i_3 = -20$ (iii)

Answer : $i_1 = {}^{-1}/_7\,A,\ \ i_2 = {}^{2}/_7\,A,\ \ i_3 = {}^{-3}/_7\,A$



- একেকটি লাইন বরাবর একেকটি কারেন্ট ধরে নিব।
- কারেন্ট এর দিক নিয়ে কোনো প্যারা নেই।
- KCL APPLY করবো। (যেকোনো একটি Junction-এ)
- Loop এ KVL apply করতে হবে।
- KVL apply করার সময় সবকিছু +, - দিয়ে চিহ্নিত করে নিতে হবে।
- রোধ, ধারক, ব্যাটারী।

গাণিতিক সমস্যা

Question : $E_1,\ E_2 = ?$

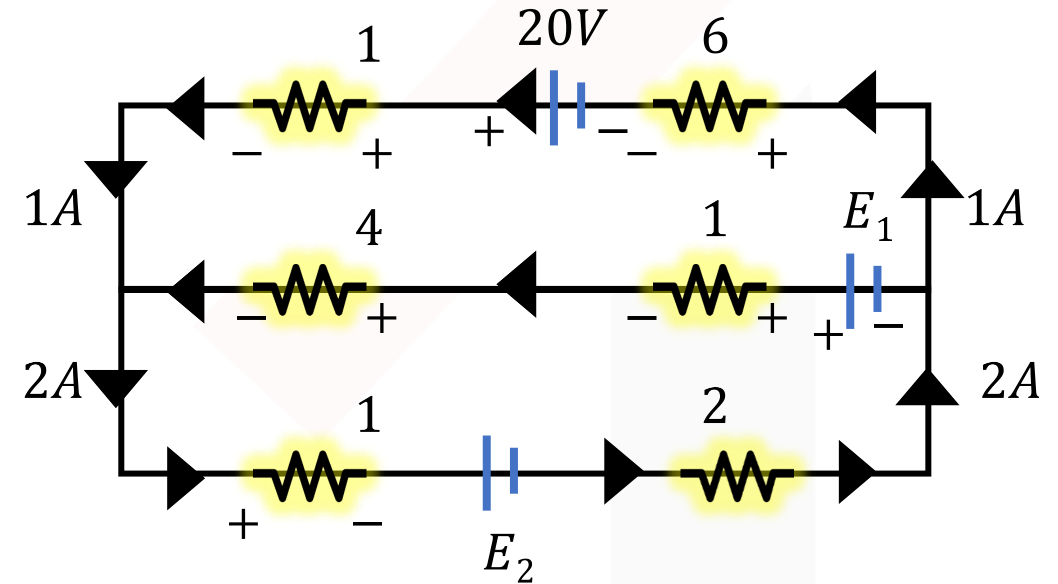
Loop-1 এ KVL apply করে :

$-(1\times 1) + 20 - (6\times 1) - E_1 + (1\times 1) + (4\times 1) = 0$

or, $-1 + 20 + 6 - E_1 + 1 + 4 = 0$

or, $18 - E_1 = 0$

$\therefore E_1 = 18V$



গাণিতিক সমস্যা

Question : E_1, $E_2 = ?$

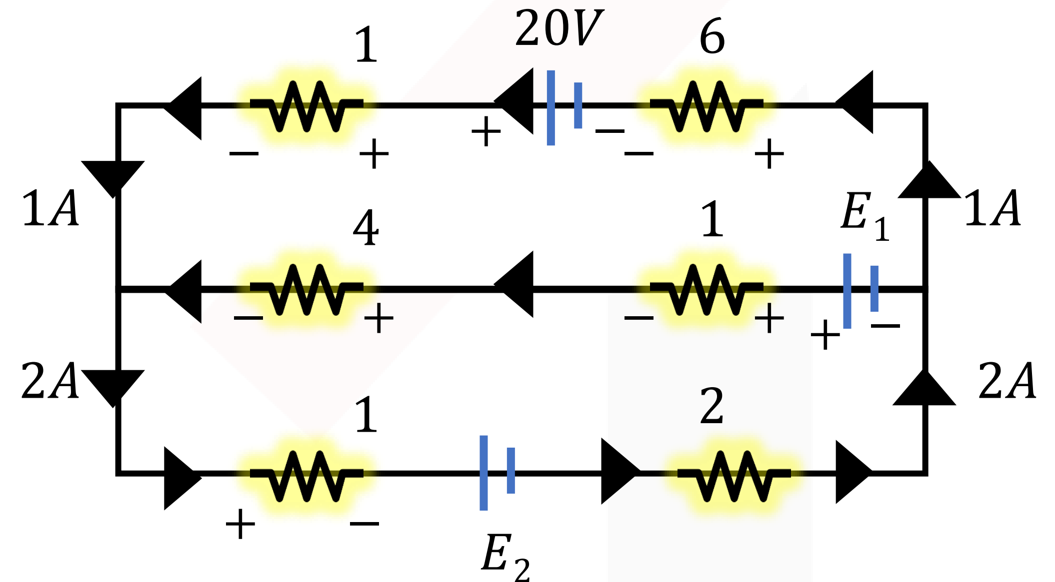
Loop-2 এ KVL apply করে :

$-(4\times 1) - (1 \times 1) + E_1 - (2 \times 2) - E_2 - (1 \times 2) = 0$

or, $-1 + 20 + 6 - E_1 + 1 + 4 = 0$

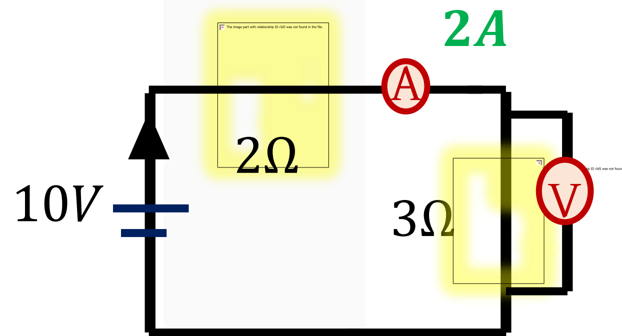
or, $18 - E_1 = 0$

$\therefore E_2 = 7V$



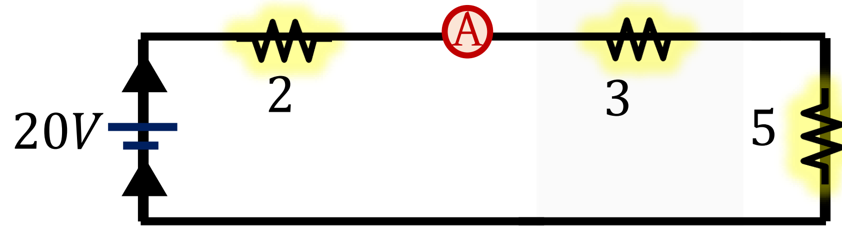
- Ammeter (in series) → Ampere Meter → Current মাপতে ব্যবহার

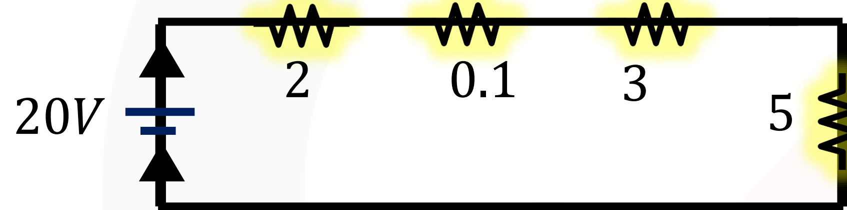
- Voltmeter (in parallel) → Volt Meter → Voltage মাপতে ব্যবহার

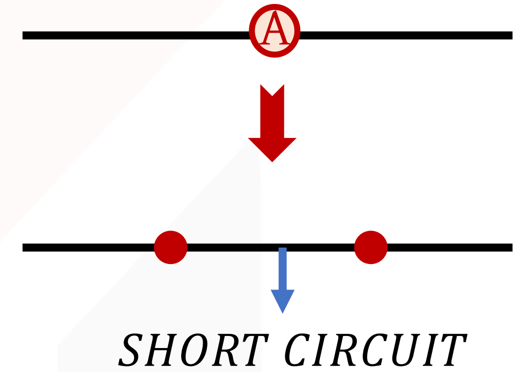


$$I = \frac{10}{2+3} = 2A$$

❑ Ammeter series এ বসাতে হবে:





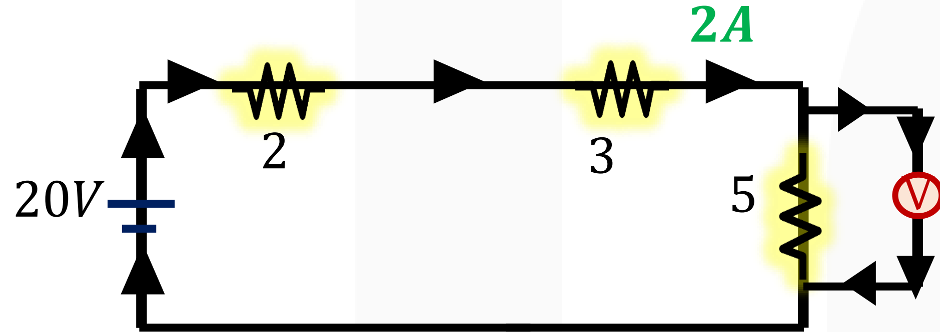


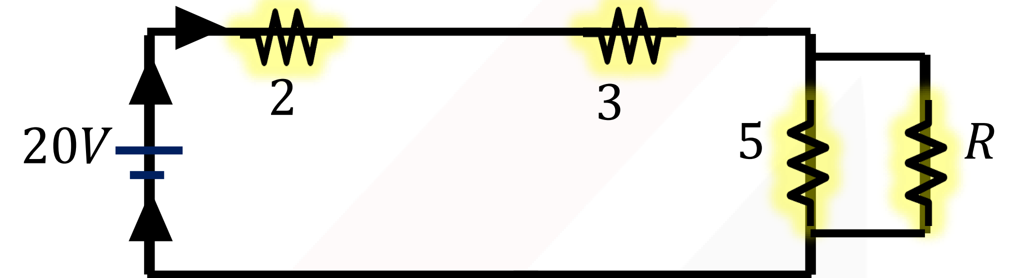
$$I = \frac{20}{2+3+5} = 2A$$

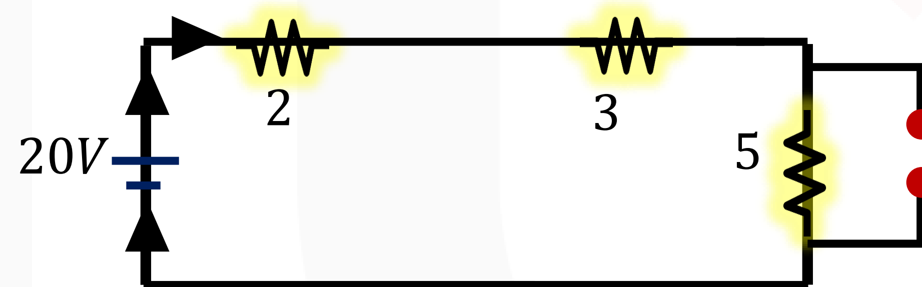
$$I = \frac{20}{2+1+3+5} < 2A$$

- Ideal Ammeter হচ্ছে শূন্য রোধ
- Theoritically Ammeter এর রোধ = 0
- রোধ বলা না থাকলে ধরে নিবো আদর্শ রোধ

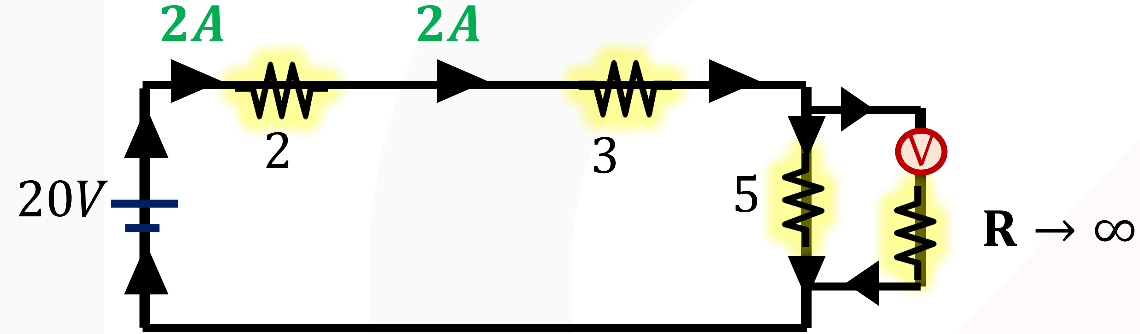
- Voltmeter parallel এ বসাতে হবে:







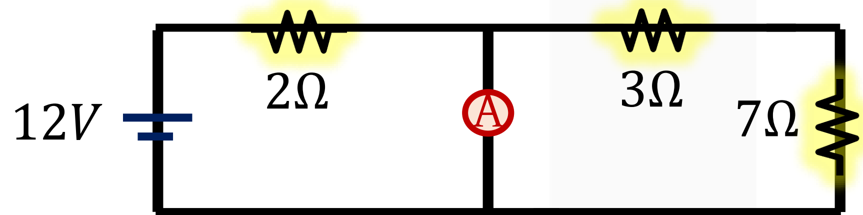
❑ বাস্তব ক্ষেত্রে :

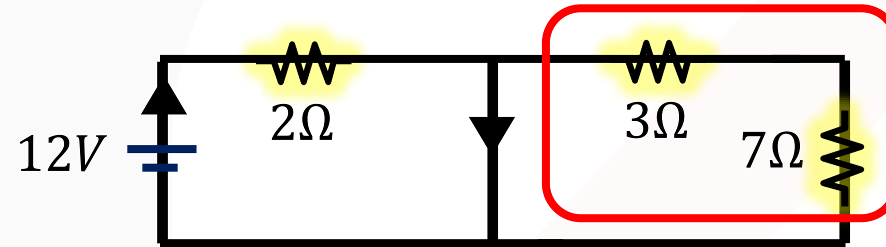


✓ $I = \frac{V}{R} = \frac{V}{R \to \infty} \therefore I \to 0$

✓ Voltmeter এর মধ্যে খুব বড় মানের রোধ থাকে

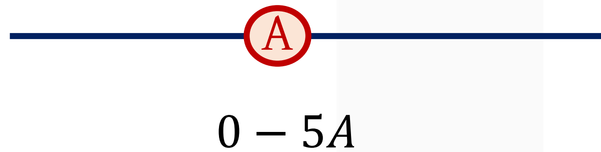
➢ Ammeter এর reading = ?

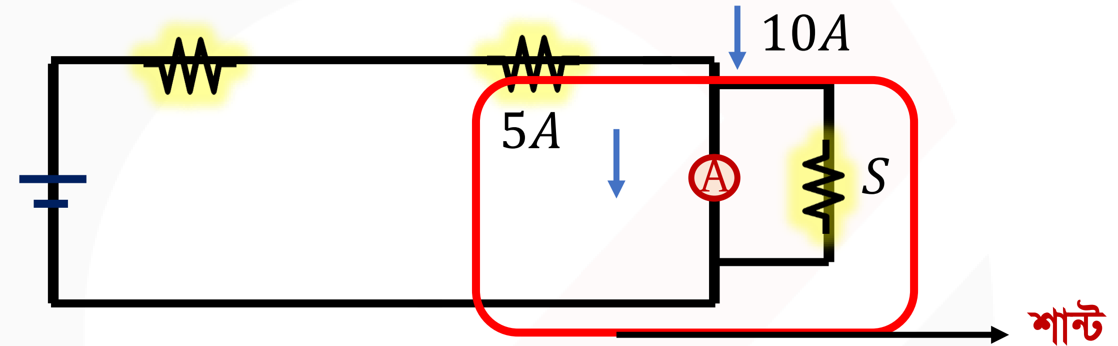




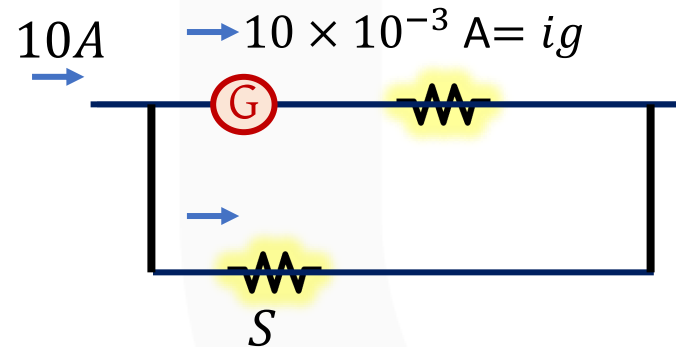
❖ $I = \frac{12}{2} = 6A$

❑ Ammeter এর পাল্লা বৃদ্ধি





❖ 100Ω রোধের একটি গ্যালভানোমিটার 10mA পর্যন্ত তড়িৎ প্রবাহ নিরাপদে গ্রহণ করতে পারে। 10A তড়িৎ প্রবাহ মাপার জন্য কত রোধের শান্ট দরকার? [V = IR]

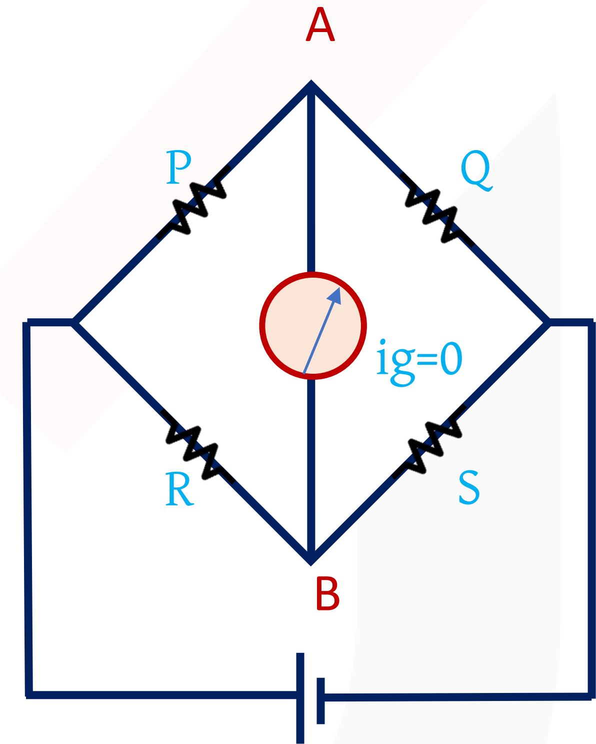


$$10\times10^{-3}\times100=(10-10\times10^{-3})\times S$$
$$\therefore S=0.1\Omega$$

❑ Whitestone Bridge :

যদি, $V_A = V_B$ তাহলে, $i_g = 0$ (ব্রীজ সাম্যাবস্থায় আছে।)

- $V_A = V_B$ এর শর্ত : $\frac{P}{Q} = \frac{R}{S} \rightarrow \frac{P}{R} = \frac{Q}{S}$

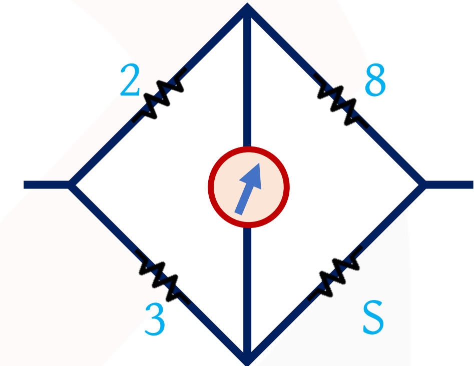


গাণিতিক সমস্যা

❑ Case-1 :

Question : S এর মান কত হলে ব্রীজ সাম্যাবস্থায়?

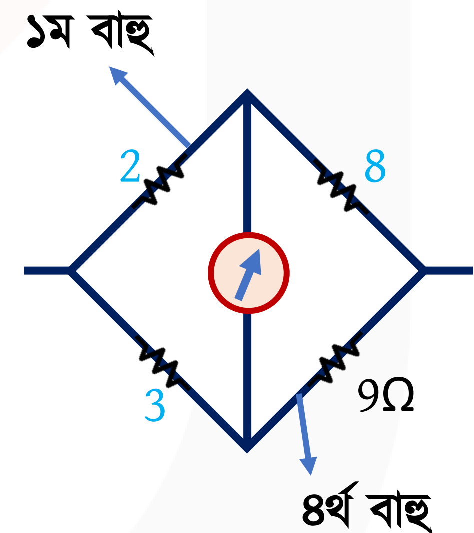
Answer : $\frac{2}{3} = \frac{8}{S} \quad \therefore S = 12$



❑ Case-2 :

Question : চতুর্থ বাহুতে কী পরিবর্তন করলে ব্রীজ সাম্যাবস্থায় আসবে?

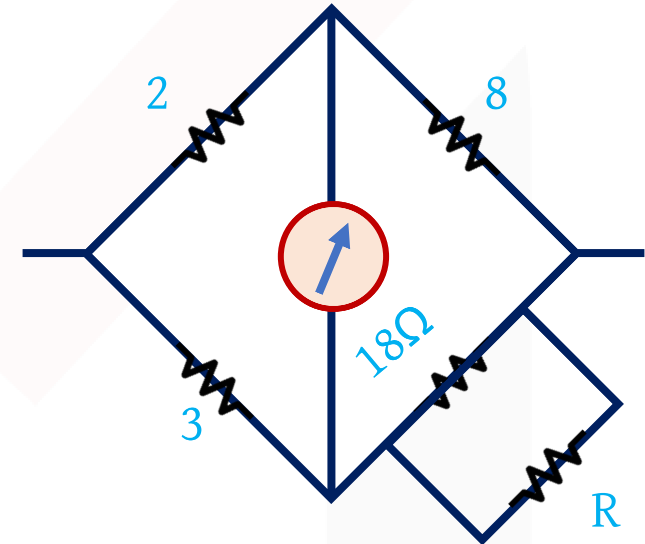
- 120 ohm প্রয়োজন.........(i) হতে।
- সুতরাং, 3Ω (series) এ বসিয়ে রোধ বৃদ্ধি করতে হবে।



গাণিতিক সমস্যা

❑ Case-3 :

Question : চতুর্থ বাহুতে কী পরিবর্তন করলে ব্রীজ সাম্যাবস্থায় আসবে?

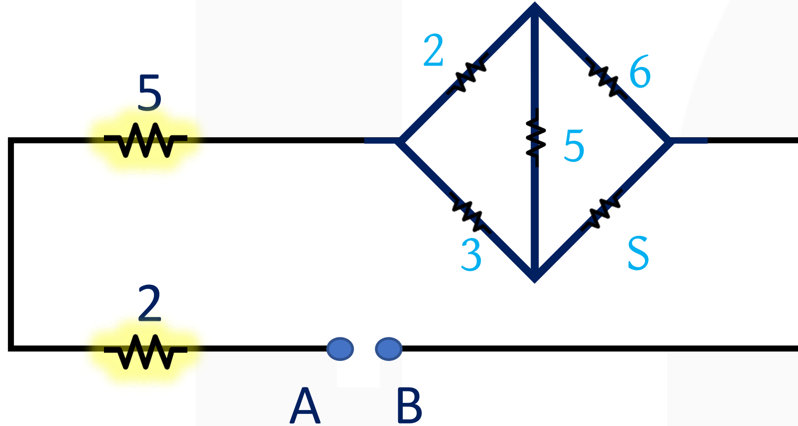


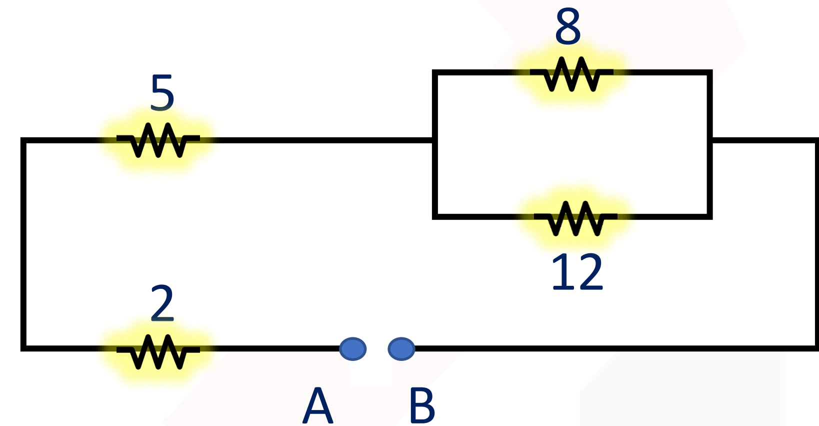
➢ $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{12} = \frac{1}{18} + \frac{1}{R'} \therefore R' = 36ohm$

➢ 18ohm এর সাথে 36ohm সমান্তরলে বসিয়ে রোধ কমাতে হবে।

গাণিতিক সমস্যা

❑ তুল্যরোধ :





➢ যেহেতু Whiteston bridge তাই 5 ohm রোধ থাকাও যা না থাকাও তা।

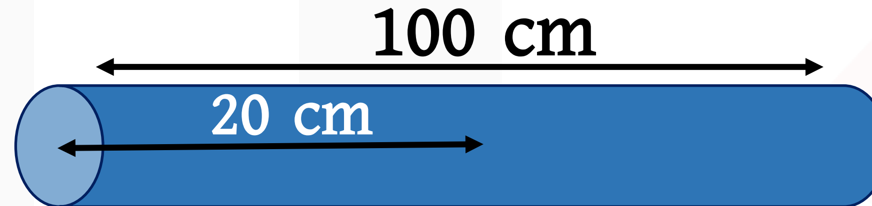
$\therefore$ তুল্যরোধ $= \frac{12\times8}{12+8} = \frac{96}{20} = \frac{48}{10} = 4.8\Omega$

$\therefore R_{eq} = 2 + 5 + 4.8 = 11.8\Omega$

গাণিতিক সমস্যা

❑ Question :

- তারের উপাদান প্রতি জায়গায় একই। অর্থাৎ, আপেক্ষিক রোধ একই।
- $R == \frac{\rho L}{A} \therefore R \propto L\ [\rho, A\ Constant]$



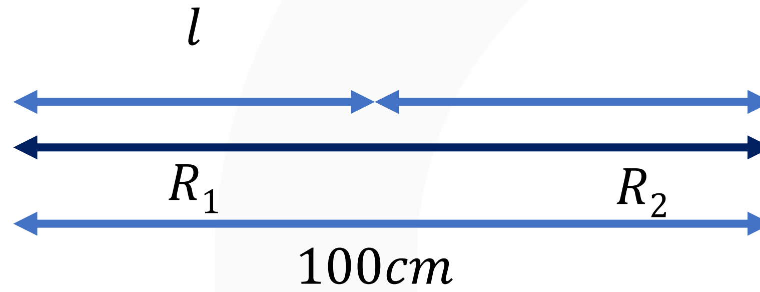
❑ Question : 100cm তারের রোধ 50ohm হলে 20cm তারের রোধ কত?

- $\frac{R_{20}}{R_{100}} = \frac{L_{20}}{L_{100}} = \frac{20}{100} \rightarrow \frac{R_{20}}{5} = \frac{20}{100} \therefore R_{20} = 1\ ohm$

$\therefore \boldsymbol{R \propto L}$

গাণিতিক সমস্যা

- Question :



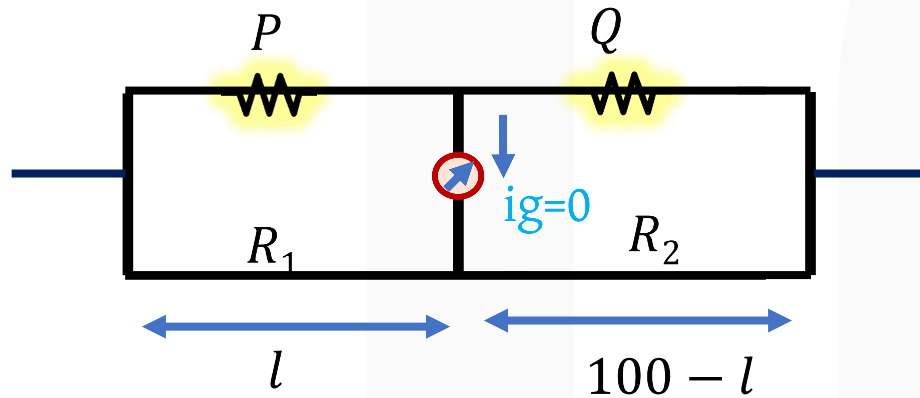
- $R_1 \propto l \ldots \ldots \ldots \ldots (i)$

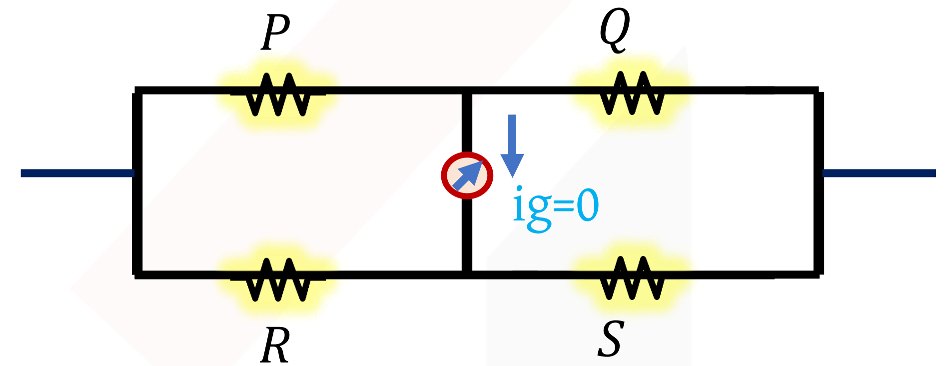
  $R_2 \propto 100 - l \ldots \ldots \ldots \ldots (ii)$

$$\therefore \frac{R_1}{R_2} = \frac{l}{100 - l} \ldots \ldots \ldots (i \div ii)$$

গাণিতিক সমস্যা

❑ Meter Bridge (বর্তনীতে 1 meter এর তার যোগ)

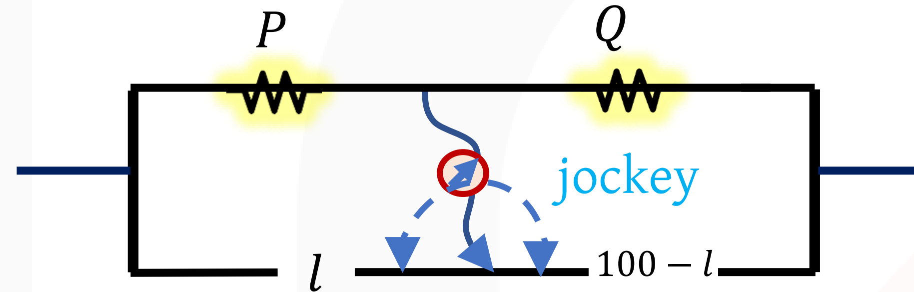




➢ $\frac{P}{Q} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{l}{100-l}$

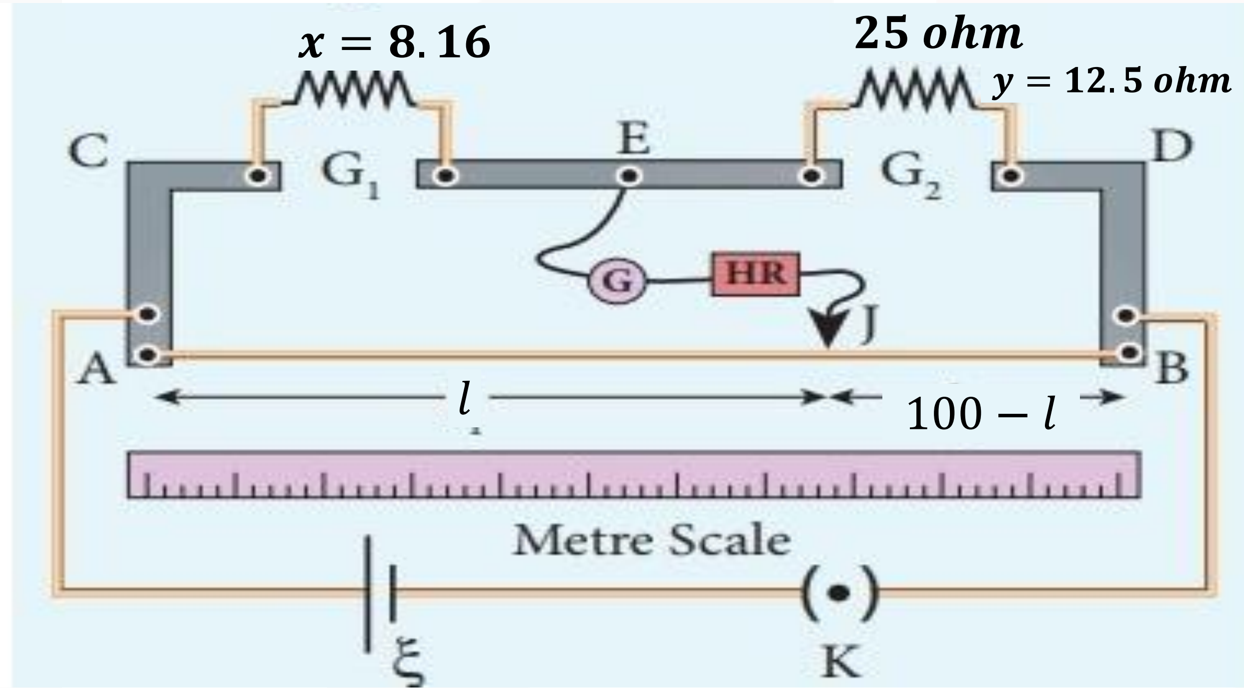
➢ $\frac{P}{Q} = \frac{R}{S}$

❑ Meter Bridge :



- l এর রোধ মান পরিবর্তন করে ব্রীজকে সাম্যবস্থায় আনা সম্ভব।

- $\frac{P}{Q} = \frac{l}{100-l}$



Question one : মিটার ব্রীজটির ভারসাম্য কিন্তু A হতে 39.5cm দূরে পাওয়া গেল। যখন y তে 12.5 ohm রোধ লাগানো ছিল। x = ?

- $l = 89.9$ cm $\rightarrow 100 - l = (100 - 39.5)cm \rightarrow \frac{x}{y} = \frac{l}{100-l} \rightarrow \frac{x}{12.5} = \frac{39.5}{100-39.5} \therefore x = 8.16\ ohm$

গাণিতিক সমস্যা

Question two : y এর সাথে সমান্তরালে 250 ohm রোধ বসালে ভারসাম্য বিন্দু B হতে কত দূরে থাকবে?

- X = 8.16 ohm ; y = 8.33 ohm

Now, $\frac{x}{y} = \frac{l}{100-l}$

$\rightarrow \frac{8.16}{8.33} = \frac{l}{100-l}$

$\rightarrow 0.9796(100-l) = l$

$\rightarrow 97.959 - 0.9796l - l = 0$

$\rightarrow 97.959 = 1.9796l$

$\therefore l = 49.49cm$

$\therefore$ B বিন্দু থেকে (100-49.49)cm বা 50.52cm দূরে।

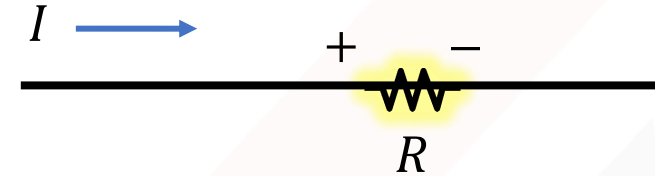
❑ কাজ-শক্তি উপপাদ্য :

✓ $P = \frac{V^2}{R} = I^2R = VI$

✓ $W = \frac{V^2}{R}t = I^2Rt = VIt$

✓ $P = \frac{w}{t} \rightarrow w = Pt = \frac{v^2}{R}t$

✓ $H = I^2Rt = \frac{V^2}{R}t = VIt$



❑ Water Heater এর জন্য :

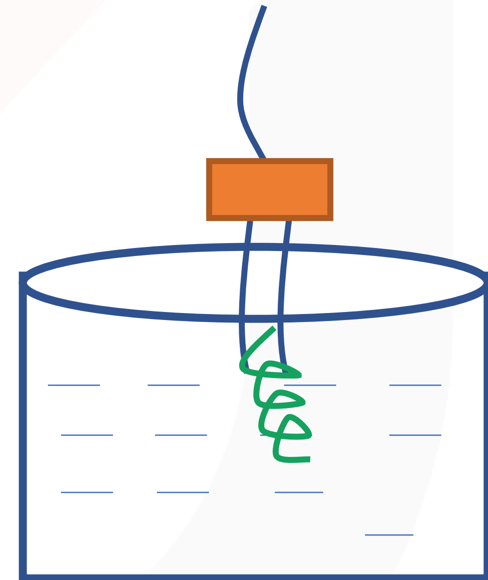
✓ $H = I^2Rt = MS\Delta\theta$

➢ আগে Heat এর একক ছিল calorie

$\therefore m = gm \,; H = MS\Delta\theta$

- পানির ক্ষেত্রে, $S = 1cal gm^{-1}{}^{\circ}C^{-1}$

➢ C.G.S পদ্ধতিতে S এর একক = $\frac{cal}{gm^{\circ}C}$



❑ জুলের তাপীয় সামাঙ্ক :

✓ $\mathrm{W} \leftarrow I^2Rt = MS\Delta\theta \rightarrow H$

or, Joule $= \frac{Joule}{cal} \times cal$

or, $\mathrm{W} = \frac{Joule}{cal}\mathrm{H}$

$\therefore 1$ cal $= 4.2$ J

❑ W = H কখন?

➢ যখন উভয় পাশে SI একক থাকবে। M→ kg ; $S \rightarrow Jkg^{-1}K^{-1}$

❑ W = JH কখন?

➢ M→ gm ; $S \rightarrow calgm^{-1}{}^{\circ}\mathrm{C}^{-1}$

গাণিতিক সমস্যা

- 100 L এর একটি নিমজ্জক 7min এ 2 L পানির তাপমাত্রা 32°C হতে 37°C পর্যন্ত বৃদ্ধি করে। তাপের যান্ত্রিক তুল্যাঙ্কের মান = ? [1 L = 1000g] $S = 1 cal gm^{-1} °C^{-1}$

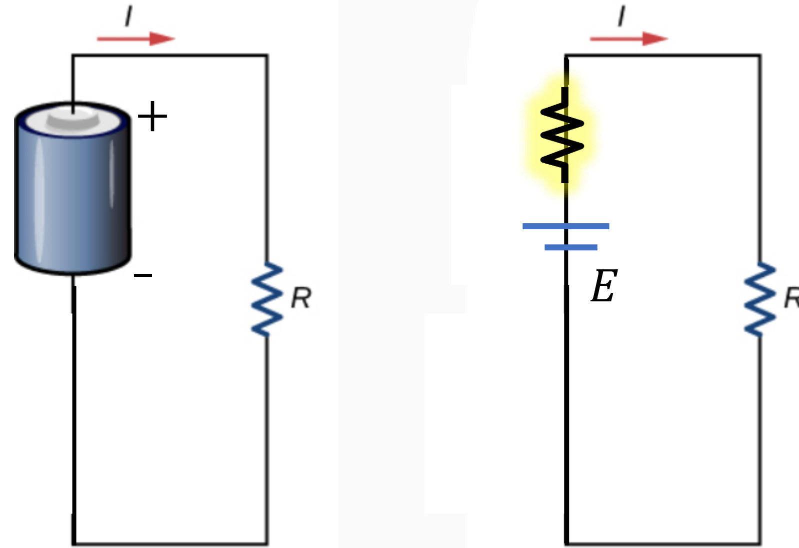
Answer : $W = JH \rightarrow Pt = Jms\Delta\theta \rightarrow J = \frac{4200}{10000} \therefore J = 4.2 J cal^{-1}$

$H = I^2 Rt$

- যখন R, t স্থির তখন $H \propto I^2 \left[\frac{H_1}{H_2} = \frac{I_1^2}{I_2^2}\right]$
- যখন I, t স্থির তখন $H \propto R \left[\frac{H_1}{H_2} = \frac{R_1}{R_2}\right]$
- যখন I, R স্থির তখন $H \propto t \left[\frac{H_1}{H_2} = \frac{t_1}{t_2}\right]$

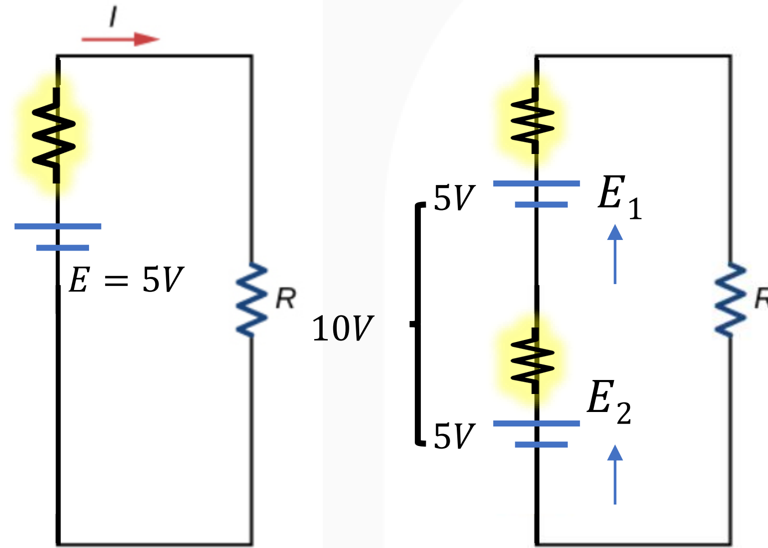
❑ Battery

➢ R রোধের মধ্যে বিভব পতন = Ir (নষ্ট বিভব বা হারানো ভোল্টেজ)



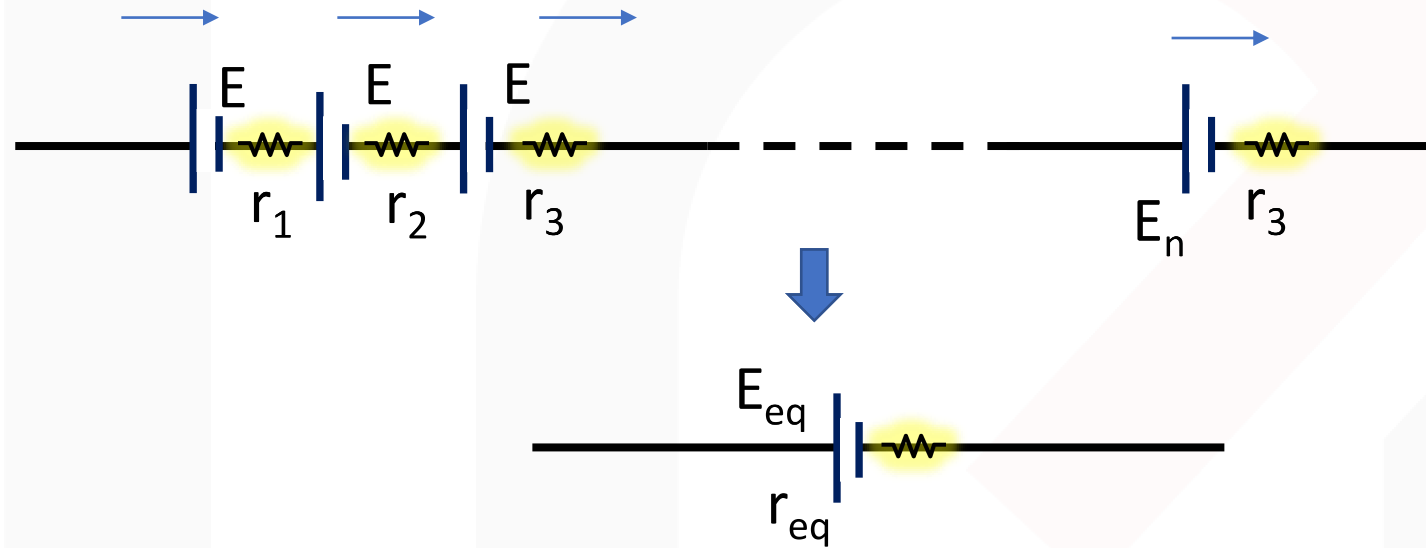
➢ $V = IR \rightarrow E = IR = Ir \rightarrow I = \frac{E}{R+r}$

❑ Battery এর সমবায় :



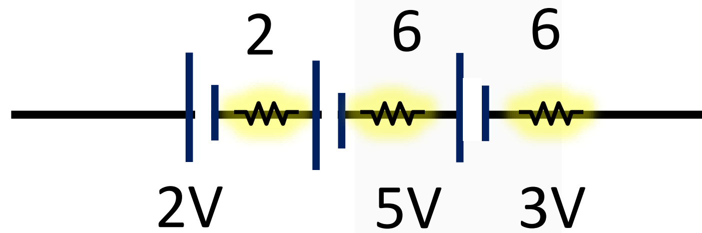
➢ একটি কোষ চার্জকে Push করে পুরো সার্কিট ঘুরে আসতে হবে।

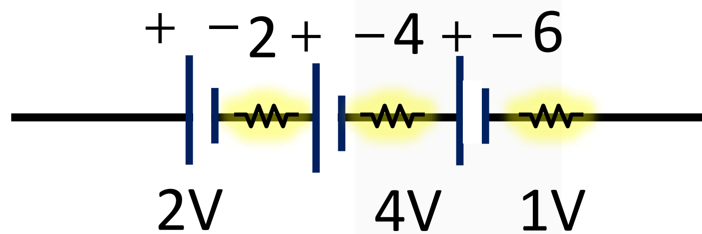
❑ Series

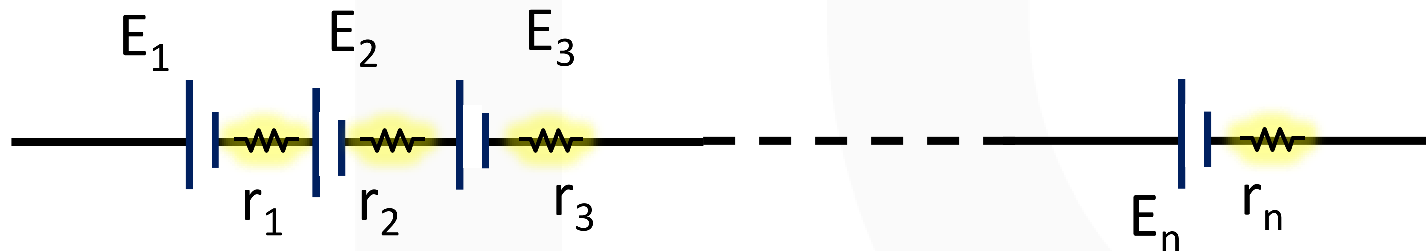


- $E_{eq} = E_1 + E_2 + E_3 + \ldots\ldots\ldots + E_n$

- $r_{eq} = r_1 + r_2 + r_3 + \ldots\ldots . + r_n$


2
6
6
2V
5V
3V


+ − 2 + − 4 + − 6
2V
4V
1V


E_1
E_2
E_3
r_1
r_2
r_3
E_n
r_n

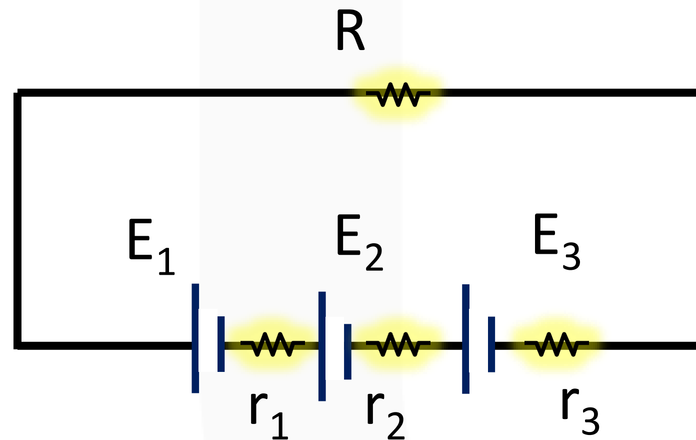
গাণিতিক সমস্যা

❑ Case-1 :

➢ যদি $E_1 = E_2 = E_n. \dots \dots \dots = E$ এবং $r_1 = r_2 =. \dots \dots . r_n = \mathrm{r}$

$\therefore E_{eq} = E + E + E + \dots \dots . . +E = nE$

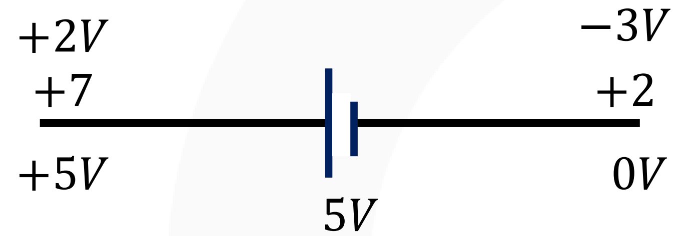
$r_{eq} = r + r + r + \dots \dots \dots \dots . +r = nr$



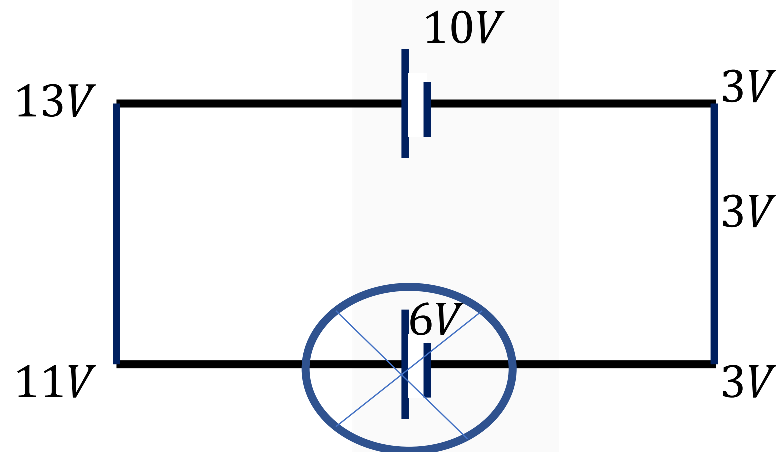
❖ $I = \frac{nE}{R+nr}$

গাণিতিক সমস্যা

❑ Parallel



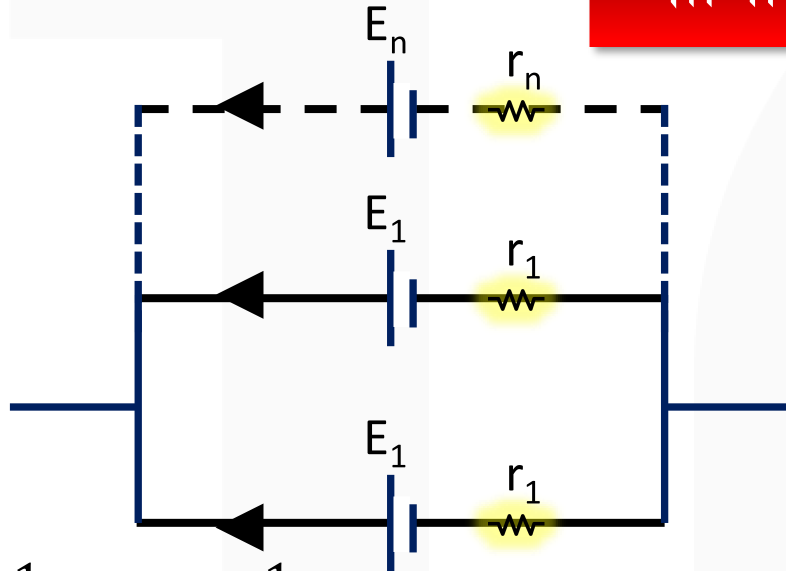
➢ এরকম দুইপ্রান্তে ভোল্ট হলে যেটি বেশি সেটি নিব ।



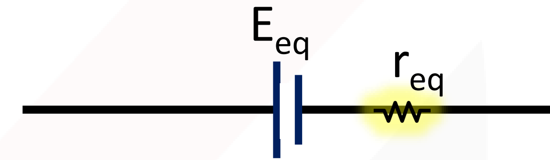
❖ $I_1 = \frac{E_1}{r_1}$

❖ $I_2 = \frac{E_2}{r_2}$

গাণিতিক সমস্যা







$$\therefore \frac{1}{r_{eq}} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \ldots\ldots + \frac{1}{r_n}$$

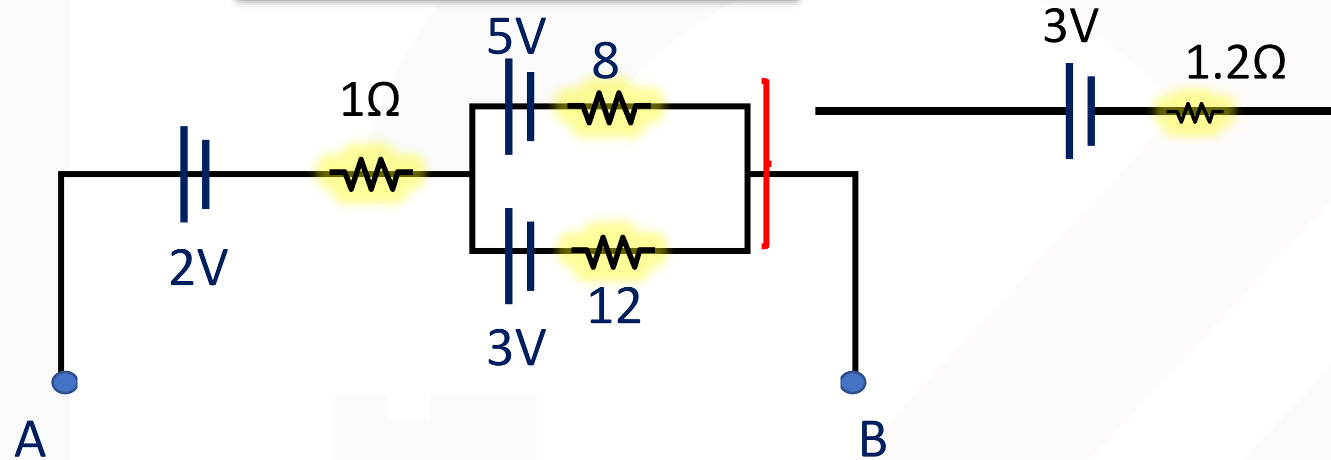
$$\therefore E_{eq} = \frac{\frac{E_1}{r_1} + \frac{E_2}{r_2} + \ldots\ldots\ldots + \frac{E_n}{r_n}}{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \ldots\ldots\ldots + \frac{1}{r_n}}$$

➢ $V = IR = \frac{1}{1/r} = \frac{E/r}{1/r}$

DOWNLOAD THE APP

গাণিতিক সমস্যা

10 MINUTE SCHOOL



❑ A – B প্রান্তে $E_{AB} = ?; r_{AB} = ?$

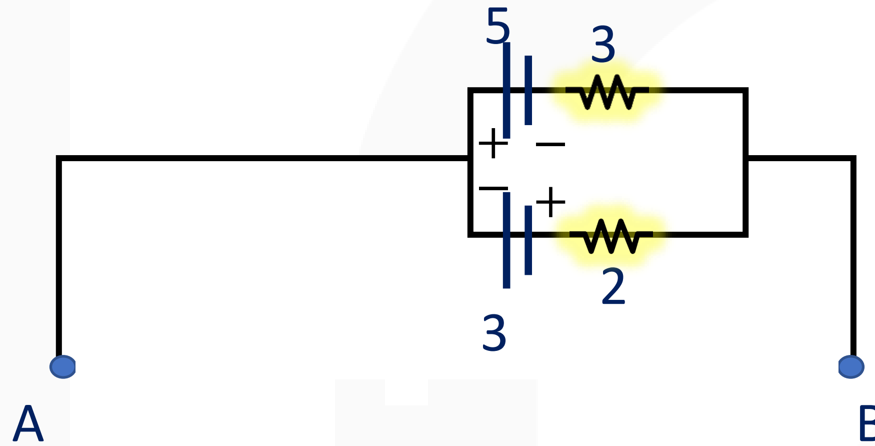
➢ $E_{eq} = \frac{\frac{E_1}{r_1}+\frac{E_2}{r_2}}{\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}} = \frac{\frac{5}{3}+\frac{3}{2}}{\frac{1}{3}+\frac{1}{2}} \therefore E_{eq} = 3.8\ V$

➢ $r_{eq} = \frac{3\times2}{3+2} = 1.2ohm$

➢ $E_{AB} = 2 + 3.8 = 5.8$ V

➢ $r_{AB} = 1.2 + 1 = 2.2$ ohm

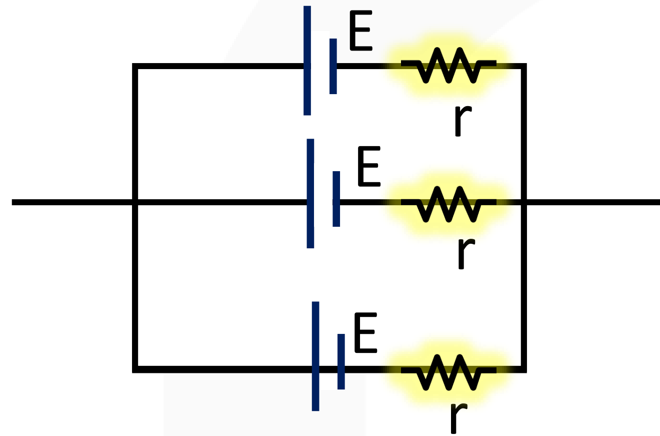
গাণিতিক সমস্যা



- $E_{eq} = \frac{\frac{E_1}{r_1}+\frac{E_2}{r_2}}{\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}} = \frac{\frac{5}{3}+\frac{-3}{2}}{\frac{1}{3}+\frac{1}{2}} \therefore E_{eq} = 0.5\ V$

- $r_{eq} = \frac{3\times 2}{3+2} = 1.2 ohm$

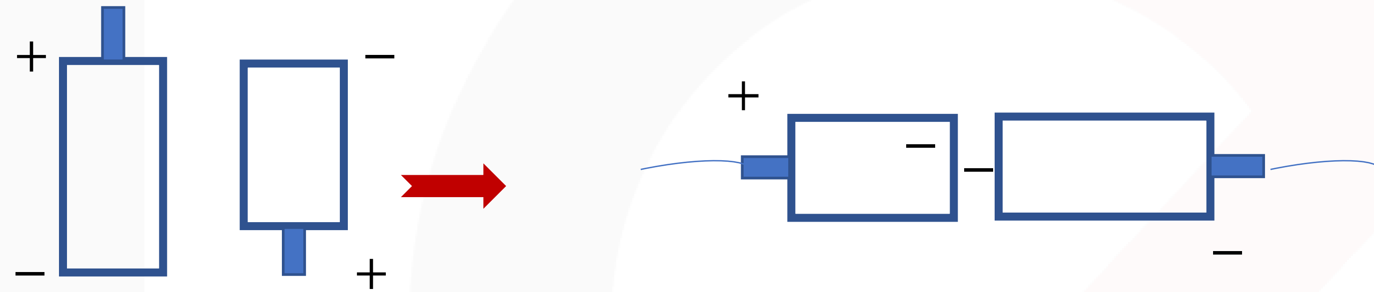
গাণিতিক সমস্যা

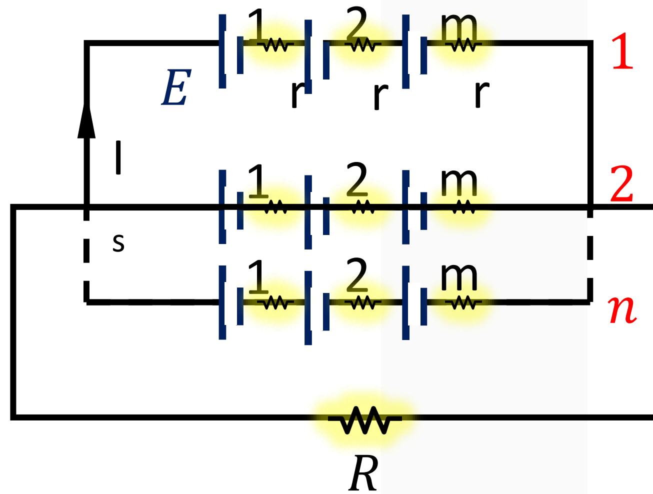


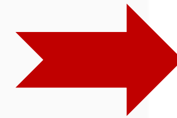
- $E_{eq} = \frac{\frac{E}{r}+\frac{E}{r}+\frac{E}{r}}{\frac{1}{r}+\frac{1}{r}+\frac{1}{r}} = \frac{3\times{}^{E}/_{r}}{{}^{3}/_{r}} = E$

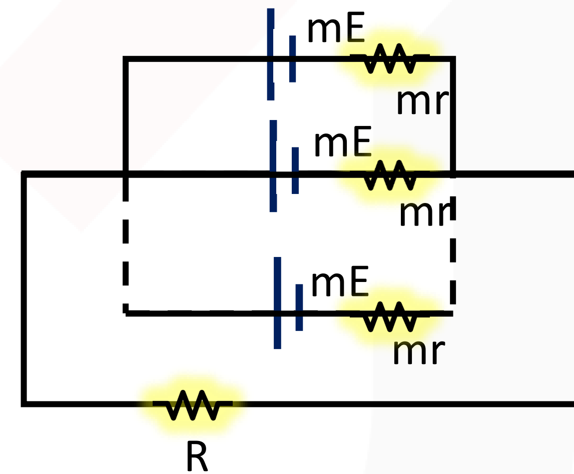
- $r_{eq} = \frac{r}{3}$

- Current এর value বাড়ানোর জন্য এরূপ Parallel ব্যবহৃত হয়।



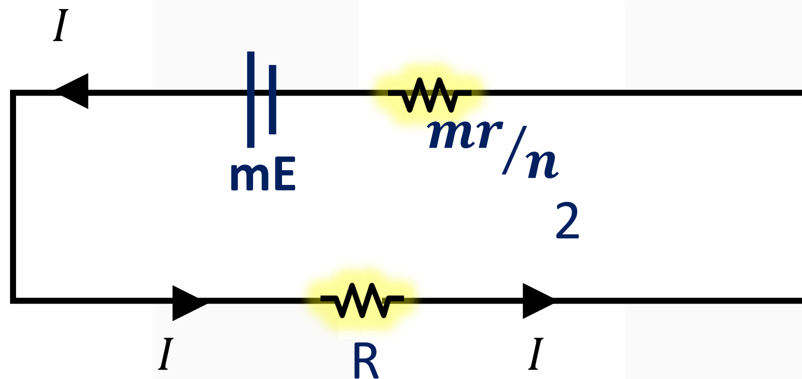






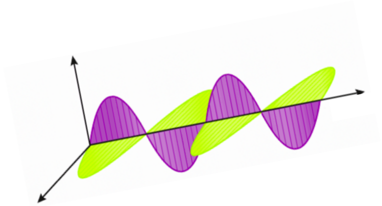
➢ $E_{eq} = \text{mE}\,;\, r_{eq} = \frac{mr}{n}$

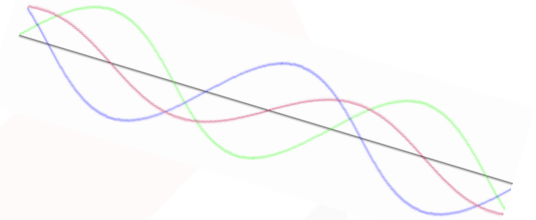
❑ প্রবাহ ঘনত্ব



❖ $I = \frac{mE}{R + {}^{mr}/_{n}}$

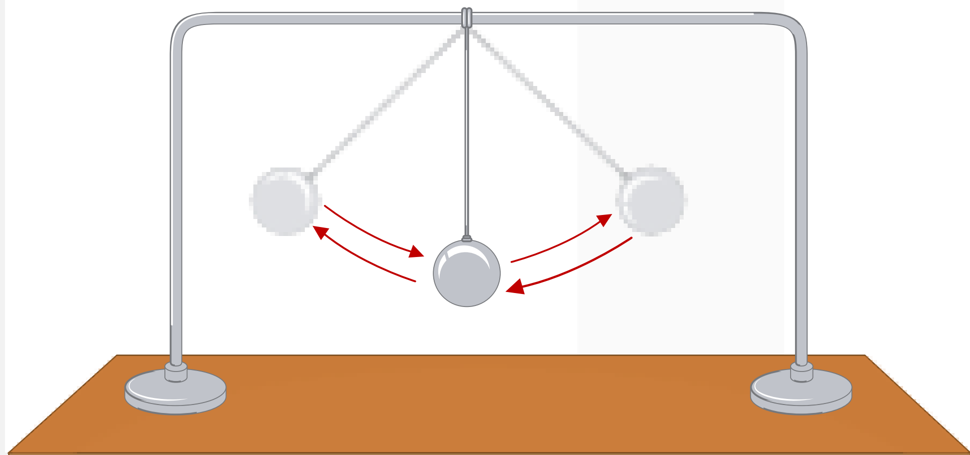
❖ $I = \frac{mnE}{nR + mr}$

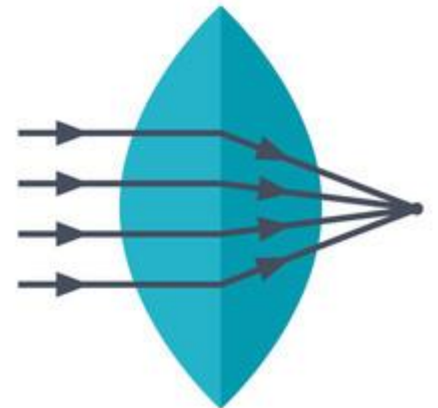




Physical Optics

Paper-2, Chapter-7





Physical Optics

Physical Optics:

↓

Physical → World → Light → Phenomenon → Explain

→ Light → Electrical, Magnetic } Electrio magnetic wave

→ Characteristic

→ Physical Phenomenon

Physical Optics

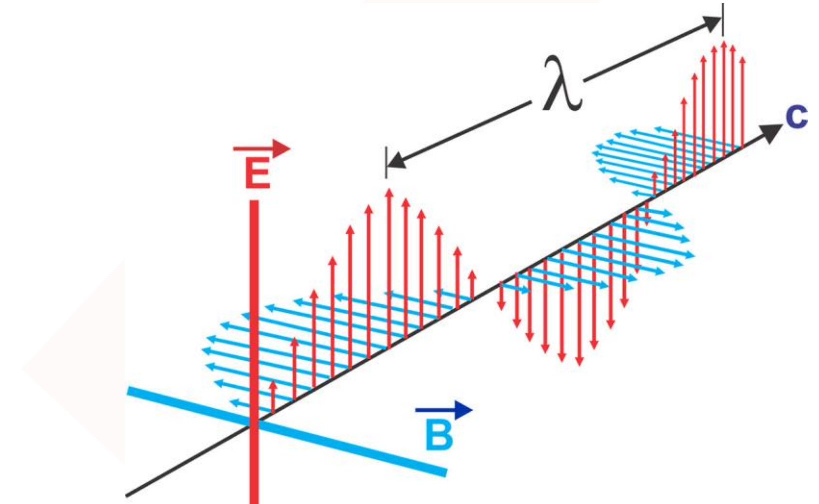
$$E = E_0 \sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x)$$ → পরিবর্তনশীল তড়িৎক্ষেত্র

$$y = A\sin(\omega t + \delta)$$

y → সরণ

A → সর্বোচ্চ বিস্তার

$$B = B_0 \sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x)$$



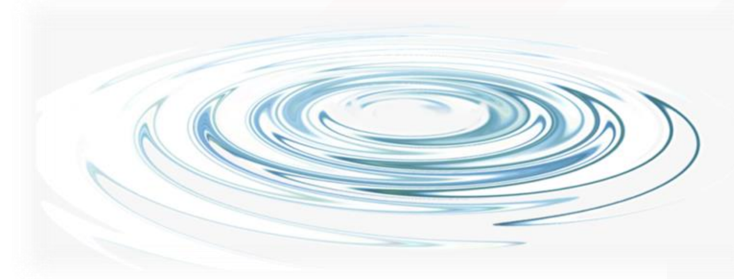
তড়িৎ চৌম্বকীয় তরঙ্গ (Light) → Maxwel

Physical Optics

আলোর বৈশিষ্ট্যঃ

- Light travel ⟶ medium দরকার নেই

Example:- পানিতে wave



- আলো তড়িৎক্ষেত্র এবং চৌম্বক ক্ষেত্রের সাথে লম্ব দিকে চলে।

Physical Optics

$$I = 2\pi^2 f^2 a^2 \rho v$$

$$I \propto A^2$$

A → বিস্তার

$$\frac{E}{B} = c$$ → Velocity of light

যেকোনো মাধ্যমে আলোর বেগ :

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu\,\varepsilon}}$$

→ $F = c \times \frac{q_1 q_2}{d^2}$

$$Here, c = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

μ → $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$

μ → প্রবেশ্যতা

ε → ভেদন যোগ্যতা

Physical Optics

শূণ্য মাধ্যমে আলোর বেগ : $c_0 = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$

যেকোনো মাধ্যমে আলোর বেগ : $c = \frac{1}{\sqrt{\mu \varepsilon}}$

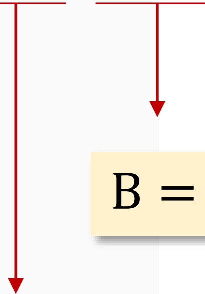
$$= \frac{1}{\sqrt{k_m \mu_0 \times k_c \varepsilon_0}}$$

$Here, k_c = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$

$k_m = \frac{\mu}{\mu_0}$

Physical Optics

আলো → তড়িৎ-চৌম্বক তরঙ্গ



$$B = B_0 \sin \omega t$$

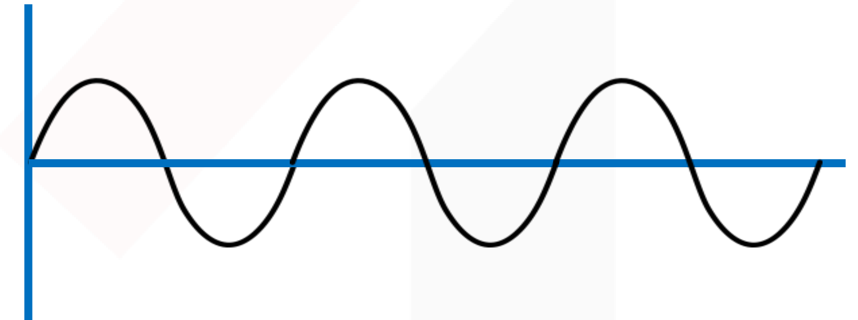
$$E = E_0 \sin \omega t$$

$$c = \frac{E}{B}$$

$$k_c = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu\,\varepsilon}}$$

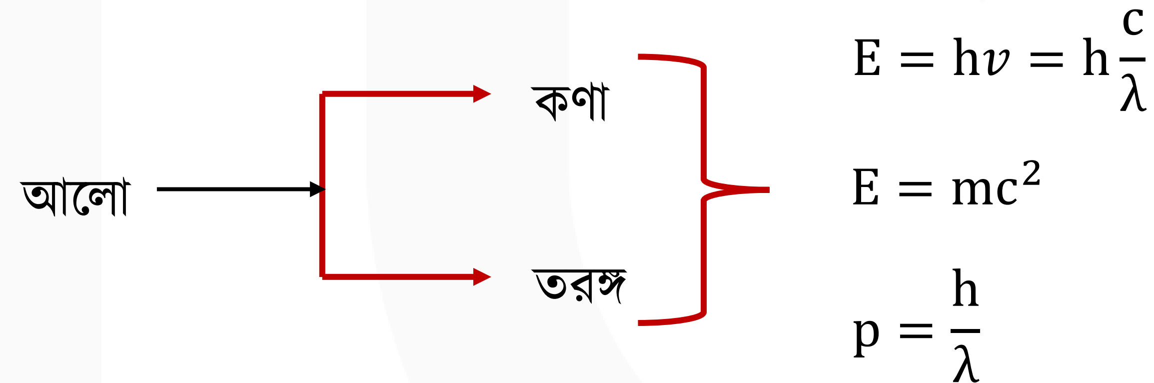
$$k_m = \frac{\mu}{\mu_0}$$



Wave

Physical Optics

- Newton → কণিকা তত্ত্ব → ব্যাতিচার, সমবর্তন, অপবর্তন
- Huygens → তরঙ্গ তত্ত্ব
- Maxwell → তড়িৎ চৌম্বকীয় তত্ত্ব → Photo electric effect
- Einstein → কোয়ান্টাম তত্ত্ব



$$E = h\nu = h\frac{c}{\lambda}$$

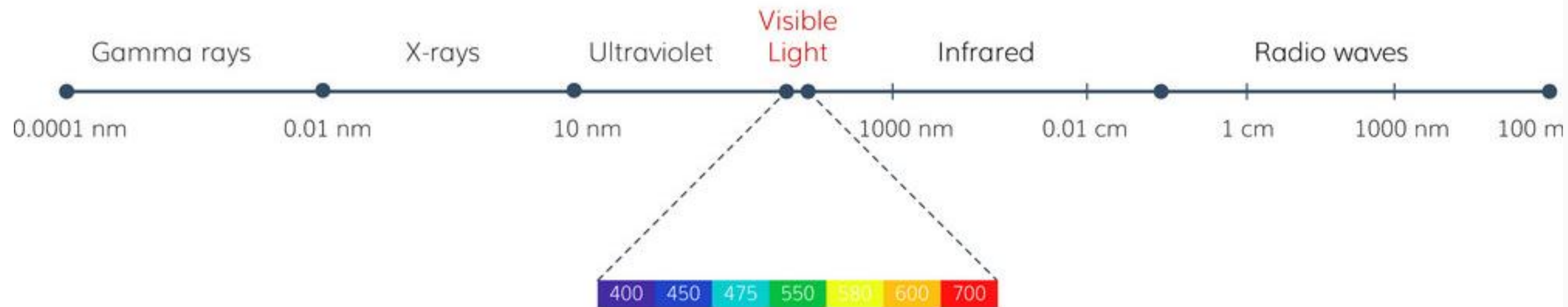
$$E = mc^2$$

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

Physical Optics

Electro magnetic wave

Spectrum



V I B G Y O R

Physical Optics

বেগুনী ⟶ (380 – 425) nm

নীল ⟶ (425 – 445) nm

আসমানী

সবুজ

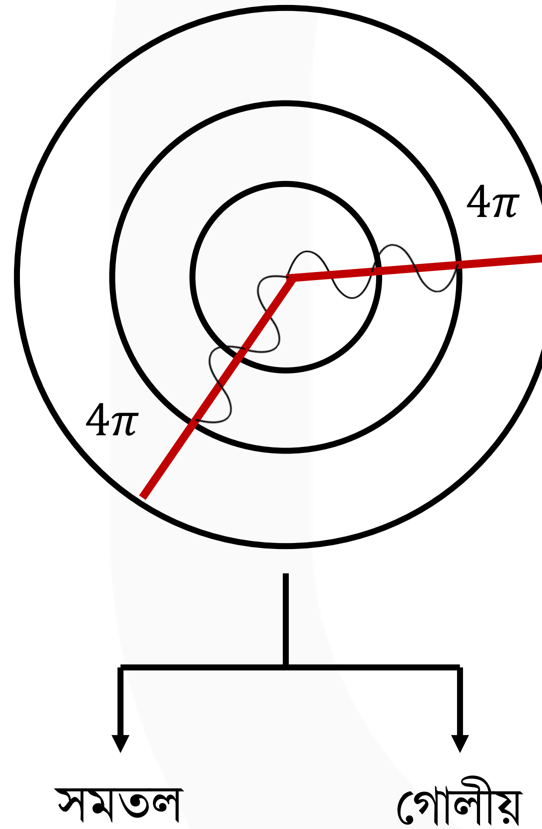
হলুদ

কমলা

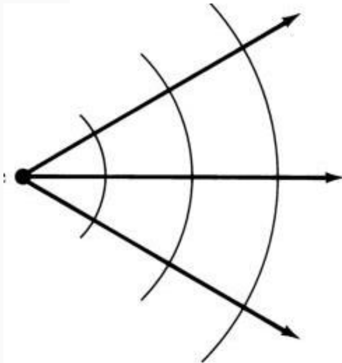
লাল ⟶ (620 – 780) nm

Physical Optics

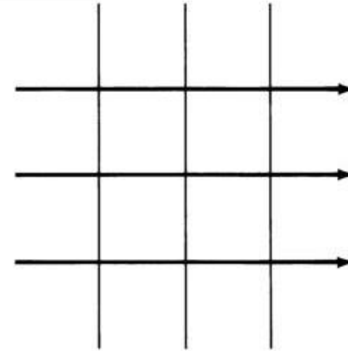
Wave front / তরঙ্গমুখ



Physical Optics







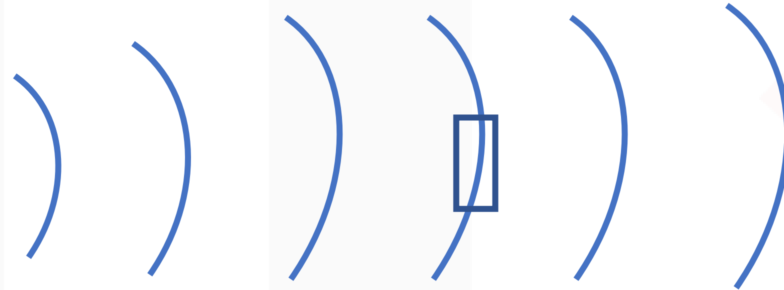


গোলীয়

সমতল

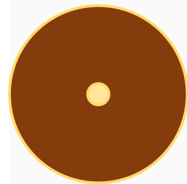
Physical Optics

আলো অসীম ⟶ তরঙ্গমুখকে সমতল চিন্তা করা হয়

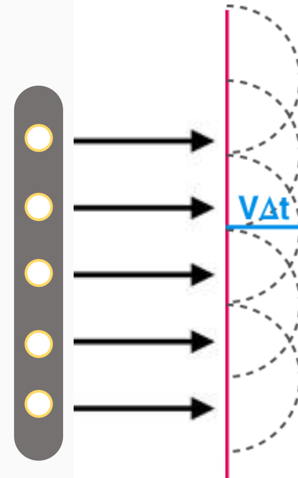


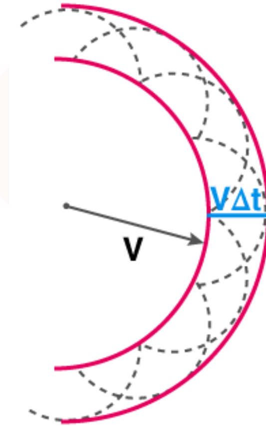
Physical Optics

হাইগেনের নীতি



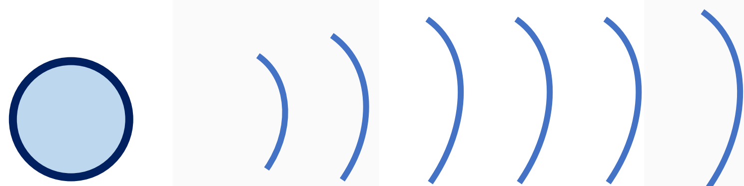
উৎস অসীমে

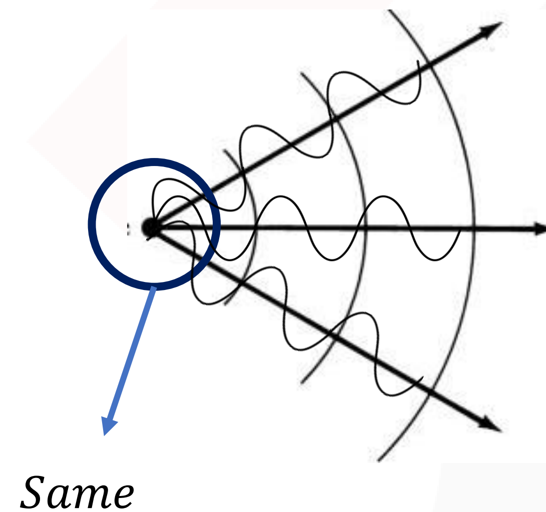




Physical Optics

হাইগেনের নীতি





Same

Physical Optics

Physical Optics:

Light ⟶ Electro magnetic wave / particle

আলোর বেগ, $c = \frac{E}{B} = \frac{1}{\sqrt{\mu \varepsilon}}$

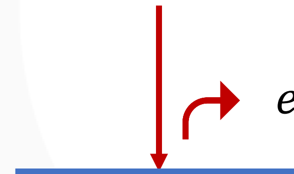
ভেদনযোগ্যতা

চৌম্বক প্রবেশ্যতা

$$k_c = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$$

$$k_m = \frac{\mu}{\mu_0}$$

$$c_0 = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$$



$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$$

$$\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$$

প্রতিফলন, প্রতিসরণ, ব্যতিচার, অপবর্তন, সমাবর্তন, photo electric effect, বিচ্ছুরন।

Physical Optics

Poynting Vector:

Light যেদিকে যাচ্ছে ঐ দিকে একক ক্ষেত্রফলের মধ্যদিয়ে যে পরিমান শক্তি pass হয়।

$$\vec{s} = \frac{1}{\mu_0}\vec{E} \times \vec{B}$$

$$= \vec{E} \times \vec{H}$$

$$\vec{E} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$$

$$\vec{B} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$$

$$\vec{s} = \frac{1}{\mu_0}(\vec{E} \times \vec{B}) = \frac{1}{\mu_0}\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 3 & 4 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

Physical Optics

i. **নিউটনের কণিকা তত্ত্ব :** এই তত্ত্বের সাহায্যে ঋজুগতি প্রতিফলন, প্রতিসরণ ব্যাখ্যা করা যায়; কিন্তু ব্যতিচার, সমবর্তন, অপবর্তন, বিচ্ছুরণ ব্যাখ্যা করা যায় না।

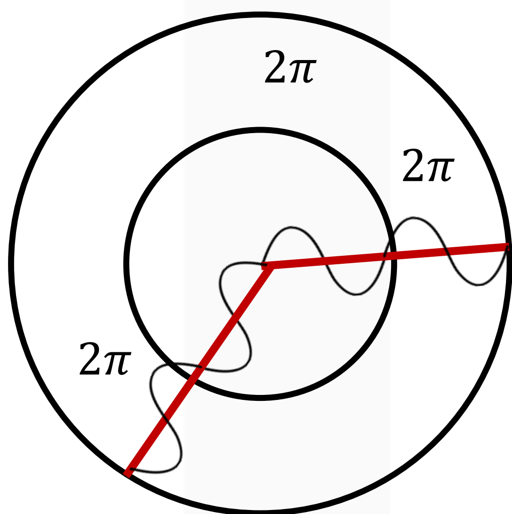
ii. **হাইগেনের তরঙ্গ তত্ত্ব :** এই তত্ত্বের সাহায্যে প্রতিফলন, প্রতিসরণ, ব্যতিচার, অপবর্তন ব্যাখ্যা করা যায়; কিন্তু সমবর্তন ব্যাখ্যা করা যায় না।

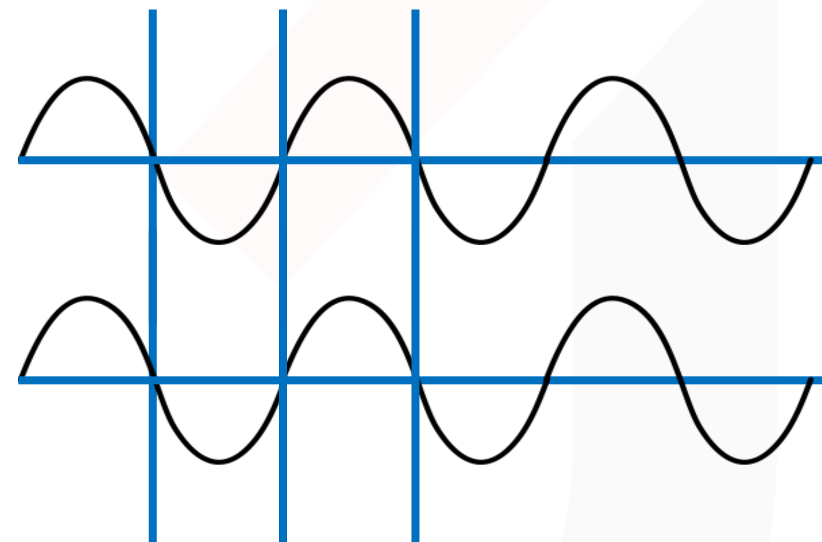
iii. **ম্যাক্সওয়েলের তড়িৎ চুম্বকীয় তত্ত্ব :** এই তত্ত্বের সাহায্যে আলোর সমবর্তন ব্যাখ্যা করা যায়; কিন্তু ফটো-তড়িৎ ক্রিয়া ব্যাখ্যা করা যায় না।

iv. **আইনস্টাইনের কোয়ান্টাম তত্ত্ব :** এই তত্ত্বের সাহায্যে কৃষ্ণবস্তু বিকিরণ, ফটো-তড়িৎ ক্রিয়া ব্যাখ্যা করা যায়; কিন্তু ব্যতিচার, অপবর্তন, সমবর্তন ব্যাখ্যা করা যায় না।

Physical Optics

তরঙ্গমুখ

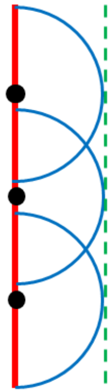


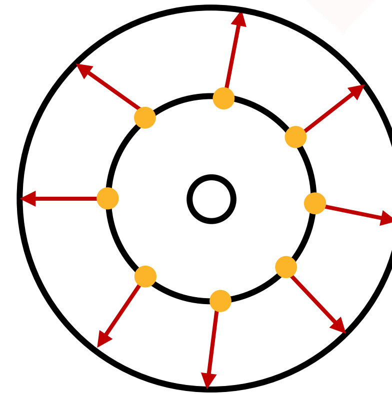


Physical Optics

Huygens Principle

বিবৃতি : কোনো একটি তরঙ্গমুখের উপর অবস্থিত প্রতিটি বিন্দু কম্পন বা আন্দোলনের এক একটি উৎস হিসেবে বিবেচিত হয়। ওই গৌণ উৎসগুলো থেকে সৃষ্ট তরঙ্গমালা মূল তরঙ্গের সমান বেগে সামনের দিকে অগ্রসর হয়। যে কোনো সময়ে ওই সব গৌণ তরঙ্গমালাকে স্পর্শ করে একটি তল অঙ্কন করলে ঐ তলই ঐ সময়ের তরঙ্গমুখের নতুন অবস্থান নির্দেশ করে।

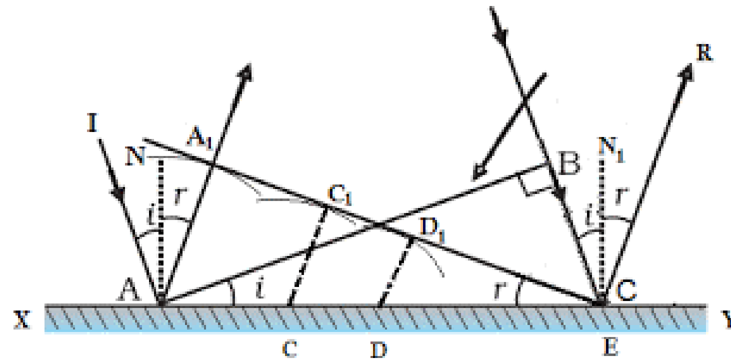




Physical Optics

Using Huygens Principle

Reflection of light

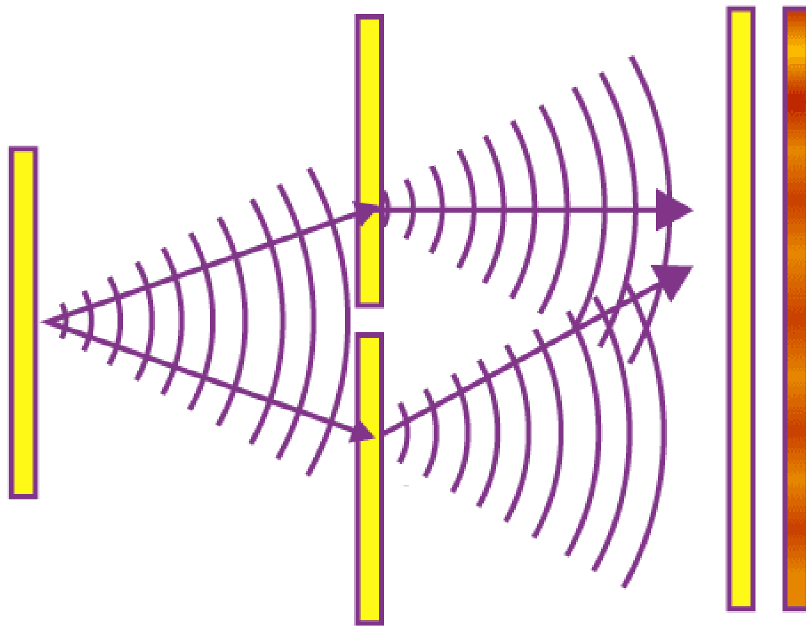


$s = vt$

Physical Optics

ইয়ং এর দ্বি-চির পরীক্ষা (ব্যতিচার):

সুসংগত উৎস ⟶ সময়ের সাথে দশা পার্থক্য অপরিবর্তীত থাকবে



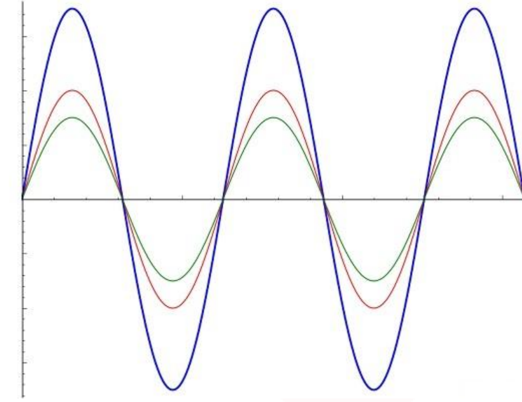
$$y_1 = a \sin\frac{2\pi}{\lambda}(ct - x_1)$$

$$y_2 = a \sin\frac{2\pi}{\lambda}(ct - x_2)$$

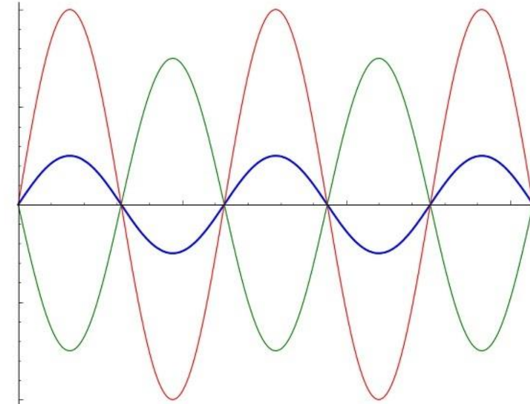
$$y = y_1 \pm y_2$$

Physical Optics

উজ্জ্বল আলো ← সমদশায় মিলিত



অন্ধকার পাওয়া ← বিপরীত দশায় মিলিত



Physical Optics

দশা পার্থক্য:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x$$

δ → দশা পার্থক্য

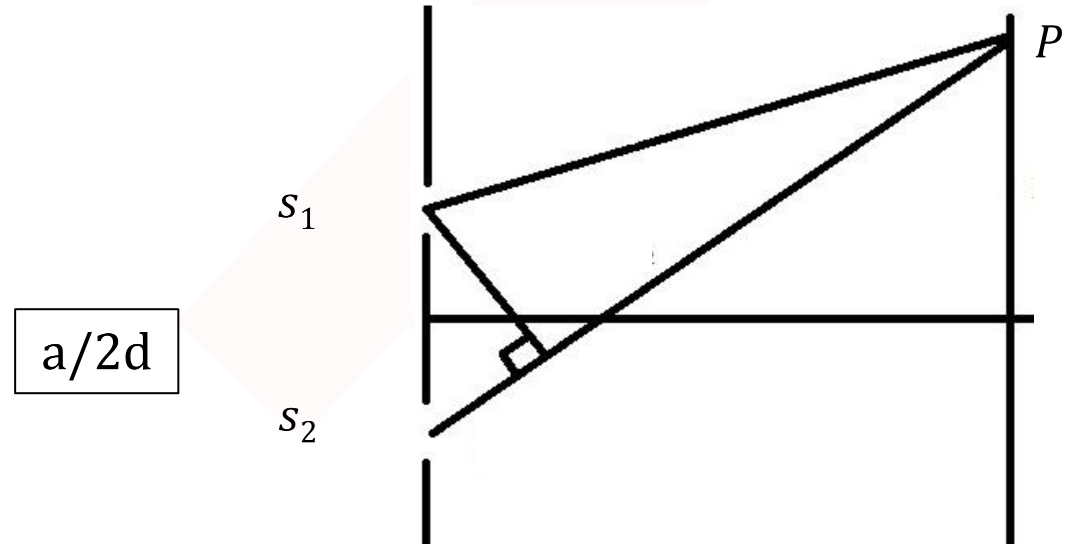
Δx → পথ পার্থক্য

$$y_1 = a\sin\frac{2\pi}{\lambda}vt$$

$$y_2 = a\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt + x)$$

$$\therefore y = y_1 + y_2$$

$$= 2a\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}.\frac{x}{2}\right)\sin\frac{2\pi}{\lambda}\left(vt + \frac{x}{2}\right)$$



$$y = A\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt \pm x)$$

Physical Optics

বিস্তার: $A = 2a\cos\frac{\pi x}{\lambda}$

গঠনমূলক ব্যাতিচার:

$$\cos\frac{\pi x}{\lambda} = \cos 0°, \cos\pi, \cos 2\pi, \ldots\ldots\ldots$$

$$\therefore \frac{\pi x}{\lambda} = 0, \pi, 2\pi, \ldots\ldots\ldots, n\pi$$

$$\Rightarrow x = 2n.\frac{\lambda}{2}$$

Physical Optics

গঠনমূলক ব্যাতিচার:

$$\cos\frac{\pi x}{\lambda} = \cos\frac{\pi}{2}, \cos\frac{3\pi}{2}, \ldots\ldots\ldots$$

$$\Rightarrow x = (2n+1)\frac{\lambda}{2}$$

$n = 0, \quad (2n+1) = 1$

$n = 0, \quad (2n-1) = -1$

$n = 1, \quad (2n-1) = +1$

Physical Optics

অন্ধকার ঝালরের বা ডোরার অবস্থান:

ঝালর বা ডোরা	n	পথ পার্থক্য	কেন্দ্র হতে দূরত্ব, x
কেন্দ্রীয়	1	$\frac{1}{2}\lambda$	$\frac{1}{2}\frac{D\lambda}{2d}$
প্রথম	2	$\frac{3}{2}\lambda$	$\frac{3}{2}\frac{D\lambda}{2d}$
দ্বিতীয়	3	$\frac{5}{2}\lambda$	$\frac{5}{2}\frac{D\lambda}{2d}$
... ...	... ...	... ...	... ...
n-তম	m	$\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda$	$\left(\frac{2m+1}{2}\right)\frac{D\lambda}{2d}$

Physical Optics

উজ্জ্বল ঝালরের বা ডোরার অবস্থান:

ঝালর বা ডোরা	n	পথ পার্থক্য	কেন্দ্র হতে দূরত্ব, x
কেন্দ্রীয়	0	0	0
প্রথম	1	λ	$\frac{D\lambda}{2d}$
দ্বিতীয়	2	2λ	$\frac{2D\lambda}{2d}$
... ...	... ...	... ...	... ...
n-তম	n	$n\lambda$	$\frac{nD\lambda}{2d}$

Physical Optics



ব্যবধান → $\frac{D\lambda}{a}$

অর্ধেক (প্রস্থ) → $\frac{D\lambda}{2a}$

বই এ, $a = 2d$

গাণিতিক সমস্যা

- ইয়ং-এর ব্যতিচারের দ্বি-চিড় পরীক্ষায় 4.69×10^{14} Hz কম্পাঙ্কের লাল আলো ব্যবহারের ফলে ডোরার প্রস্থ 2.4×10^{-4} m হয়। যদি 7.5×10^{14} Hz কম্পাঙ্কের নীল আলো ব্যবহার করা হয় তাহলে ডোরার প্রস্থের পরিবর্তন কত হবে?

[BUET Admission Test, 2016-17]

ডোরা প্রস্থ, $\beta = \frac{D\lambda}{2a}$

$v = f\lambda$

$\lambda_r = \frac{v}{f_r} = \frac{3\times10^8 \text{ ms}^{-1}}{4.69\times10^{14} \text{ Hz}}$

$\lambda_\beta = \frac{v}{f_\beta} = \frac{3\times10^8 \text{ ms}^{-1}}{7.5\times10^{14} \text{ Hz}}$

$\therefore \beta \propto \lambda$ $\quad\quad$ $\therefore \Delta\beta = \Delta\lambda = \lambda_R - \lambda_B$

Given,

$f_r = 4.69 \times 10^{14}$ Hz

$\beta_r = 2.4 \times 10^{-4}$ m

$f_\beta = 7.5 \times 10^{14}$ Hz

$\Delta\beta = ?$

গাণিতিক সমস্যা

- ইয়ং-এর দ্বি-চিড় পরীক্ষায় চিড় দুটির মধ্যবর্তী দূরত্ব 0.18 mm। চিড়গুলো থেকে 90 cm দূরে পর্দায় কোনো একটি একবর্ণী আলোর সাহায্যে ডোরা সৃষ্টি করা হলে, যদি 3rd উজ্জ্বল ডোরাটি কেন্দ্রীয় উজ্জ্বল ডোরা থেকে 8.1 mm দূরত্বে অবস্থিত হয়, তাহলে আলোর তরঙ্গদৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। [BUET Admission Test, 2017-18]

কেন্দ্রীয় উজ্জ্বল হতে n তম উজ্জ্বল ডোরার মধ্যবর্তী দূরত্ব,

$$x_n = n\frac{D\lambda}{a}$$

$$\lambda = \frac{x_n \times a}{Dn}$$

Given,

$a = 0.18\ \text{mm}$

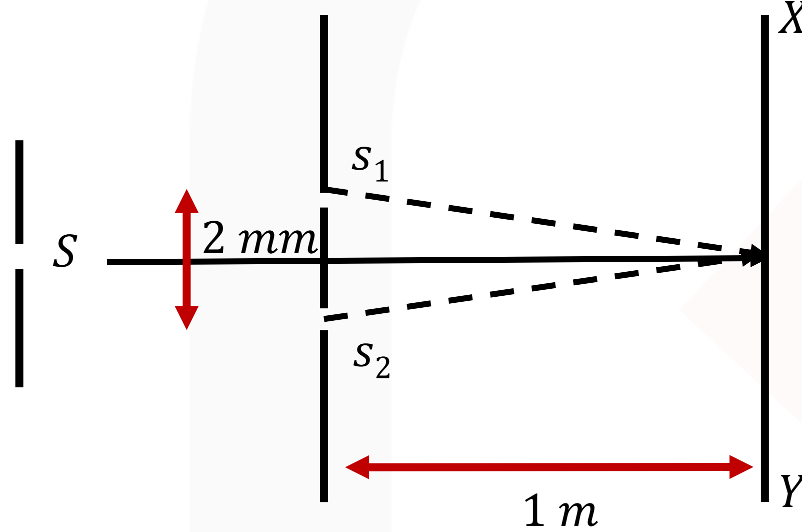
$D = 90\ \text{cm}$

$n = 3$

$x_n = 8.1\ \text{mm}$

গাণিতিক সমস্যা

- নিচের চিত্রে ইয়ং-এর দ্বি-চিড় পরীক্ষার একটি ব্যবস্থা দেখানো হয়েছে। যেখানে S_1 ও S_2 দুটি সুসংগত উৎস। ব্যবহৃত আলোর তরঙ্গদৈর্ঘ্য 5800 Å।



পর্দার দূরত্ব 20 cm বৃদ্ধি করে একই প্রস্থের ডোরা পাওয়া সম্ভব কী ?

Solution

$$\beta = \frac{D_1\lambda}{2a} = \frac{1\times5800\times10^{-10}}{2\times2\times10^{-3}}$$

$$\beta = \frac{D_2\lambda'}{2a} \quad \Rightarrow \lambda' = \frac{\beta\times2a}{D_2} = \frac{\beta\times2\times2\times10^{-3}}{1.2}$$

$$\beta = \frac{D_2\lambda}{2a'} \quad \Rightarrow a' = \frac{D_2\lambda}{2\beta}$$

You are given, D, a, λ ⟶ 5800 Å

Given,

$D_1 = 1\text{m}$

$\lambda = 5800$ Å

$a = 2$ mm

$D_2 = (1 + 0.2)\text{m} = 1.2$ m

Solution

ডোরা প্রস্থ, $\beta = \frac{D\lambda}{2a}$

$\text{Now}, D \longrightarrow \text{change} \longrightarrow D' = 1.2 \text{ m}$

$$\beta' = \frac{D' \times \lambda'}{2 \times a}$$

$$\Rightarrow \lambda' = 4833 \text{ Å}$$

গাাণিতিক সমস্যা

- ইয়ং-এর দ্বি-চিড় পরীক্ষায় চিড়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব 0.3 mm। পর্দা থেকে চিড় দুটির দূরত্ব 1 m। বায়ু মাধ্যমে পরীক্ষায় উৎপন্ন কেন্দ্রীয় উজ্জ্বল ডোরা থেকে ৮ম উজ্জ্বল ডোরার দূরত্ব 6.2 mm। এ ব্যবস্থাটিকে পানির মধ্যে স্থাপন করে পর্যবেক্ষণ করা হলো $\left({}_a\mu_w = \frac{4}{3} \right)$ [রা.বো. ২০১৬]

(ক) পরীক্ষায় ব্যবহৃত আলোর তরঙ্গদৈর্ঘ্য বের কর।

(খ) উদ্দীপকের ব্যবস্থাটি পানির মধ্যে থাকলে ডোরার বা ঝালরের কী পরিবর্তন হবে ?

Solution

$\beta = \frac{D\lambda}{2a}$ ⟶ প্রস্থ

$2\beta = \frac{D\lambda}{a}$ ⟶ ব্যবধান

center Bright $\longrightarrow$ nth Bright $\longrightarrow n \cdot \frac{D\lambda}{a}$

center Bright $\longrightarrow$ nth Dark $\longrightarrow (2n+1)\frac{D\lambda}{2a}$

যেকোনো মাধ্যমে, $_a\mu_b = \frac{\mu_b}{\mu_a} = \frac{\lambda_a}{\lambda_b} = \frac{v_a}{v_b}$

Given,

$a = 0.3$ mm

$D = 1$ m

Solution

air | water

Source Same ⟶ Wave $\xrightarrow[\text{Change}]{\text{Source}}$ $\frac{f \longrightarrow \text{unchanged}}{v, \lambda \longrightarrow \text{change}}$

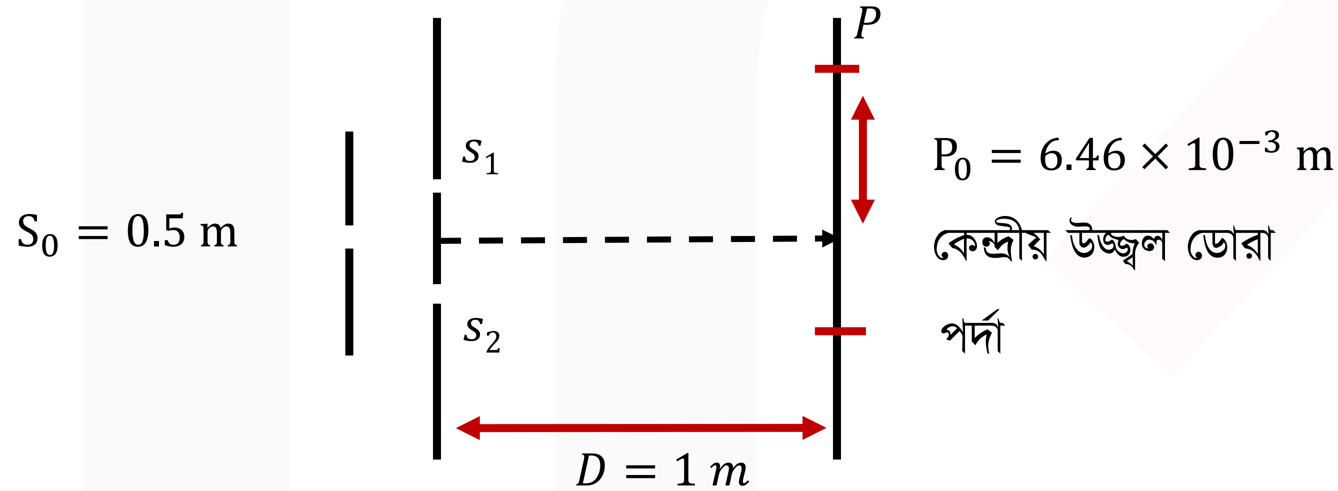
Medium Same ⟶ Wave $\xrightarrow[\text{Change}]{\text{Medium}}$ $\frac{v \longrightarrow \text{unchanged}}{f, \lambda \longrightarrow \text{change}}$

কাঁচ ⟶ $\mu = 1.33$

⟶ বেগ, $v = \frac{c}{n} = \frac{3 \times 10^8}{1.33}$

গাণিতিক সমস্যা

- উদ্দীপকে 3800 Å তরঙ্গদৈর্ঘ্যের আলো ব্যবহার করে ইয়ং-এর দ্বি-চিড় পরীক্ষা সম্পন্ন করা হচ্ছে।
- চিত্রে $S_1S_2 = 0.5$ mm, $OP = 6.46 \times 10^{-3}$ m, $D = 1$m



[কু.বো. ২০১৬]

(ক) উদ্দীপকে কেন্দ্রীয় উজ্জ্বল ডোরা হতে পঞ্চম অন্ধকার ডোরার দূরত্ব কত ?

(খ) উদ্দীপকের P বিন্দুতে গঠনমূলক ব্যতিচার না ধ্বংসাত্মক ব্যতিচার হবে গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও।

Solution

(ক) উদ্দীপকে কেন্দ্রীয় উজ্জ্বল ডোরা হতে পঞ্চম অন্ধকার ডোরার দূরত্ব কত ?

$$x_n = (2n + 1)\frac{D\lambda}{2a}$$

$$= (2 \times 5 + 1) \times \frac{1 \times 3800 \times 10^{-10}}{2 \times 0.5 \times 10^{-3}}$$

$$= 4.18 \times 10^{-13}$$

Given,

$D = 1$ m

$S_1S_2 = a = 0.5$ mm

$\lambda = 3800$ Å

Solution

(খ) উদ্দীপকের P বিন্দুতে গঠনমূলক ব্যতিচার না ধ্বংসাত্মক ব্যতিচার হবে গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও।

Center Bright ⟶ nth Bright ⟶ $n \cdot \frac{D\lambda}{a}$

nth Bright ↓ গঠনমূলক

n ⟶ পূর্ণসংখ্যা

Center Bright ⟶ nth Dark ⟶ $\frac{(2n+1)}{2}\frac{D\lambda}{a} = \left(n+\frac{1}{2}\right) \times \frac{D\lambda}{a}$

nth Dark ↓ ধ্বংসাত্মক

$\left(n+\frac{1}{2}\right)$ ⟶ ভগ্নাংশ

$$x_n = m \times \frac{D\lambda}{a}$$

$$\Rightarrow m = \frac{x_n \times a}{D\lambda}$$

$$= 8.5$$ ⟶ ভগ্নাংশ

∴ ধ্বংসাত্মক ব্যতিচার

গাণিতিক সমস্যা

- **দুটি একই ধরনের ছিদ্র দ্বারা গঠিত ব্যতিচার ঝালরে কেন্দ্রীয় উজ্জ্বল পট্টির তীব্রতা I। যদি একটি চিড় বন্ধ করে দেওয়া হয় তবে ওই স্থানে তীব্রতা কত হবে?**

ধরা যাক, তরঙ্গ দুটির প্রতিটির বিস্তার, A

$$\therefore A_{max} = A + A = 2A$$

সুতরাং, $I_{max} = A_{max}^2 = (2A)^2 = 4A^2 = 4I_0$ [এখানে, I_0 প্রতিটি চিড়ের জন্য তীব্রতা]

এখন, একটি চিড় বন্ধ করে দিলে ওই স্থানে তীব্রতা হবে,

$$I_0 = \frac{I_{max}}{4}$$

অর্থ্যাৎ কেন্দ্রীয় উজ্জ্বল ডোরার তীব্রতা 4 গুণ হ্রাস পাবে।

গাণিতিক সমস্যা

- একটি ইয়ং পরীক্ষায় চারটি উজ্জ্বল ডোরার পার্থক্য 0.25×10^{-3}m। চির গুলো হতে পর্দার দূরত্ব 0.8m । আলোর তরঙ্গদৈর্ঘ্য 6.2×10^{-7}m হলে চির দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় কর।

Solve:

we know,

$$\beta = \frac{\lambda D}{2a}$$

$$a = \frac{\lambda D}{2\beta}$$

$$= \frac{6.2\times10^{-7}\times0.8}{2\times4.1667\times10^{-5}}$$

$$= 5.95\times10^{-5}\ \text{m}$$

(Ans)

Given,

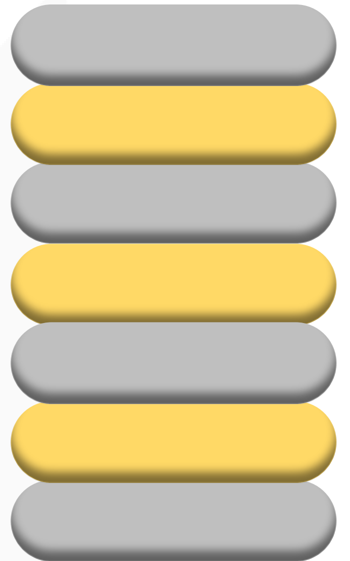
$$\beta = \frac{0.25\times10^{-3}}{6}\ \text{m}$$

$$= 4.1667\times10^{-5}\ \text{m}$$

$$\lambda = 6.2\times10^{-7}\ \text{m}$$

$$D = 0.8\ \text{m}$$

$$a = ?$$



গাণিতিক সমস্যা

- বায়ুতে ইয়ং এর দ্বি চিড় পরীক্ষায় 6000Å তরঙ্গদৈর্ঘ্যের আলো ব্যবহার করলে ডোরার ব্যবধান হয় 2.00 mm। যদি সমস্ত পরীক্ষা বস্তুটিকে 1.33 প্রতিসরাঙ্কের একটি তরলে ডুবানো হয় তাহলে ডোরার ব্যবধান কত হবে?

Solve:

We know,

$$\frac{\beta_2}{\beta_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$$

$$\beta_1 = \frac{\mu_2}{\mu_1} \times \beta_2$$

$$= \frac{1}{1.33} \times 2$$

$$= 1.504 \text{ mm}$$

(Ans)

Given, $\mu_1 = 1.33$

$\beta_2 = 2 \text{ mm}$

গাণিতিক সমস্যা

- ইয়ং এর দ্বি- চিড় পরীক্ষায় আলোর কম্পাঙ্ক $5 \times 10^{14} HZ$ । পার্শ্ববর্তী দুটি ডোরার কেন্দ্রের মধ্যবর্তী দূরত্ব 0.75mm । পর্দাটি যদি 1.55m দূরে থাকে, তাহলে চিড় দুটির মধ্যবর্তী দূরত্ব কত?

Solve:

We know,

$$c = v\lambda$$

$$\lambda = \frac{c}{v}$$

$$= \frac{3 \times 10^8}{6 \times 10^{14}}$$

$$= 5 \times 10^{-7}\text{m}$$

Given,

$$v = 6 \times 10^{14} HZ$$

$$D = 1.55m$$

$$\beta = 0.75mm$$

$$= 0.75 \times 10^{-3} m$$

$$a = ?$$

গাণিতিক সমস্যা

- **ইয়ং এর দ্বি- চিড় পরীক্ষায় আলোর কম্পাঙ্ক $5 \times 10^{14} HZ$ । পার্শ্ববর্তী দুটি ডোরার কেন্দ্রের মধ্যবর্তী দূরত্ব 0.75mm । পর্দাটি যদি 1.55m দূরে থাকে, তাহলে চিড় দুটির মধ্যবর্তী দূরত্ব কত?**

Solve:

আবার,

$$\beta = \frac{D\lambda}{a}$$

$$a = \frac{D\lambda}{\beta}$$

$$= \frac{1.55 \times 5 \times 10^{-7}}{0.75 \times 10^{-3}}$$

$$= 1.03 \times 10^{-3}$$

$$= 1.03$$

(Ans)

গাণিতিক সমস্যা

- 5200Å তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সবুজ আলো একটি সূক্ষ্ম চিড় হতে ইয়ং- এর দ্বি- চিড় এ আপতিত হচ্ছে। 200cm দূরে পর্দার ওপর 10টি পট্টির দূরত্ব 4cm। চিড়েরে দূরত্ব নির্ণয় কর।

Solve:

we know,

$$\Delta x = n\frac{\lambda D}{a}$$

$$a = \frac{n\lambda D}{\Delta x}$$

$$= \frac{10\times5200\times10^{-10}\times2}{0.04}$$

$$= 2.6\times10^{-4}\text{ m}$$

(Ans)

Given,

$\lambda = 5200\text{Å} = 5200\times10^{-10}\text{ m}$

$D = 200\text{ cm} = 2\text{m}$

$\Delta x = 4\text{cm} = 0.04\text{m}$

$a = ?$

গাণিতিক সমস্যা

- **রায়হান অপটিকস ল্যাবে 600nm তরঙ্গদৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একবর্ণী আলো $2\mu m$ প্রস্থের চিড়বিশিষ্ট একটি অপবর্তন গ্রেটিং- এর উপর লম্বাভাবে আপতিত করল। ১ম ক্রম চরমগুলোর কৌণিক দূরত্ব কত?**

Solve:

Given,

$\lambda = 600nm$

$= 600\times10^{-9}m$

$n = 1$

$a = 2\mu m$

$= 2\times10^{-6}$

$2\theta'_n = ?$

we know,

$$\Rightarrow a\sin\theta'_n = (2n+1)\frac{\lambda}{2}$$

$$\Rightarrow \sin\theta'_n = (2n+1)\frac{\lambda}{2a}$$

$$\Rightarrow \sin\theta'_n = (2\times1+1)\frac{600\times10^{-9}}{2\times2\times10^{-6}}$$

$$\Rightarrow \sin\theta'_n = 0.45$$

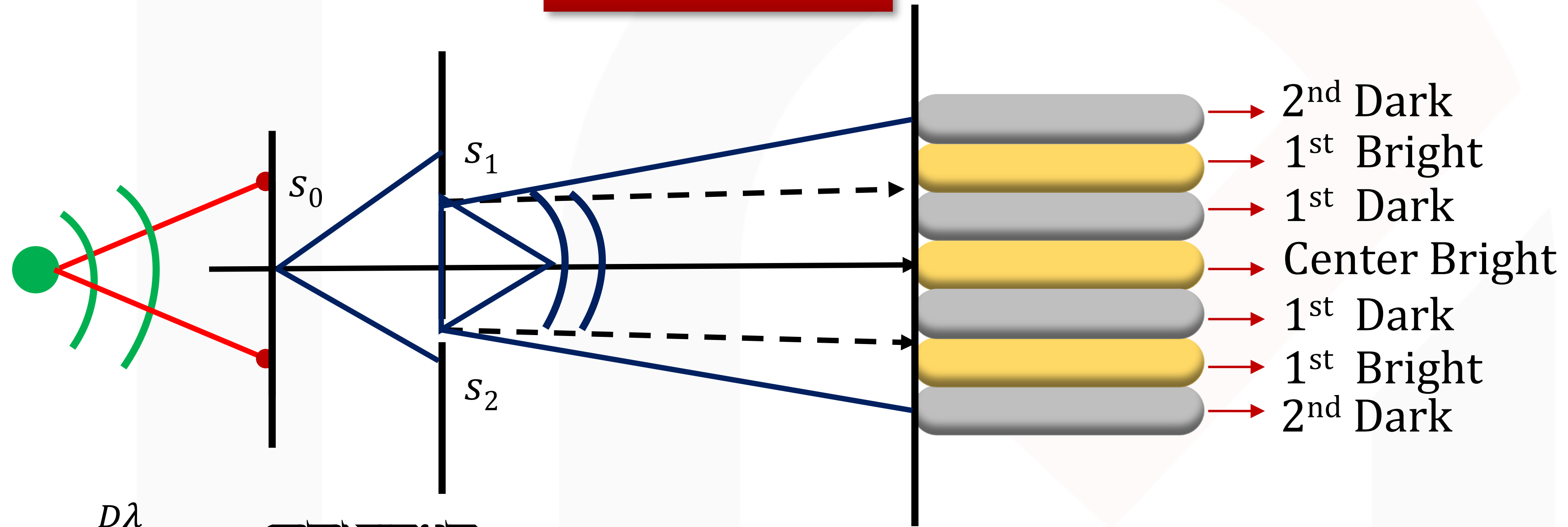
$$\Rightarrow \theta'_n = \sin^{-1}(0.45)$$

$$\Rightarrow \theta'_n = 26.74°$$

$$\therefore 2\theta'_n = 2\times26.74°$$

$$=53.48°$$ **(Ans)**

Solution



❖ Bright → $x_n = n\frac{D\lambda}{a}$ = nx ডোরা ব্যবধান

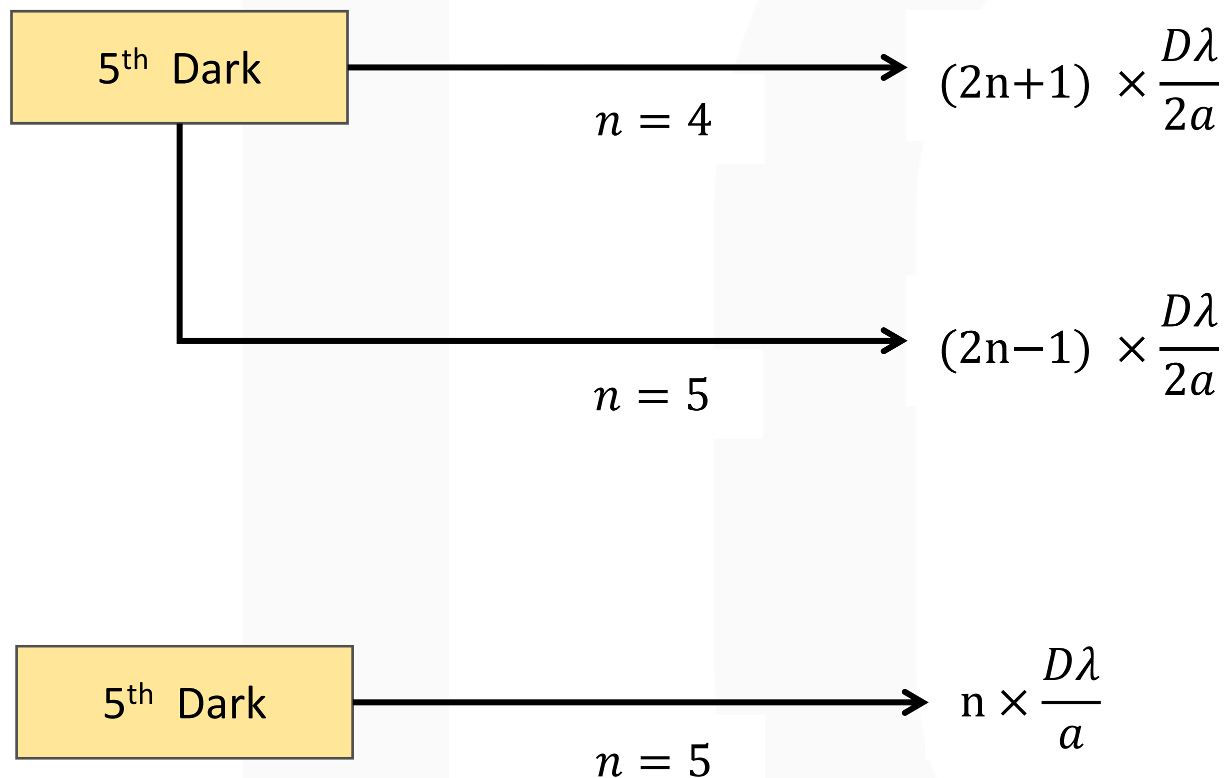
$n = 0,1,2,3,4$ ....

1^{st} Dark → 1x ডোরা প্রস্থ
2^{nd} Dark → 3x ডোরা প্রস্থ
n^{th} Dark → $(2n-1) \times \frac{D\lambda}{2a}$] n=1,2,3,4 ....

Or,

n'^{th} Dark → $(2n-1) \times \frac{D\lambda}{2a}$] n=0,1,2,3 ....

Example:



5^{th} Dark

$n = 5$

$$n \times \frac{D\lambda}{a}$$

গাণিতিক সমস্যা

- **নীল LED হতে নিঃসৃত আলো একটি অপবর্তন গ্রেটিং এর ওপর লম্বাভাবে আপতিত হয়। এ অপবর্তন গ্রেটিং- এ 25.4 mm প্রস্থের সমাধানে 1.26×10^4 টি রেখা টানা আছে। কেন্দ্রীয় অক্ষ হতে কত ডিগ্রি কোনে দ্বিতীয় চরম উৎপন্ন হবে? নীল আলোর তরঙ্গদৈর্ঘ্য। $\lambda = 450 \times 10^{-9}$ m।**

Solve:

আমরা জানি,

$$1\text{m এ রেখার সংখ্যা, } N = \frac{1.26 \times 104 \times 1}{25.4 \times 10^{-3}}$$

$$= 4.96 \times 10^5 \text{ টি}$$

$$\therefore d = \frac{1}{N} = 2.0159 \times 10^{-6}\text{ m}$$

গাণিতিক সমস্যা

- নীল LED হতে নিঃসৃত আলো একটি অপবর্তন গ্রেটিং এর ওপর লম্বাভাবে আপতিত হয়। এ অপবর্তন গ্রেটিং- এ 25.4 mm প্রস্থের সমাধানে 1.26×10^4 টি রেখা টানা আছে। কেন্দ্রীয় অক্ষ হতে কত ডিগ্রি কোনে দ্বিতীয় চরম উৎপন্ন হবে? নীল আলোর তরঙ্গদৈর্ঘ্য। $\lambda = 450 \times 10^{-9}$ m।

Solve:

আবার,

$$d \sin\theta = n\lambda$$

$$\theta = \sin^{-1}\left(\frac{n\lambda}{d}\right)$$

$$= \sin^{-1}\left(\frac{2 \times 450 \times 10^{-9}}{2.0159 \times 10^{-6}}\right)$$

$$= 26.52°$$

(Ans)

গাণিতিক সমস্যা

- 5000Ȧ তরঙ্গদৈর্ঘ্যের কোনো আলো একটি চিরের উপর পতিত হলো। অপবর্তন প্যাটার্নের প্রথম অবম (minimam)2m দূরত্বে স্থাপিত পর্দায় কেন্দ্রীয় চরম থেকে 5mm দূরত্বে দেখা গেল। চির প্রস্থ বের কর।

Solve:

আমরা জানি,

$$a \sin\theta = n\lambda$$

$$\therefore a = \frac{n\lambda}{\sin\theta}$$

$$= 1 \times 5000 \times 10^{-10} \times 400$$

$$= 2 \times 10^{-4}$$

$$= 0.02 \text{ cm}$$ **(Ans)**

এখানে,

$n = 1$

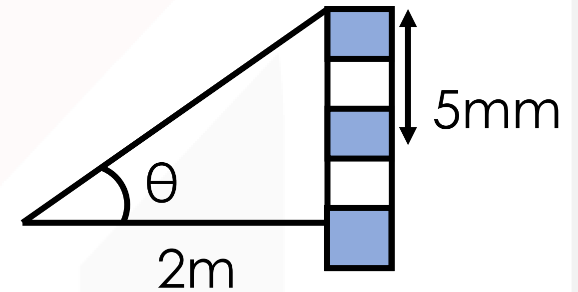
$\lambda = 5000\ \dot{A}$

$= 5000 \times 10^{-10}$

$\sin\theta = \tan\theta$

$$= \frac{0.5}{200} = \frac{1}{400} \text{ cm}$$

$a = ?$



$\theta \longrightarrow 0° \longrightarrow \theta = \sin\theta = \tan\theta$

$= \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$

গাণিতিক সমস্যা

- পরীক্ষাগারে ইয়ং এর দ্বি চিড় পরীক্ষা সম্পন্ন করতে গ্রুপ-বি এর শিক্ষার্থীরা 5640 $\dot{A}$ তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সবুজ আলো দ্বারা একটি পর্দাকে আলোকিত করল। ফলে স্লিটগুলো থেকে 1 cm দূরে পর্দার উপর যে ব্যতিচার পট্টি দেখা গেল তার চারটি উজ্জ্বল তোরার ব্যধবান 5 mm। ব্যবহৃত স্লিট দ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত ?

Solve:

We know,

$$\beta = \frac{\lambda D}{2a}$$

$$a = \frac{\lambda D}{2\beta}$$

$$= \frac{5640 \times 10^{-10} \times 1}{2 \times 8.33 \times 10^{-4}}$$

$$= 3.38 \times 10^{-4} \text{ m}$$

(Ans)

Given,

$$\lambda = 5640\ \dot{A}$$

$$= 5640 \times 10^{-10} \text{ m}$$

$$D = 1 \text{ m}$$

$$\beta = \frac{5 \times 10^{-3}}{6}$$

$$= 8.33 \times 10^{-4} \text{ m}$$

$$a = ?$$

DOWNLOAD THE APP

MCQ

10 MINUTE SCHOOL

- কোনো বেতার তরঙ্গের, $E_0 = 10\text{-}4vm^{-1}$ হলে, B_0 এর মান কত?

(ক) 3×10^{-12} tesla

(খ) 3×10^{-12} tesla

(গ) 3.33×10^{-13} tesla ✔

(ঘ) 0.33×10^{-13} tesla

Solve:

$$C = \frac{E_0}{B_0}$$

$$B_0 = \frac{E_0}{c} = \frac{10^{-4}}{3\times10^8} = 3.33\times10^{-13} \text{ tesla.}$$

MCQ

- দুটি তরঙ্গের প্রতিটি তরঙ্গদৈর্ঘ্য 12cm। যদি একটি থেকে আপরটি 14cm অগ্রগামী হয় তবে পার্থক্য কত?

(ক) $\frac{\pi}{3}$ ✓ (খ) $\frac{\pi}{4}$ (গ) $\frac{\pi}{5}$ (ঘ) $\frac{\pi}{6}$

Solve:

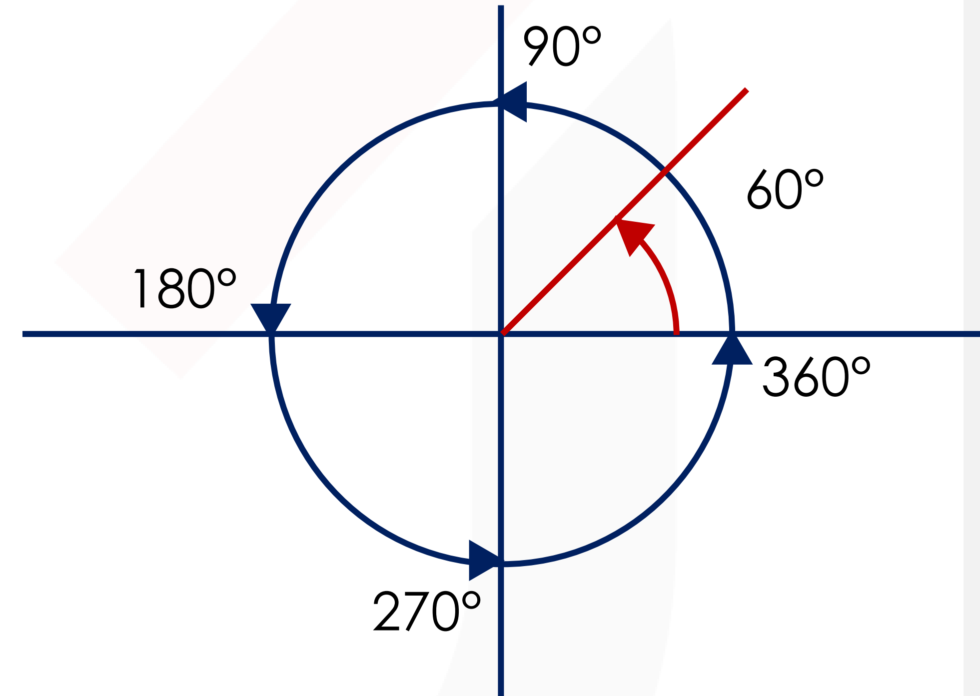
$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}x$$

$$= \frac{2\pi}{12}\times 14$$

$$= 420^\circ$$

$$= 4\times\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3}$$

$$= \frac{\pi}{3}$$



MCQ

- পানি ও কাচের প্রতিসরাঙ্ক যথাক্রমে 1.33 ও 1.52 হলে, কাচে আলোর দ্রুতি কত? (দেওয়া আছে, পানিতে আলোর দ্রুতি $2.28\times10^{8}\ ms^{-1}$) D.B.15

(ক) $1.52\times10^{8}\ ms^{-1}$

(খ) $2.61\times10^{8}\ ms^{-1}$

(গ) $3.03\times10^{8}\ ms^{-1}$

(ঘ) $1.995\times10^{8}\ ms^{-1}$ ✔

Solve:

$$\frac{c_w}{c_g} = \frac{\mu_G}{\mu_\omega} \times c_w$$

$$c_g = \frac{\mu_w}{\mu_g} \times c_w \quad = \frac{1.33}{1.52} \times 2.28 \times 10^8$$

$$= 1.995\times 10^8\ ms^{-1}$$

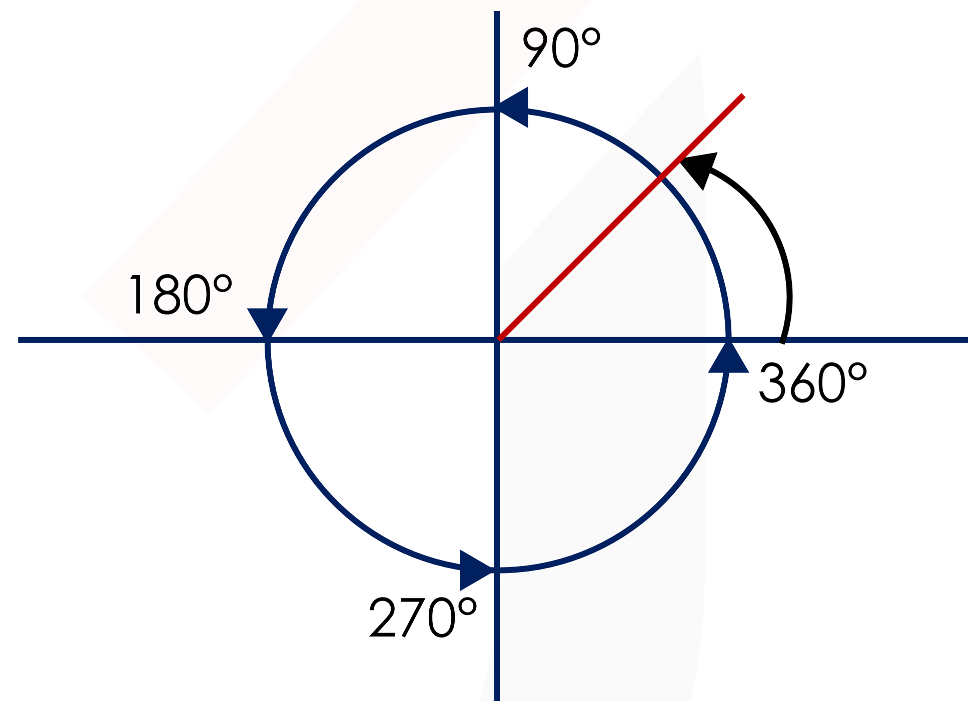
দৃশ্যা পার্থক্য: $0°, 2\pi, 4\pi, 6\pi, 8\pi, 10\pi = 0$

দৃশ্যা পার্থক্য,

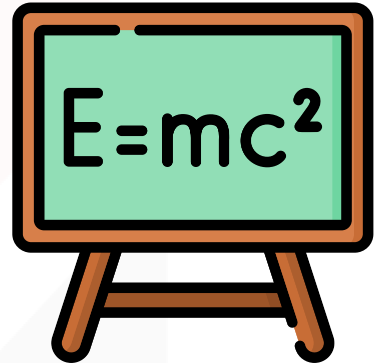
$$\frac{13\pi}{3} = 780$$

$$= \left(\frac{\pi}{2} \times 8 + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$= \frac{\pi}{3}$$



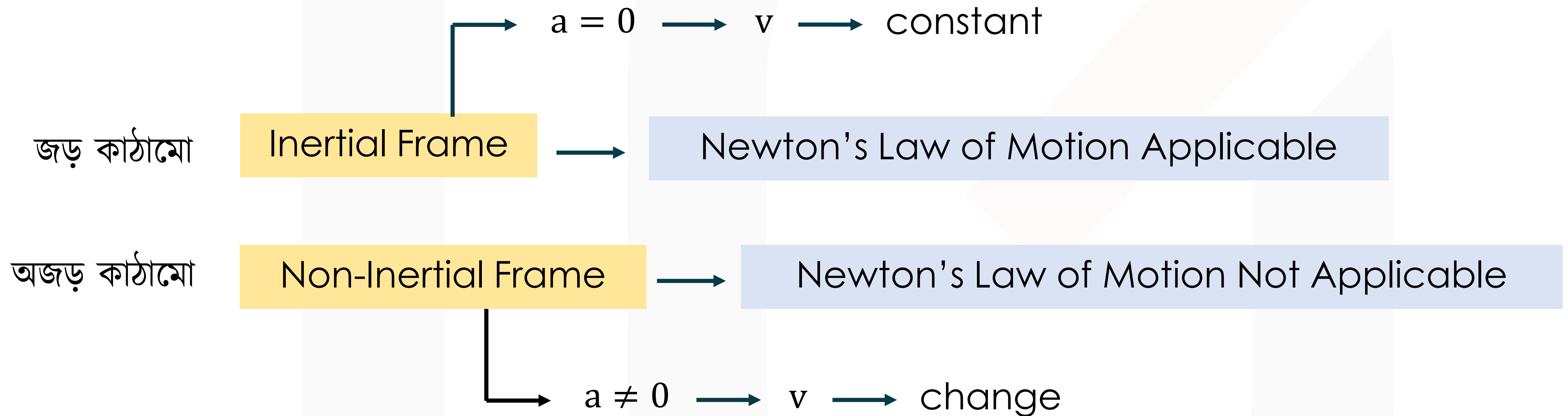




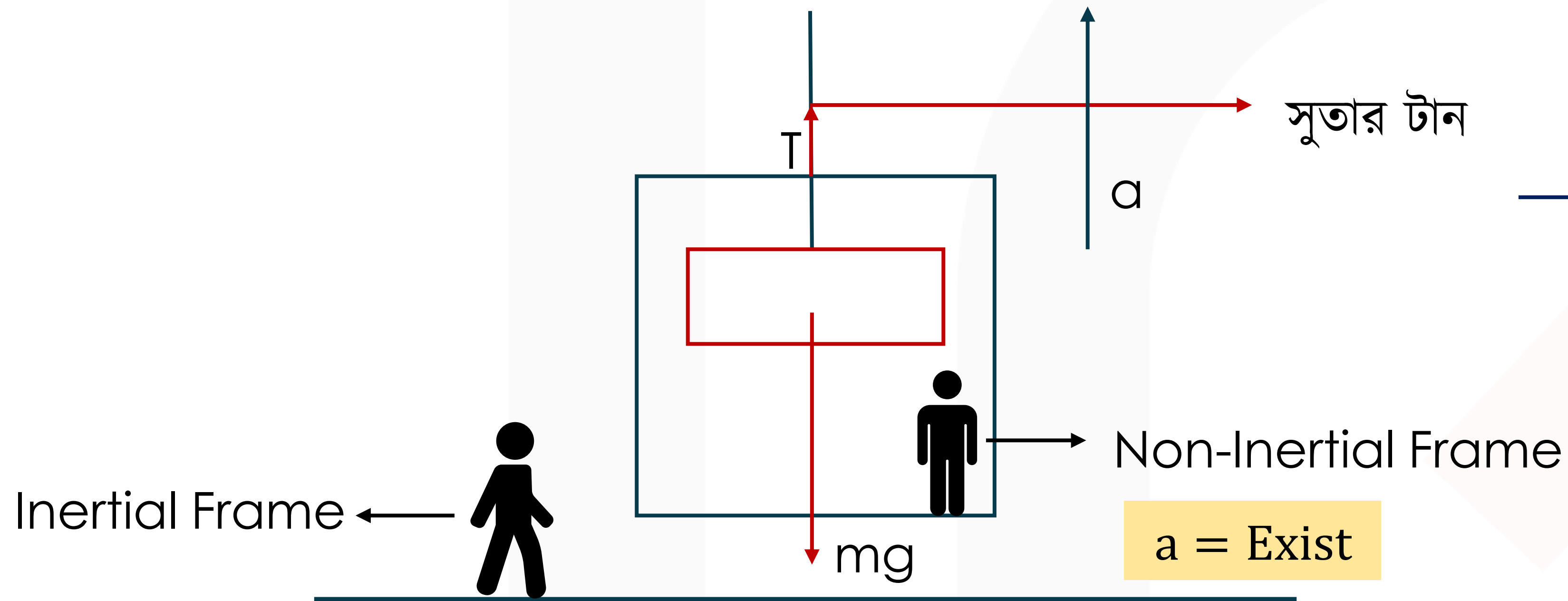
Modern Physics

Paper-2, Chapter-8





$a = 0$ → v → constant
জড় কাঠামো
Inertial Frame
Newton's Law of Motion Applicable
অজড় কাঠামো
Non-Inertial Frame
Newton's Law of Motion Not Applicable
$a \neq 0$ → v → change

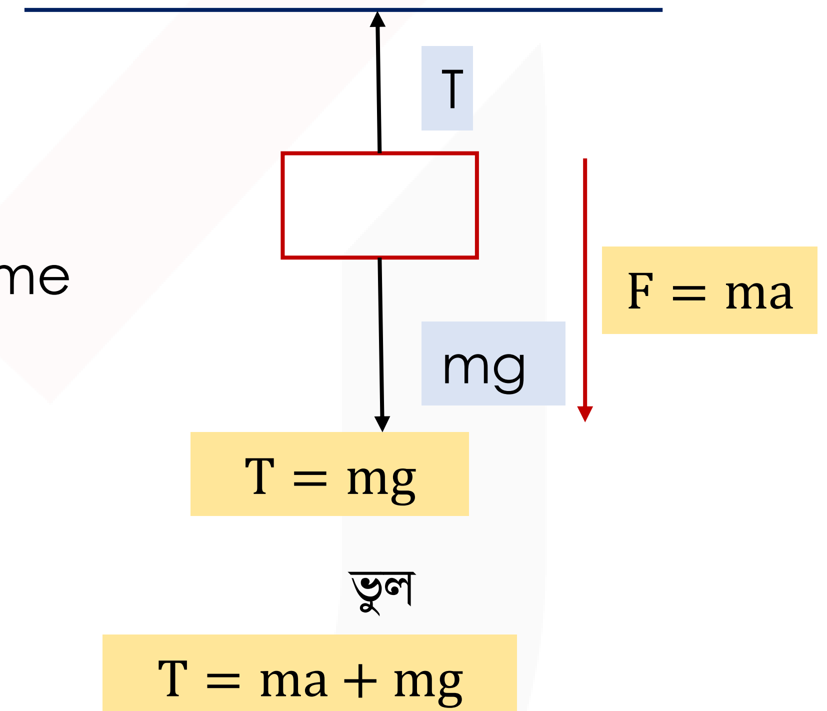


a = 0

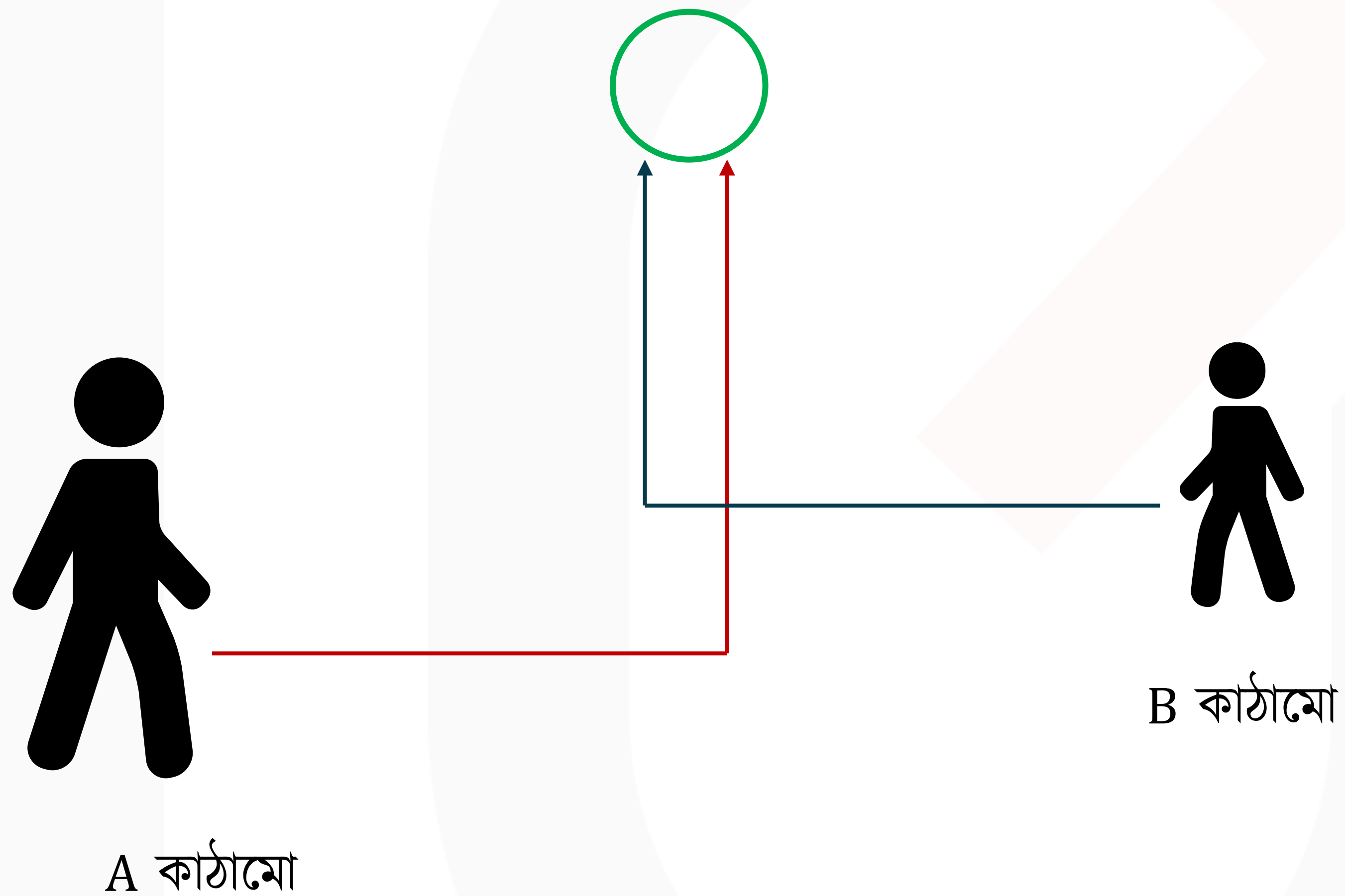
NLM → $\sum F = ma$

$\Rightarrow T - mg = ma$

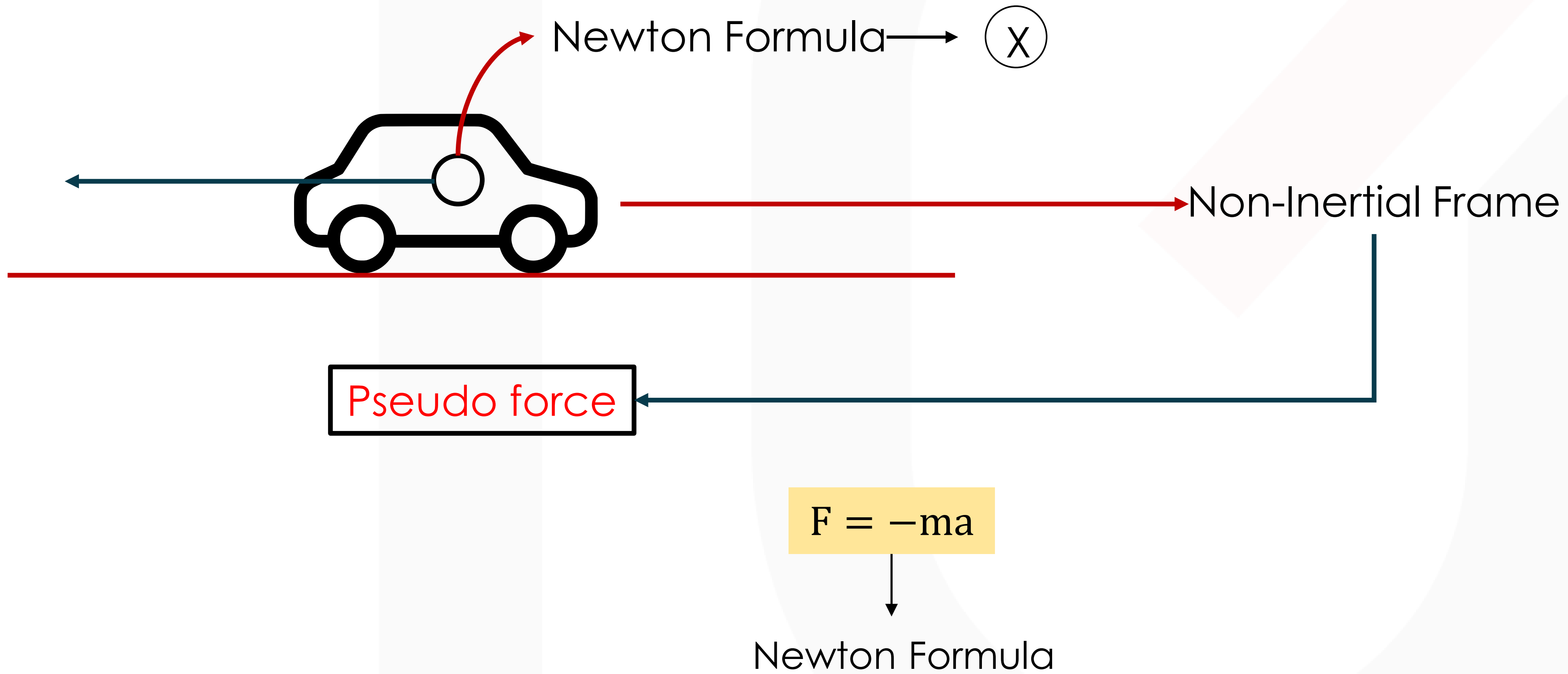
$\Rightarrow T = mg + ma$

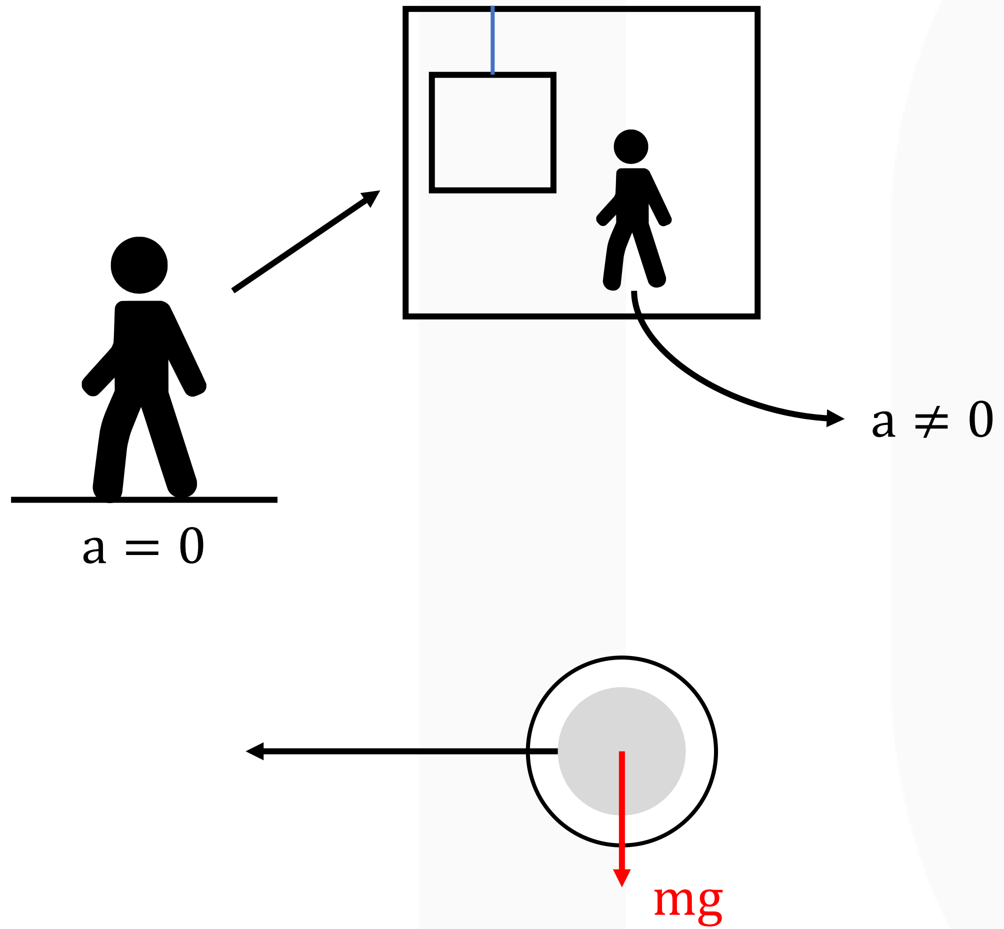


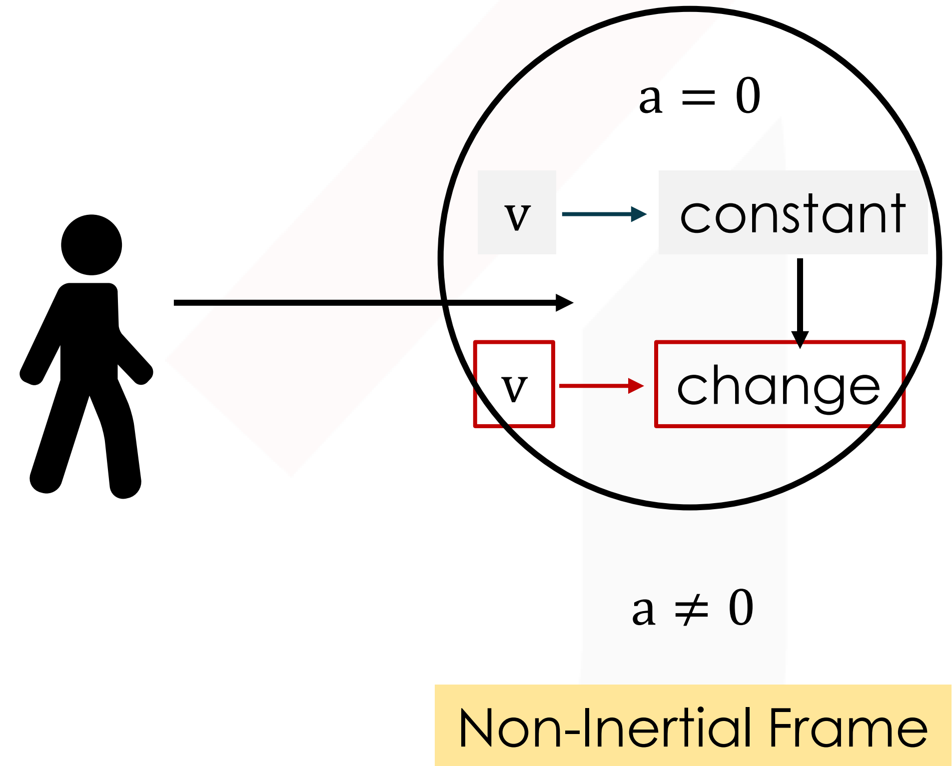
Frame:



Pseudo force ⟶ Fake force ⟶ Non-Inertial Frame ⟶ Newton's Formula Applicable

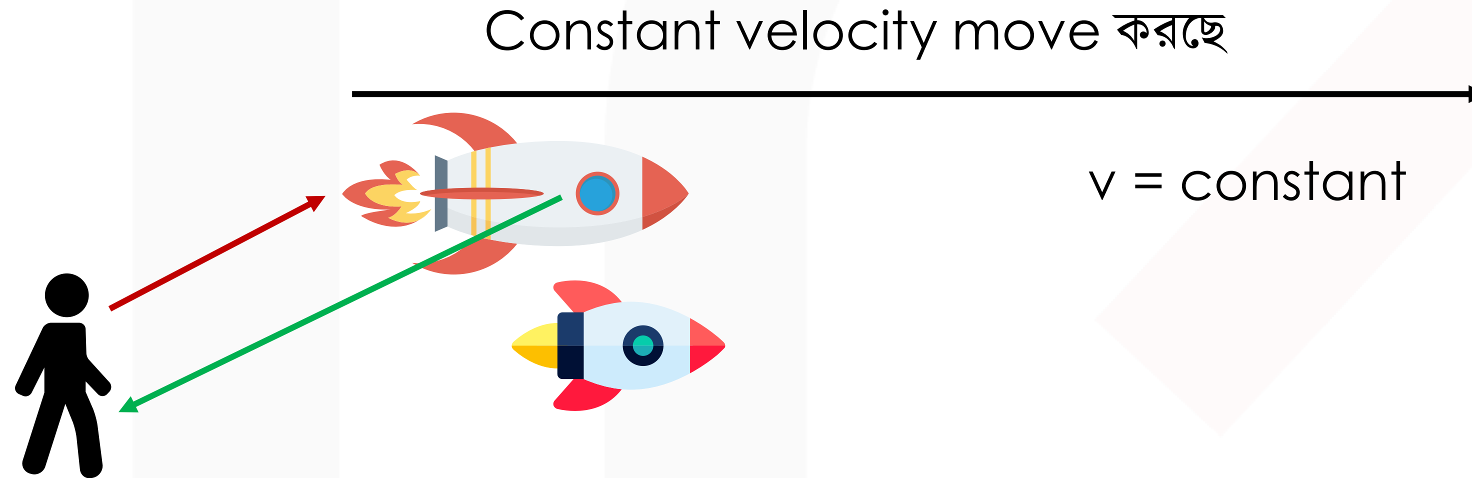






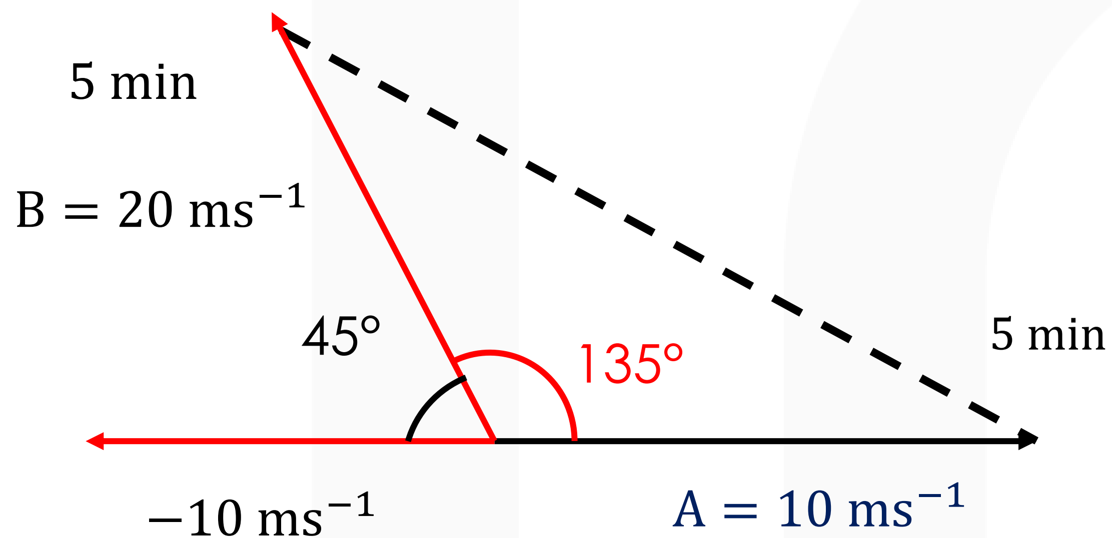
Non-Inertial Frame

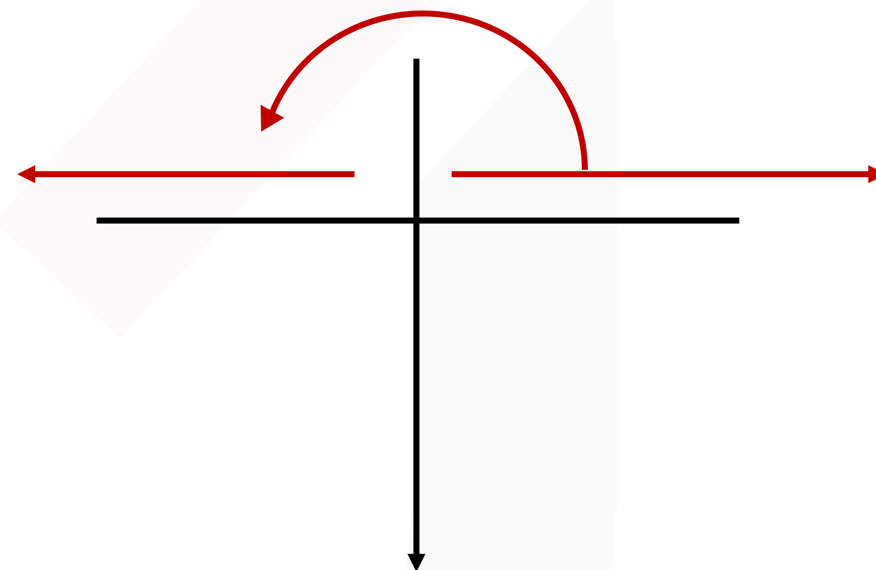
Einstein's → Special theory of relativity → 1905



Einstein's → General theory of relativity → 1916

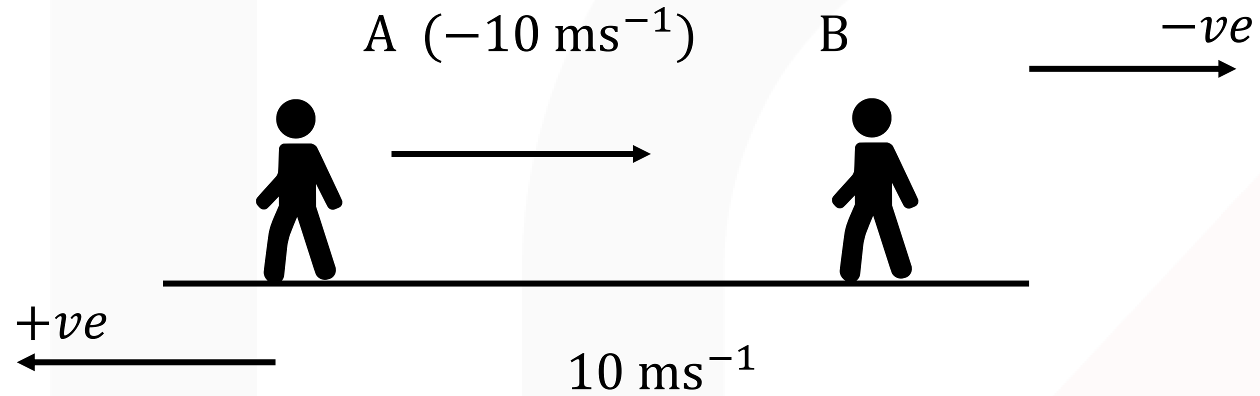






$$v = \sqrt{10^2 + 20^2 + 2 \times 10 \times 20 \times \cos 45°}$$

$$s = vt$$

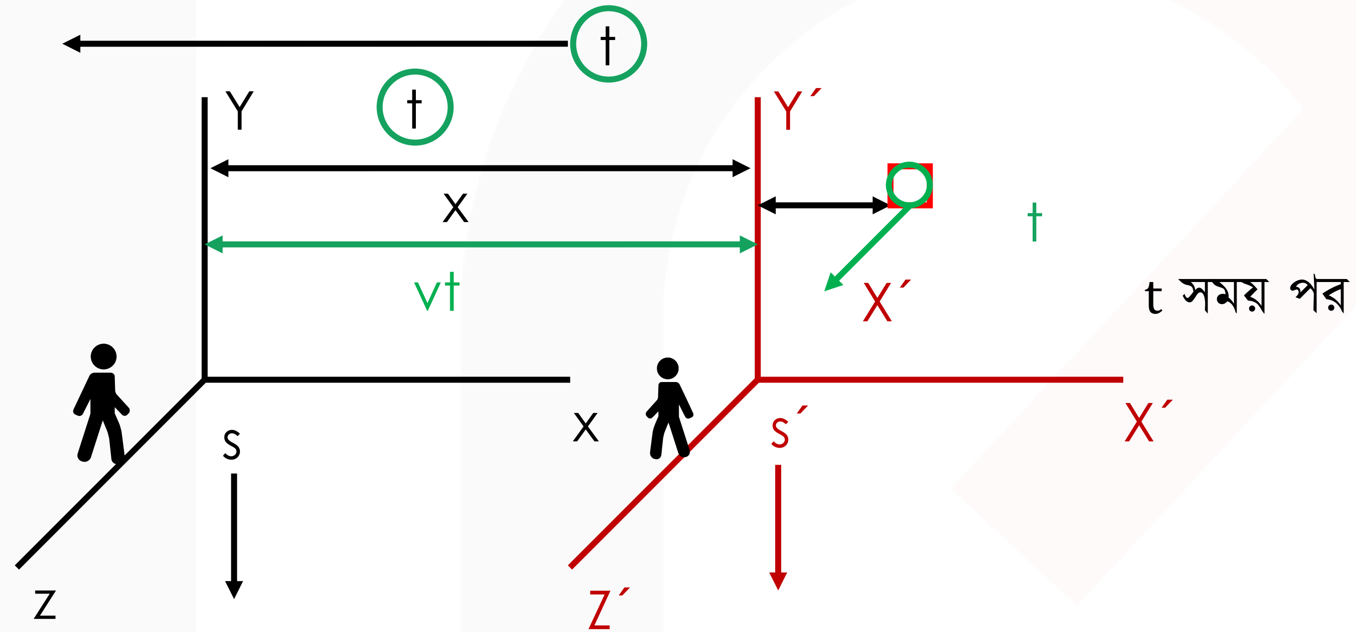


A এর সাপেক্ষে B এর বেগ কত?

$$10-(-10)$$

$$=10+10$$

$$=20$$



$x = vt' + x'$ | $x' = x - vt$

$y = y'$ | $y' = y$

$z = z'$ | $z' = z$

$t = t'$ | $t' = t$

t ⟶ same

v ⟶ different

$$v_x = v'_x + v$$

$$v'_x = \frac{d}{dt}(x - vt)$$

$$= v_x - v$$

$$v_y = v'_y$$

$$v'_y = v_y$$

$$v_z = v'_z$$

$$v'_z = v_z$$

x ⟶ $\frac{\text{দূরত্ব}}{\text{সময়}}$ = বেগ

x ⟶ বেগ ⟶ $v_x = \frac{x \rightarrow \text{বরাবর দূরত্ব}}{\text{সময়}}$

গ্যালিলিয়ন রূপান্তর

s	s' (v সমবেগে দূরে যাচ্ছিলো)
$x = x' + vt'$	$x' = x - vt$
$y = y'$	$y' = y$
$z = z'$	$z' = z$
$t = t'$	$t' = t$

গ্যালিলিয়

গ্যালিলিয়ন রূপান্তর

$v_x = v'_x + v$	$v'_x = v_x - v$
$v_y = v'_y$	$v'_y = v_y$
$v_z = v'_z$	$v'_z = v_z$
	$a'_x = a_x$

লরেঞ্জ রূপান্তর

s	s′
$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$	$x' = \frac{x + vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$
$y = y'$	$y' = y$
	$z' = z$
	$t' = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

$$v_x = v'_x + v$$

$$= c + v$$

$$v'_x = c$$

1 থেকে ছোট

$$L = L_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

গতিশীল স্থির দৈর্ঘ্য

$$\left(\frac{v}{c}\right)^2$$

$$\frac{2}{5} < 1$$

$$\frac{3}{5} < 1$$

$$L_0 = \frac{L}{1 \text{ থেকে ছোট}}$$

$$\frac{10}{\frac{1}{2}} = 20$$

$$L_0 > L$$

স্থির গতিশীল

$$L = L_0 \sqrt{1 - \left(\frac{c}{c}\right)^2} \quad [v = c]$$

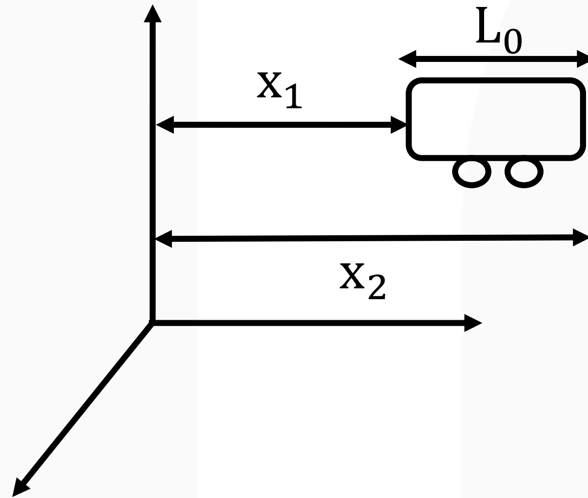
Modern Physics

গ্যালিলিও	লরেন্টজ
$x' = x - vt$	$x' = \frac{x-vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$
$y' = y$	$y' = y$
$z' = z$	$z' = z$
$t' = t$	$t' = \frac{t-\frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

$$x_2' = \frac{x_2 - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$x_1' = \frac{x_1 - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Modern Physics



$$L_0 = x_2 - x_1$$

$$L = x_2' - x_1'$$

স্থির ছোট ↑ গতিশীল বড় ↑

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

1 থেকে ছোট

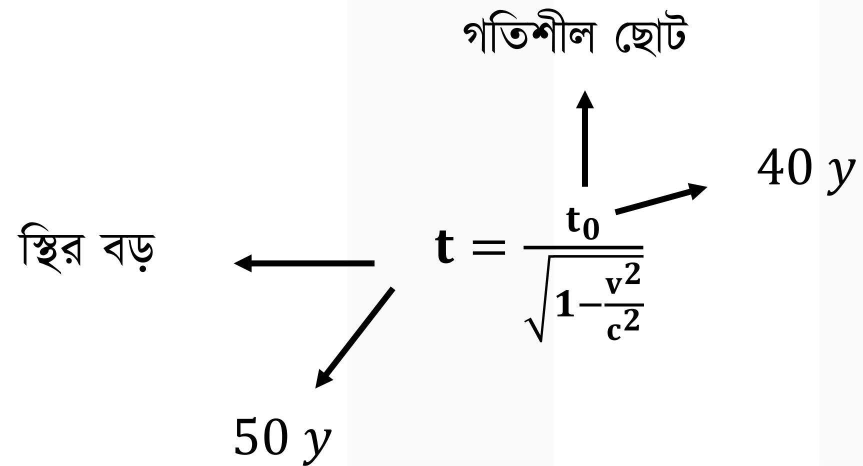
স্থির বড় ↑

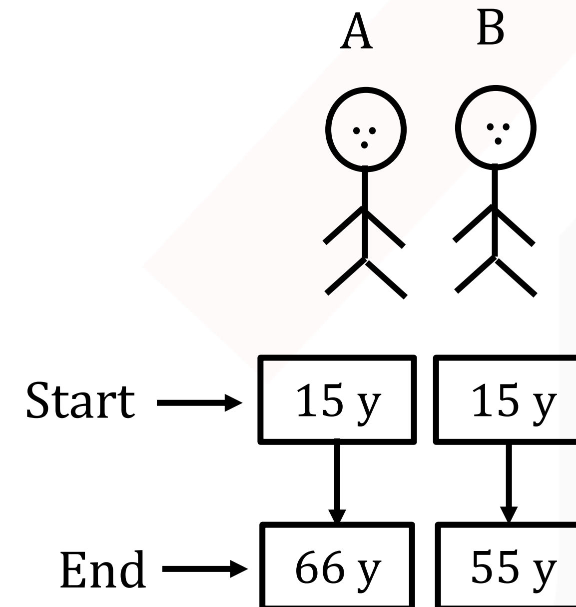
$$L = L_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

→ 1 থেকে ছোট

↓ গতিশীল ছোট

Modern Physics





গাণিতিক সমস্যা

❑ একটি মহাশূণ্যযান কত দ্রুত ভ্রমণ করলে মহাশূণ্যে 1 দিন অতিবাহিত হলে পৃথিবীতে 2 দিন অতিবাহিত হওয়ার সমান হবে?

$$1 - \frac{v^2}{c^2} = \left(\frac{t_0}{t}\right)^2$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{v^2}{c^2} = \left(\frac{t_0}{t}\right)^2$$

$$\Rightarrow v^2 = \left\{1 - \left(\frac{t_0}{t}\right)^2\right\} c^2$$

Here,

$$t_0 = 1\, day$$

$$t = 2\, day$$

গাণিতিক সমস্যা

❑ একজন মহাশূণ্যচারী 25 বছর বয়সে 2.6×10^8 ms^{-1} বেগে গতিশীল একটি মহাশূণ্যযানে চড়ে ভ্রমণে বের হলেন। 40 বছর পর (ভূপৃষ্ঠের সময় গণনায়) তিনি পৃথিবীতে ফিরে এলেন। মহাশূণ্যচারীর কাছে তার বয়স তখন কত হবে?

$$t_0 = t\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 20y$$

বয়স $= (25 + 20)y = 45\ years$

Here,

$v = 2.6 \times 10^8\ ms^{-1}$

$t = 40\ y$

গাণিতিক সমস্যা

- একজন লোকের ভর 99 kg। কত বেগের উড়ন্ত রকেটে থাকাকালীন মাটিতে অবস্থিত একজন পর্যবেক্ষকের নিকট তার ভর 100 kg হবে?

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Here,

$m_0 = 99\ kg$

$m = 100\ kg$

গাণিতিক সমস্যা

- পদার্থবিজ্ঞান পরীক্ষাগারে হাসান সাহেব দৈর্ঘ্যের ধাতব বস্তুর ঘনত্ব নির্ণয় করলেন। অন্যদিকে লাবনী বস্তুটির দৈর্ঘ্য বরাবর বেগে গতিশীল কাঠামো হতে বস্তুটির ঘনত্ব নির্ণয় করলেন।

ক) গতিশীল কাঠামোতে ধাতব বস্তুটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

খ) হাসান সাহেব ও লাবনী ধাতব বস্তুটির ঘনত্ব একই পাবে কী? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

$$L = L_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

Here,

$L_0 = 1\ \text{m}$

$v = 0.9\ c$

Solution

Now,

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{m}{m_0} \times \left(\frac{L_0}{L}\right)^3$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \times \frac{1}{\left(\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\right)^3}$$

$$\Rightarrow \frac{\rho}{\rho_0} = \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \times \rho_0$$

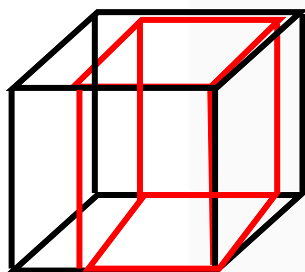
Here,

$$m = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\rho_0 = \frac{m_0}{v_0} = \frac{m_0}{L_0^3}$$

$$\rho = \frac{m}{v} = \frac{m}{L^3}$$

Solution



$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{m}{m_0} \times \frac{L_0^3}{L \times L_0^2}$$

$$= \frac{m}{m_0} \times \frac{L_0}{L}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \times \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

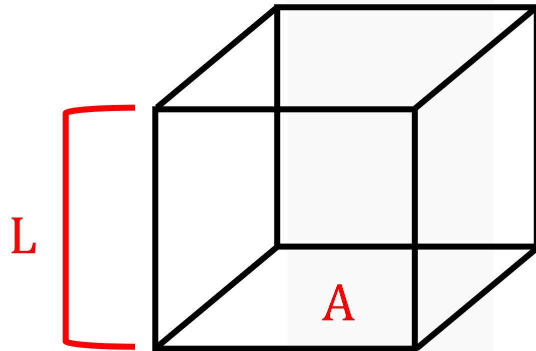
$$\rho_0 = \frac{m_0}{v_0} = \frac{m_0}{L_0^3}$$

$$\rho = \frac{m}{v} = \frac{m}{L^3}$$

$$\rho = \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \times \rho_0$$

$$\boldsymbol{\rho = \frac{\rho_0}{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Solution



আয়তন $\longrightarrow V = L \times L \times L$

$= L \times A$

$$\mathbf{V = A \times L}$$

গতিশীল $\longrightarrow$ আয়তন,

$V = L \times L_0 \times L_0$

$V = L \times A_0$

$$\boldsymbol{\rho = \frac{\rho_0}{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

দৈর্ঘ্য বরাবর গতিশীল

স্থির $\longrightarrow$ আয়তন,

$V = L_0 \times L_0 \times L_0$

$V = L_0 \times A_0$

গাাণিতিক সমস্যা

- করিম তার বন্ধু রহিমের সাথে আপেক্ষিক তত্ত্বের বিভিন্ন বিষয় নিয়ে আলোচনা করল। করিম বললো একজন মহাশূণ্যচারী 30 বছর বয়সে $2.5 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$ বেগে একটি রকেটে চড়ে নতুন নতুন গ্রহের অনুসন্ধানে গেল। পৃথিবীতে রকেটের দৈর্ঘ্য ছিলো 80 m।

ক) পৃথিবী থেকে পরিমাপকৃত গতিশীল রকেটের দৈর্ঘ্য কত হবে?

খ) অনুসন্ধান শেষে উক্ত নভোচারী পৃথিবীর হিসাবে বছর পর ফিরে আসলে আপেক্ষিক তত্ত্ব অনুসারে তার বয়স পৃথিবীর ক্যালেন্ডার অনুযায়ী একই হবে কি-না ব্যাখা কর।

Solution

- করিম তার বন্ধু রহিমের সাথে আপেক্ষিক তত্ত্বের বিভিন্ন বিষয় নিয়ে আলোচনা করল। করিম বললো একজন মহাশূণ্যচারী 30 বছর বয়সে $2.5 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$ বেগে একটি রকেটে চড়ে নতুন নতুন গ্রহের অনুসন্ধানে গেল। পৃথিবীতে রকেটের দৈর্ঘ্য ছিলো 80 m।

ক) পৃথিবী থেকে পরিমাপকৃত গতিশীল রকেটের দৈর্ঘ্য কত হবে?

$$L = L_0\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Here,

$L_0 = 80 \text{ m}$

$c = 3 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$

$v = 2.5 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$

Solution

- করিম তার বন্ধু রহিমের সাথে আপেক্ষিক তত্ত্বের বিভিন্ন বিষয় নিয়ে আলোচনা করল। করিম বললো একজন মহাশূণ্যচারী 30 বছর বয়সে $2.5 \times 10^8\ \mathrm{ms^{-1}}$ বেগে একটি রকেটে চড়ে নতুন নতুন গ্রহের অনুসন্ধানে গেল। পৃথিবীতে রকেটের দৈর্ঘ্য ছিলো 80 m।

খ) অনুসন্ধান শেষে উক্ত নভোচারী পৃথিবীর হিসাবে বছর পর ফিরে আসলে আপেক্ষিক তত্ত্ব অনুসারে তার বয়স পৃথিবীর ক্যালেন্ডার অনুযায়ী একই হবে কি-না ব্যাখা কর।

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$$t_0 = 50 \times \sqrt{1-\left(\frac{2.5}{3}\right)^2} = 27.64\ years$$

$$\text{বয়স} = (30 + 27.64)\ years$$

Here,

$t = 50\ years$

গাণিতিক সমস্যা

- ধরো 370 আলোকবর্ষ দূরে অবস্থিত প্রানীর বসবাস উপযোগী একটি গ্রহের সন্ধান পেয়ে নাসার বিজ্ঞানীরা 50 বছর বয়সী একটি কাছিমকে $0.7\ c$ বেগে চলমান নভোযানে করে ওই গ্রহের উদ্দেশ্যে পাঠায়। কাছিমের ভর $30\ \text{kg}$ এবং গড় আয়ু 450 বছর। 1 আলোকবর্ষ $= 9.46 \times 10^{15}\ \text{m}$।

ক) চলন্ত অবস্থায় কাছিমের শক্তি নির্ণয় কর।

খ) কাছিমটি জীবিত অবস্থায় ওই গ্রহে পৌছাতে সক্ষম হবে কিনা? যাচাই কর।

Solution

- ধরো 370 আলোকবর্ষ দূরে অবস্থিত প্রানীর বসবাস উপযোগী একটি গ্রহের সন্ধান পেয়ে নাসার বিজ্ঞানীরা 50 বছর বয়সী একটি কাছিমকে $0.7\ c$ বেগে চলমান নভোযানে করে ওই গ্রহের উদ্দেশ্যে পাঠায়। কাছিমের ভর 30 kg এবং গড় আয়ু 450 বছর। 1 আলোকবর্ষ $= 9.46 \times 10^{15}$ m।

ক) চলন্ত অবস্থায় কাছিমের শক্তি নির্ণয় কর।

$$E = mc^2$$

$$= \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \times c^2$$

Here,

1 light year $= 9.46 \times 10^{15}$ m

$v = 2.5 \times 10^8\ ms^{-1}$

DOWNLOAD THE APP

10 MINUTE SCHOOL

Solution

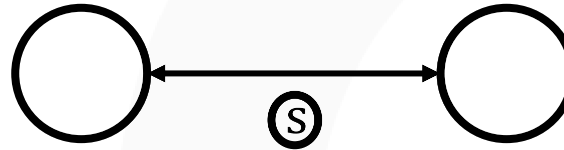
- ধরো 370 আলোকবর্ষ দূরে অবস্থিত প্রানীর বসবাস উপযোগী একটি গ্রহের সন্ধান পেয়ে নাসার বিজ্ঞানীরা 50 বছর বয়সী একটি কাছিমকে $0.7\,c$ বেগে চলমান নভোযানে করে ওই গ্রহের উদ্দেশ্যে পাঠায়। কাছিমের ভর 30 kg এবং গড় আয়ু 450 বছর। 1 আলোকবর্ষ $= 9.46 \times 10^{15}$ m।

খ) কাছিমটি জীবিত অবস্থায় ওই গ্রহে পৌছাতে সক্ষম হবে কিনা? যাচাই কর।

$$t_0 = t \times \sqrt{1 - \frac{v^2}{e}} = 377.5\ years$$

$$\text{বয়স} = (377.5 + 50) = 427.5\ years$$

Modern Physics



$$s = vt$$

$$\Rightarrow t = \frac{s}{v}$$

$t_0 \longrightarrow$ গতিশীল	$L_0/m_0 \longrightarrow$ স্থির
$t \longrightarrow$ স্থির	$L/m \longrightarrow$ চলমান

- 1.5m দৈর্ঘ্যের একটি দন্ড নিশ্চল অবস্থায় S প্রসঙ্গ কাঠামোতে X অক্ষের সাথে 45° কোণে রাখা আছে। 0.98c বেগে X অক্ষ বরাবর গতিশীল S′ কাঠামোর সাপেক্ষে দন্ডটির দৈর্ঘ্য ও অবস্থান কোণ কত হবে?

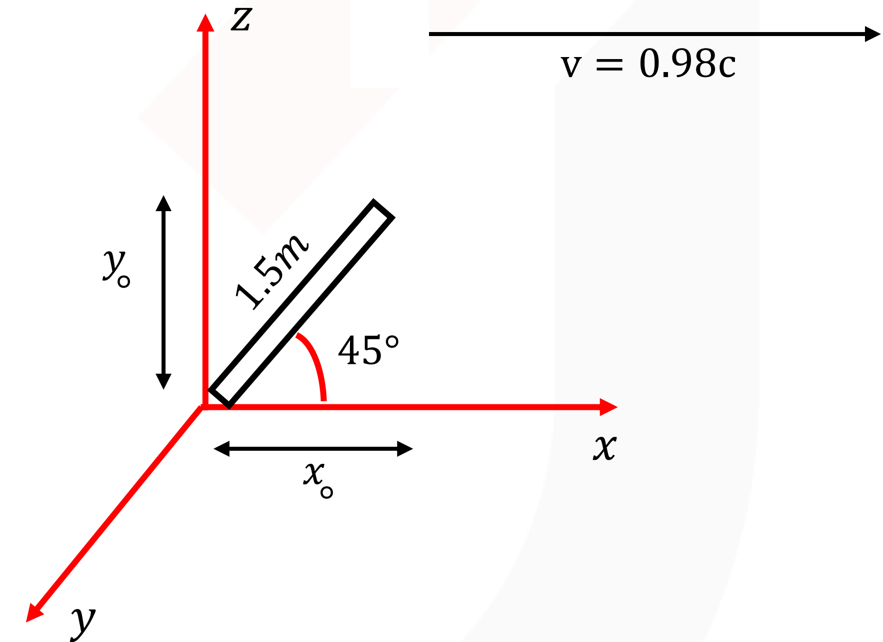
$$x_0 = 1.5\cos 45° = 1.06 \text{ m}$$

$$y_0 = 1.5\sin 45° = 1.06 \text{ m}$$

$$x = x_0\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$L = \sqrt{x^2 + y^2} = 1.08 \text{ m}$$

<u>*Ans*</u>



Solution

- 1.5m দৈর্ঘ্যের একটি দন্ড নিশ্চল অবস্থায় S প্রসঙ্গ কাঠামোতে X অক্ষের সাথে 45° কোণে রাখা আছে। 0.98c বেগে X অক্ষ বরাবর গতিশীল S′ কাঠামোর সাপেক্ষে দন্ডটির দৈর্ঘ্য ও অবস্থান কোণ কত হবে?

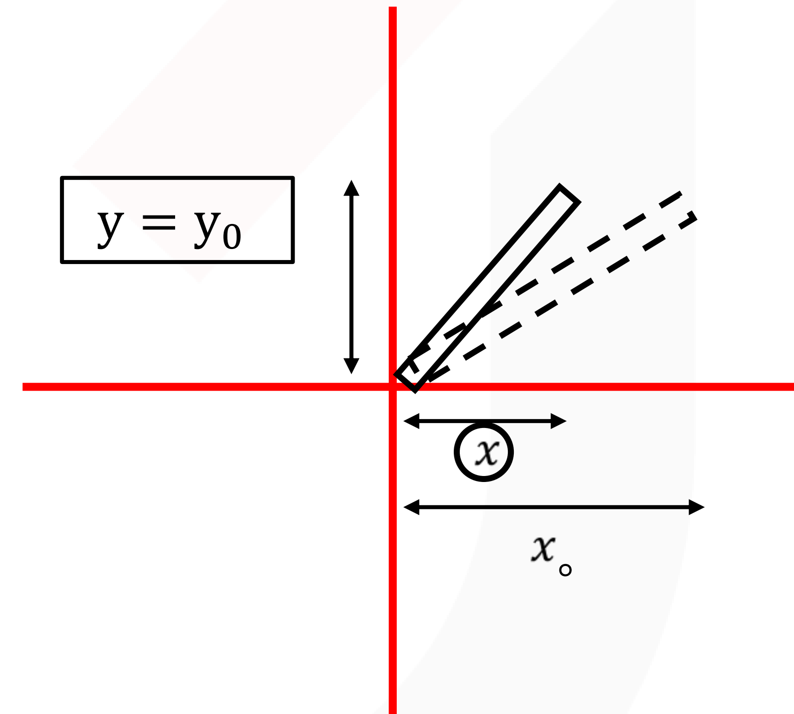
$$\tan\theta = \frac{y}{x}$$

$$\Rightarrow \theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{y_0}{x}\right)$$

$$\Rightarrow \theta = 78.7°$$

Ans



গাণিতিক সমস্যা

- একটি স্থির কাঠামো S যাতে দুটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (0, 0, 0, 0) এবং $(4 \times 3 \times 10^8 \text{m}, 0, 0, 3\text{s})$ এবং এই দুটি বিন্দুতে S কাঠামোতে দুটি ঘটনা সংঘটিত হয়েছে। এখন এমন একটি সমবেগে গতিশীল কাঠামো S' নির্ণয় কর যার সাপেক্ষে,

ক) ঘটনা দুটি একই সাথে ঘটে।

খ) প্রথম ঘটনা ঘটার 2 sec পর দ্বিতীয় ঘটনা ঘটে।

গ) প্রথম ঘটনা ঘটার 2 sec পূর্বে দ্বিতীয় ঘটনা ঘটে।

Solution

S′ কাঠামোতে, $t_2' - t_1' = 0$

$$\frac{t_2 - \frac{vx_2}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - \frac{t_1 - \frac{vx_1}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 0$$

$$\Rightarrow (t_2 - t_1) - \frac{v}{c^2}(x_2 - x_1) = 0$$

S কাঠামোতে, $t_1 = 0\ s$

$t_2 = 3\ s$

ঘটনা ঘটেছে $= t_2 - t_1$

$= 3 - 0 = 3s$

X অক্ষের দূরত্ব $= x_2 - x_1$

$= 4 \times 3 \times 10^8 - 0$

$= 4 \times 3 \times 10^8 m$

DOWNLOAD THE APP

গাণিতিক সমস্যা

10 MINUTE SCHOOL

একটি স্থির কাঠামো s যাতে দুটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (0,0,0,0) এবং $(4 \times 3 \times 10^8 m, 0,0, 3s)$ এবং এই দুটি বিন্দুতে s কাঠামোতে দুটি ঘটনা সংঘটিত হয়েছে। এমন একটি সমবেগে গতিশীল কাঠামো s' নির্ণয় কর যার সাপেক্ষে,

(i) ঘটনা দুটি একই সাথে ঘটে।

(ii) প্রথম ঘটনা ঘটার $2sec$ পর দ্বিতীয় ঘটনা ঘটে।

(iii) প্রথম ঘটনা ঘটার $2sec$ পূর্বে দ্বিতীয় ঘটনা ঘটে।

Solution

একটি স্থির কাঠামো s যাতে দুটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (0,0,0,0) এবং $(4\times3\times10^8 m, 0, 0, 3s)$ এবং এই দুটি বিন্দুতে s কাঠামোতে দুটি ঘটনা সংঘটিত হয়েছে। এমন একটি সমবেগে গতিশীল কাঠামো s' নির্ণয় কর যার সাপেক্ষে,

(i) ঘটনা দুটি একই সাথে ঘটে।

Solve:- এখানে,

$$x_1 = 0, y_1 = 0, z_1 = 0, t_1 = 0$$

$$x_2 = 4\times3\times10^8 m,\ y_2 = 0,\ z_2 = 0,\ t_2 = 3s$$

ঘটনা ঘটেছে $= t_2 - t_1$
$= 3 - 0$
$= 3s$

x অক্ষের দূরত্ব $= x_2 - x_1$
$= 4\times3\times10^8 - 0$
$= 4\times3\times10^8 m$

Solution

একটি স্থির কাঠামো s যাতে দুটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (0,0,0,0) এবং $(4 \times 3 \times 10^8 m, 0, 0, 3s)$ এবং এই দুটি বিন্দুতে s কাঠামোতে দুটি ঘটনা সংঘটিত হয়েছে। এমন একটি সমবেগে গতিশীল কাঠামো s' নির্ণয় কর যার সাপেক্ষে,

(i) ঘটনা দুটি একই সাথে ঘটে।

s' কাঠামোতে,

$$t_2' - t_1' = 0$$

বা, $$\frac{t_2 - \frac{vx_2}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - \frac{t_1 - \frac{vx_1}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 0$$

বা, $$(t_2 - t_1) - \frac{v^2}{c^2}(x_2 - x_1) = 0$$

বা, $$\frac{v}{c^2}(x_2 - x_1) = t_2 - t_1$$

বা, $$v = \frac{t_2 - t_1}{x_2 - x_1} \cdot c^2$$

বা, $$v = \frac{3 - 0}{4 \times 3 \times 10^8} \times (3 \times 10^8)^2$$

$$= 2.25 \times 10^8 \ ms^{-1}$$ **(Ans)**

Solution

একটি স্থির কাঠামো s যাতে দুটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (0,0,0,0) এবং $(4 \times 3 \times 10^8 m, 0, 0, 3s)$ এবং এই দুটি বিন্দুতে s কাঠামোতে দুটি ঘটনা সংঘটিত হয়েছে। এমন একটি সমবেগে গতিশীল কাঠামো s' নির্ণয় কর যার সাপেক্ষে,

(ii) প্রথম ঘটনা ঘটার 2sec পর দ্বিতীয় ঘটনা ঘটে।

প্রথম ঘটনা ঘটার 2sec পর দ্বিতীয় ঘটনা ঘটলে,

$$t_2' - t_1' = 2$$

বা, $$\frac{t_2 - \frac{vx_2}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - \frac{t_1 - \frac{vx_1}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = 2$$

বা, $$(t_2 - t_1) + \frac{v}{c^2}(x_1 - x_2) = 2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

বা, $$3 - \frac{4 \times 3 \times 10^8 v}{c^2} = 2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

Solution

একটি স্থির কাঠামো s যাতে দুটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে $(0,0,0,0)$ এবং $(4 \times 3 \times 10^8 m, 0,0,3s)$ এবং এই দুটি বিন্দুতে s কাঠামোতে দুটি ঘটনা সংঘটিত হয়েছে। এমন একটি সমবেগে গতিশীল কাঠামো s' নির্ণয় কর যার সাপেক্ষে,

(ii) প্রথম ঘটনা ঘটার 2sec পর দ্বিতীয় ঘটনা ঘটে।

বা, $9 - \frac{24v}{c} + \frac{16v^2}{c^2} = 4 - \frac{4v^2}{c^2}$

বা, $20\left(\frac{v}{c}\right)^2 - 24\frac{v}{c} + 5 = 0$

$\therefore \frac{v}{c} = 0.268, 0.931$

বা, $v = 0.268c, 0.931c$ **(Ans)**

Solution

একটি স্থির কাঠামো s যাতে দুটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে $(0,0,0,0)$ এবং $(4 \times 3 \times 10^8 m, 0,0,3s)$ এবং এই দুটি বিন্দুতে s কাঠামোতে দুটি ঘটনা সংঘটিত হয়েছে। এমন একটি সমবেগে গতিশীল কাঠামো s' নির্ণয় কর যার সাপেক্ষে,

(iii) প্রথম ঘটনা ঘটার 2sec পূর্বে দ্বিতীয় ঘটনা ঘটে।

প্রথম ঘটনা ঘটার 2sec পূর্বে দ্বিতীয় ঘটনা ঘটলে,

$$t_2' - t_1' = -2$$

বা, $$\frac{t_2 - \frac{vx_2}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - \frac{t_1 - \frac{vx_1}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = -2$$

বা, $$(t_2 - t_1) + \frac{v}{c^2}(x_1 - x_2) = -2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

বা, $$3 - \frac{4 \times 3 \times 10^8 v}{c^2} = -2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

Solution

একটি স্থির কাঠামো s যাতে দুটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (0,0,0,0) এবং $(4 \times 3 \times 10^8 m, 0,0, 3s)$ এবং এই দুটি বিন্দুতে s কাঠামোতে দুটি ঘটনা সংঘটিত হয়েছে। এমন একটি সমবেগে গতিশীল কাঠামো s' নির্ণয় কর যার সাপেক্ষে,

(iii) প্রথম ঘটনা ঘটার 2sec পূর্বে দ্বিতীয় ঘটনা ঘটে।

বা, $9 - \frac{24v}{c} + \frac{16v^2}{c^2} = 4 - \frac{4v^2}{c^2}$

বা, $20\left(\frac{v}{c}\right)^2 - 24\frac{v}{c} + 5 = 0$

$\therefore \frac{v}{c} = 0.268, 0.931$

বা, $v = 0.268c, 0.931c$ **(Ans)**

গাণিতিক সমস্যা

- 100 light – years দূর থেকে দু'টি মহাকাশযান পৃথিবীর উদ্দেশ্যে যাত্রা করে। পৃথিবীর সাপেক্ষে প্রথম মহাকাশযানের বেগ $0.9c$ । পৃথিবীতে পৌঁছে এটি বুয়েট ফুটবল মাঠের কর্ণ বরাবর অতিক্রম করে। [বুয়েট ফুটবল মাঠের দৈর্ঘ্য 120m ও প্রস্থ 80m] প্রথম মহাকাশ মানটিতে বসে একজন এলিয়েন বুয়েট ফুটবল মাঠের আকার কিরূপ দেখাবে। গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

Solve:-

মাঠের কর্ণ, $L_0 = \sqrt{80^2 + 120^2}$

$= 144.22m$

মহাকাশযানে এলিয়েন মাঠের কর্ণ দেখবে-

$$L = L_0\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$= 1.44\sqrt{1 - \frac{(0.9c)^2}{c^2}} = 62.865m.$$

$\therefore L_0 > L$; অর্থাৎ এলিয়েন বুয়েট ফুটবল মাঠের কর্ণ সংকুচিত হতে দেখবে।

Solution

- 100 light – years দূর থেকে দু'টি মহাকাশযান পৃথিবীর উদ্দেশ্যে যাত্রা করে। পৃথিবীর সাপেক্ষে প্রথম মহাকাশযানের বেগ $0.9c$ । পৃথিবীতে পৌঁছে এটি বুয়েট ফুটবল মাঠের কর্ণ বরাবর অতিক্রম করে। [বুয়েট ফুটবল মাঠের দৈর্ঘ্য 120m ও প্রস্থ 80m] প্রথম মহাকাশ মানটিতে বসে একজন এলিয়েন বুয়েট ফুটবল মাঠের আকার কিরূপ দেখাবে। গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

বিকল্প নিয়ম:-

এখানে,

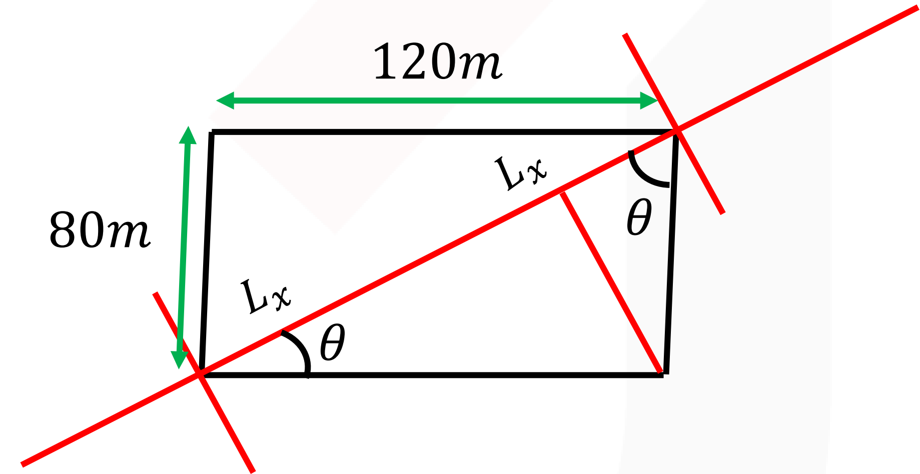
$$\theta = \tan^{-1}\frac{120}{80} = 56.31°$$

প্রস্থ বরাবর উপাংশ, $L_x = L \times \cos 56.31°$

$$= 80 \times \cos 56.31°$$

$$= 44.37m$$

এবং, $\theta' = \tan^{-1}\frac{80}{120} = 33.69°$



Solution

- 100 light – years দূর থেকে দু'টি মহাকাশযান পৃথিবীর উদ্দেশ্যে যাত্রা করে। পৃথিবীর সাপেক্ষে প্রথম মহাকাশযানের বেগ $0.9c$ । পৃথিবীতে পৌঁছে এটি বুয়েট ফুটবল মাঠের কর্ণ বরাবর অতিক্রম করে। [বুয়েট ফুটবল মাঠের দৈর্ঘ্য 120m ও প্রস্থ 80m] প্রথম মহাকাশ মানটিতে বসে একজন এলিয়েন বুয়েট ফুটবল মাঠের আকার কিরূপ দেখাবে। গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

দৈর্ঘ্য বরাবর উপাংশ, $L_x = 120 \times \cos 33.69°$

$= 99.84m$

$\therefore$ বুয়েট মাঠের কর্ণ, $L_0 = 44.37 + 99.84$

$= 144.22m$

এখানে, গতিশীল অবস্থায় প্রস্থের নতুন উপাংশ, $L_x' = \text{L}\cos\theta \times \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$

$$= 44.37 \times \sqrt{1 - \left(\frac{0.9c}{c}\right)^2}$$

$= 19.34m$

Solution

- 100 light – years দূর থেকে দু'টি মহাকাশযান পৃথিবীর উদ্দেশ্যে যাত্রা করে। পৃথিবীর সাপেক্ষে প্রথম মহাকাশযানের বেগ $0.9c$ । পৃথিবীতে পৌঁছে এটি বুয়েট ফুটবল মাঠের কর্ণ বরাবর অতিক্রম করে। [বুয়েট ফুটবল মাঠের দৈর্ঘ্য 120m ও প্রস্থ 80m] প্রথম মহাকাশ মানটিতে বসে একজন এলিয়েন বুয়েট ফুটবল মাঠের আকার কিরূপ দেখাবে। গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

গতিশীল অবস্থায় দৈর্ঘ্যের নতুন উপাংশ, $L_x{}' = \mathrm{L}\cos\theta' \times \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$

$$= 99.84 \times \sqrt{1-\left(\frac{0.9c}{c}\right)^2}$$

$$= 43.51m$$

$\therefore$ গতিশীল অবস্থায় মাঠের কর্ণ, $L = 19.34 + 43.51$

$$= 62.86m$$

$\therefore L_0 > L$; অর্থাৎ এলিয়েন বুয়েট ফুটবল মাঠের কর্ণ সংকুচিত হতে দেখবে।

গাণিতিক সমস্যা

- গতিশীল s' কাঠামোতে একটি ঘটনা 500sec সময় ব্যবধানে একই জায়গায় সংঘটিত হয়। স্থির কাঠামো s হতে কত দূরত্বের মধ্যে সংঘটিত হয়েছে বলে মনে হবে? s কাঠামোর সাপেক্ষে s' কাঠামোর সমবেগ $v = 2.4 \times 10^8 ms^{-1}$.

Solve:-

স্থির কাঠামো s হতে ঘটনা সংঘটিত হওয়ার দূরত্ব $= x_2 - x_1$

$$= \frac{x_2' - vt_2'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - \frac{x_1' - vt_1'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$$= \frac{x_2' - x_1' + v(t_2' - t_1')}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$$= \frac{0 + 2.4 \times 10^8 (600)}{\sqrt{1-\left(\frac{2.4 \times 10^8}{3 \times 10^8}\right)^2}}$$

$$= \frac{1.44 \times 10^{11}}{\sqrt{1-0.64}}$$

$$= 2.4 \times 10^{11} m$$

(Ans)

DOWNLOAD THE APP

গাণিতিক সমস্যা

10 MINUTE SCHOOL

- বুয়েট ভর্তি পরীক্ষার কয়েকদিন আগে পরিক্ষার্থীরা বুয়েট শিক্ষকদের অনুরোধ করলেন যেন প্রধান পরীক্ষক ভর্তি পরীক্ষার দিন 0.975c বেগে মহাশূন্য গতিশীল থাকেন এবং তার ঘড়ির সময় অনুযায়ী যেন বুয়েটে ভর্তি পরীক্ষা অনুষ্ঠিত হয়। পরিক্ষার্থীদের সেই অনুরোধ রাখা হলো এবং পরীক্ষা শুরুর ঠিক পূর্ব মুহূর্তে পরীক্ষাদের তার ঘড়িতে 40 মিনিট সময় অতিবাহিত হলেই পরীক্ষার সময় শেষ বলে গণ্য হবে। তাহলে পরীক্ষার্থীরা পরীক্ষ দেবার জন্য পৃথিবীতে কত সময় পাবে?

গাণিতিক সমস্যা

❑ বুয়েট ভর্তি পরীক্ষার কয়েকদিন আগে পরিক্ষার্থীরা বুয়েট শিক্ষকদের অনুরোধ করলেন যেন প্রধান পরীক্ষক ভর্তি পরীক্ষার দিন **0.975c** বেগে মহাশূন্য গতিশীল থাকেন এবং তার ঘড়ির সময় অনুযায়ী যেন বুয়েটে ভর্তি পরীক্ষা অনুষ্ঠিত হয়। পরিক্ষার্থীদের সেই অনুরোধ রাখা হলো এবং পরীক্ষা শুরুর ঠিক পূর্ব মুহূর্তে পরীক্ষাদের তার ঘড়িতে **40** মিনিট সময় অতিবাহিত হলেই পরীক্ষার সময় শেষ বলে গণ্য হবে। তাহলে পরীক্ষার্থীরা পরীক্ষ দেবার জন্য পৃথিবীতে কত সময় পাবে?

Solve:-

Given, $t_0 = 40min$

$v = 0.975c$

We know, $t = \dfrac{t_0}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}$

$= \dfrac{40}{\sqrt{1 - \left(\dfrac{0.975c}{c}\right)^2}}$

$= \dfrac{40}{0.2213}$

$= 180.75min$

$= 3\ hours.$ (প্রায়)

(Ans)

গাণিতিক সমস্যা

- একটি স্থির কাঠামোতে 5km দূরত্বে $6\mu s$ সময়ের ব্যবধানে দুটি বাল্ব জ্বলে উঠল কিন্তু v বেগে গতিশীল কোনো কাঠামো থেকে মনে হলো বাল্ব দুটি একই সময়ে জ্বলে উঠেছে, তাহলে ঐ কাঠামোর বেগ কত?

Solve:- Here,

$$t_2 - t_1 = 6\mu s$$

$$x_2 - x_1 = 5km$$

According to the condition,

$$t_2' - t_1{}' = 0$$

বা, $$\frac{t_2 - \frac{vx_2}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - \frac{t_1 - \frac{vx_1}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 0$$

স্থির কাঠামো -> (s)

গতিশীল কাঠামো -> (s')

$$1mm = 10^{-3}m$$

$$1\mu m = 10^{-6}m$$

$$1nm = 10^{-9}m$$

Solution

- একটি স্থির কাঠামোতে 5km দূরত্বে $6\mu s$ সময়ের ব্যবধানে দুটি বাল্ব জ্বলে উঠল কিন্তু v বেগে গতিশীল কোনো কাঠামো থেকে মনে হলো বাল্ব দুটি একই সময়ে জ্বলে উঠেছে, তাহলে ঐ কাঠামোর বেগ কত?

বা, $$\frac{(t_2 - t_1) - \frac{v}{c^2}(x_2 - x_1)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 0$$

বা, $$6 \times 10^{-6} - \frac{v}{c^2}(5 \times 10^3) = 0$$

বা, $$v = \frac{6 \times 10^{-6} \times (3 \times 10^8)^2}{5 \times 10^3}$$

$$\therefore v = 1.08 \times 10^8 ms^{-1}$$

$\therefore$ কাঠামোর বেগ $1.08 \times 10^8 ms^{-1}$

(Ans)

গাণিতিক সমস্যা

- 0.9c বেগে গতিশীল একটি রকেটের মাথায় তার বেগের দিকের সাথে 45° কোন করে 1.5m দৈর্ঘ্যের একটি পতাকা লাগানো আছে। ভূমির পর্যবেক্ষক পতাকাটির দৈর্ঘ্য এবং দিক এবং দিক কেমন পর্যবেক্ষণ করবে?

Solve:- স্থির কাঠামোতে,

x অক্ষের উপাংশ, $L_{x_1} = 1.5 \cos 45°$

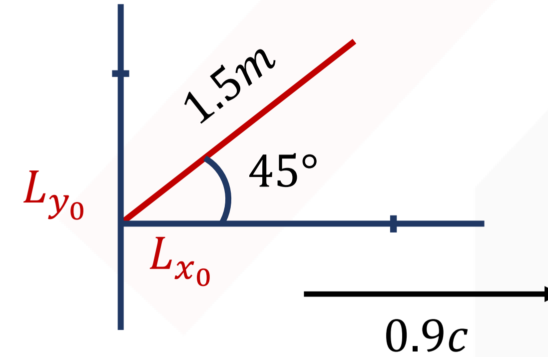
$= 1.5 \times \frac{1}{\sqrt{2}}$

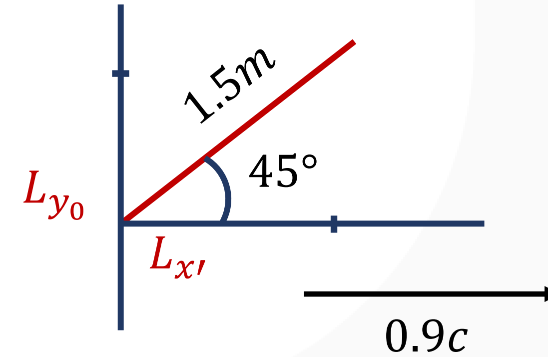
$= 1.06m$

y অক্ষের উপাংশ, $L_{y_0} = 1.5 \sin 45°$

$= 1.5 \times \frac{1}{\sqrt{2}}$

$= 1.06m$





Solution

- 0.9c বেগে গতিশীল একটি রকেটের মাথায় তার বেগের দিকের সাথে 45° কোন করে 1.5m দৈর্ঘ্যের একটি পতাকা লাগানো আছে। ভূমির পর্যবেক্ষক পতাকাটির দৈর্ঘ্য এবং দিক এবং দিক কেমন পর্যবেক্ষণ করবে?

গতিশীল কাঠামোতে,

x অক্ষের উপাংশ, $L_x{}' = L_{x_0}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$

$$= 1.5 \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt{1-\left(\frac{0.9c}{c}\right)^2}$$

$$= 0.462m$$

y অক্ষের উপাংশ, $L_{y_0} = 1.06m$ (পরিবর্তন হবে না)

Solution

- 0.9c বেগে গতিশীল একটি রকেটের মাথায় তার বেগের দিকের সাথে 45° কোন করে 1.5m দৈর্ঘ্যের একটি পতাকা লাগানো আছে। ভূমির পর্যবেক্ষক পতাকাটির দৈর্ঘ্য এবং দিক এবং দিক কেমন পর্যবেক্ষণ করবে?

∴ ভূমি পর্যবেক্ষকের নিকট পতাকার দৈর্ঘ্য, $L = \sqrt{{L_x}^2 + {L_{y_0}}^2}$

$$= \sqrt{(0.462)^2 + (1.06)^2}$$

$$= 1.156m$$

; x অক্ষ বরাবর সংকুচিত হতে দেখাবে।

(Ans)

গাণিতিক সমস্যা

- একটি স্থির কাঠামোতে $1\mu s$ ব্যবধানে একটি জায়গায় দুটি বাল্ব জ্বলে উঠল, একটি v বেগে ঐ গতিশীল কাঠামোতে গতিশীল কাঠামো হতে বাল্ব দুটির জ্বলে উঠার সময় ব্যবধান $3\mu s$ মনে হল। তাহলে, ঐ গতিশীল কাঠামোর বেগ v নির্ণয় কর এবং বাল্ব দুটির মধ্যবর্তী দূরত্বই বা কত বলে মনে হবে?

Solve:- We Know,

$$t_2' - t_1' = 3 \times 10^{-6}$$

বা, $$\frac{t_2 - \frac{vx_2}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - \frac{t_1 - \frac{vx_1}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 3 \times 10^{-6}$$

বা, $$(t_2 - t_1) - \frac{v}{c^2}(x_2 - x_1) = 3 \times 10^{-6}\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Here,

$$t_2 - t_1 = 1\mu s = 1 \times 10^{-6} s$$

$$t_2' - t_1' = 3\mu s = 3 \times 10^{-6} s$$

$$x_2 - x_1 = 0$$

$$x_2' - x_1' = ?$$

$$v = ?$$

Solution

- একটি স্থির কাঠামোতে $1\mu s$ ব্যবধানে একটি জায়গায় দুটি বাল্ব জ্বলে উঠল, একটি v বেগে ঐ গতিশীল কাঠামোতে গতিশীল কাঠামো হতে বাল্ব দুটির জ্বলে উঠার সময় ব্যবধান $3\mu s$ মনে হল। তাহলে, ঐ গতিশীল কাঠামোর বেগ v নির্ণয় কর এবং বাল্ব দুটির মধ্যবর্তী দূরত্বই বা কত বলে মনে হবে? z

বা, $1 \times 10^{-6} - \frac{0.v}{c^2} = 3 \times 10^{-6}\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$

বা, $1 \times 10^{-12} = 9 \times 10^{-12}\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)$

বা, $1 - \frac{v^2}{c^2} = 0.111$

বা, $-\frac{v^2}{c^2} = -0.889$

বা, $v^2 = 0.889 \times c^2$

বা, $v^2 = 8 \times 10^{16}$

$v^2 = 2.82 \times 10^8 ms^{-1}$

Solution

- একটি স্থির কাঠামোতে $1\mu s$ ব্যবধানে একটি জায়গায় দুটি বাল্ব জ্বলে উঠল, একটি v বেগে ঐ গতিশীল কাঠামোতে গতিশীল কাঠামো হতে বাল্ব দুটির জ্বলে উঠার সময় ব্যবধান $3\mu s$ মনে হল। তাহলে, ঐ গতিশীল কাঠামোর বেগ v নির্ণয় কর এবং বাল্ব দুটির মধ্যবর্তী দূরত্বই বা কত বলে মনে হবে?

এবং,

$$x_2' - x_1' = \frac{x_2 - vt_2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - \frac{x_1 - vt_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$= \frac{x_2 - x_1 - v(t_2 - t_1)}{\sqrt{1 - \left(\frac{2.82 \times 10^8}{3 \times 10^8}\right)^2}}$$

$$= \frac{0 - 2.82 \times 10^8 \times 1 \times 10^{-6}}{\sqrt{1 - \left(\frac{2.82}{3}\right)^2}}$$

$$= \frac{-2.82}{0.3412}$$

$$= -829m$$

$\therefore$বাল্ব দুটির মধ্যবর্তী দূরত্ব 829m.

(Ans)

গাণিতিক সমস্যা

- **একটি রকেট 0.5c বেগে একটি 50m ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার মাঠের উপর দিয়ে গতিশীল। সেই রকেট আরোহী মাঠের ক্ষেত্রফল কত পরিমাণ করবে?**

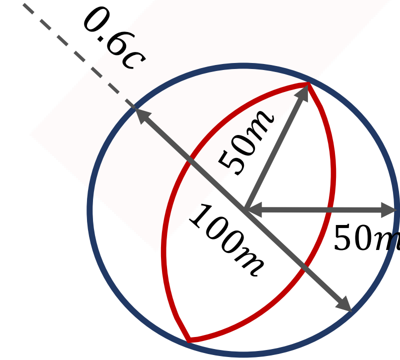
Solve:- এখানে,

মাঠের ব্যাসার্ধ, $r = 50m$

মাঠের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$

$= \pi (50)^2$

$= 7854\ m^2$



রকেট আরোহী মাঠের ব্যাস সংকুচিত হতে দেখবে অর্থাৎ তিনি বৃত্তাকার মাঠকে উপবৃত্ত আকৃতির দেখবে।

Solution

- একটি রকেট 0.5c বেগে একটি 50m ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার মাঠের উপর দিয়ে গতিশীল। সেই রকেট আরোহী মাঠের ক্ষেত্রফল কত পরিমাণ করবে?

∴ উপবৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi ab$

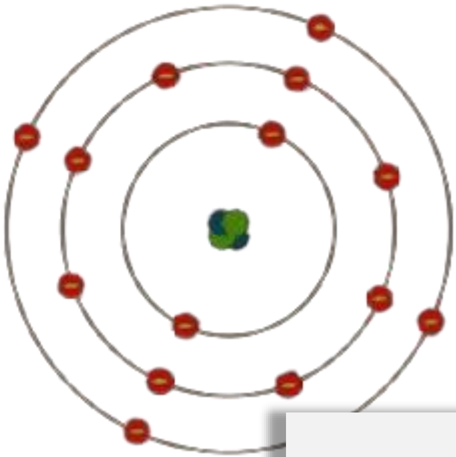
$$= 3.1416 \times 50 \times 50 \sqrt{1 - \frac{(0.6c)^2}{c^2}}$$

$$= 3.1416 \times 50 \times 40$$

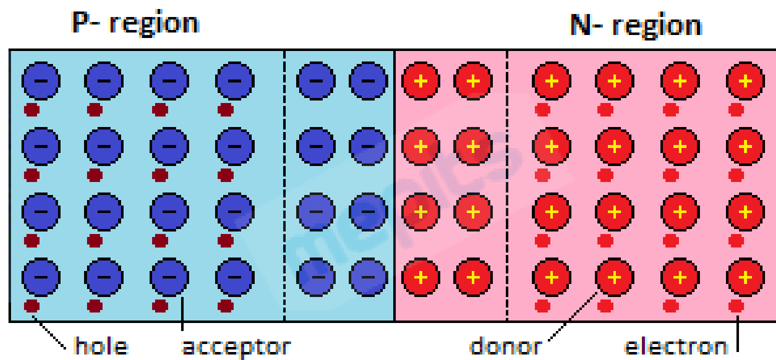
$$= 6283.2\ m^2$$

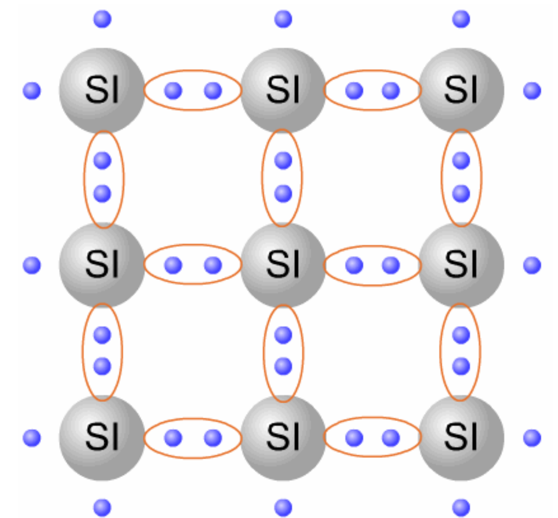
∴ রকেট আরোহী মাঠের ক্ষেত্রফল কমে যেতে দেখবে।

(Ans)



SEMI CONDUCTOR AND ELECTRONICS





বিদ্যুৎ ⟶ Conductor (পরিবাহী) ⟶ বিদ্যুৎ

উদা: তামা, সোনা

বিদ্যুৎ ⟶ Insulator (অপরিবাহী) ⟶ যাবে না।

উদা: কাঠ, রাবার।

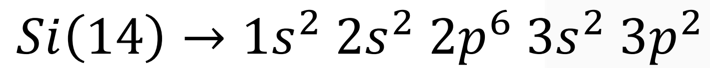
বিদ্যুৎ ⟶ অর্ধপরিবাহী ⟶ যাবে।

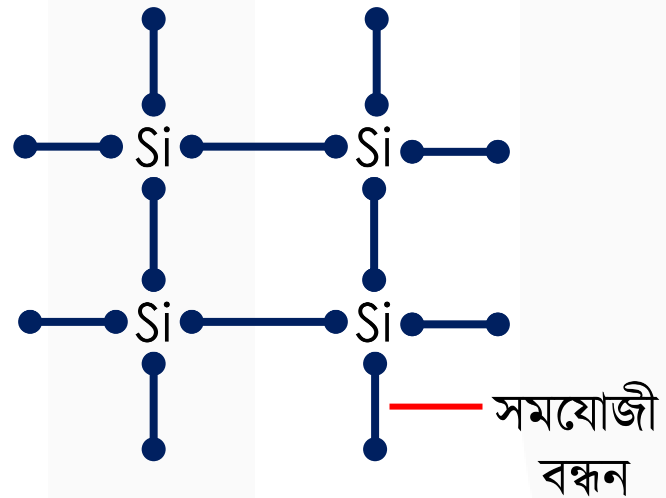
বিদ্যুৎ ⟶ অর্ধপরিবাহী ⟶ যাবে না।

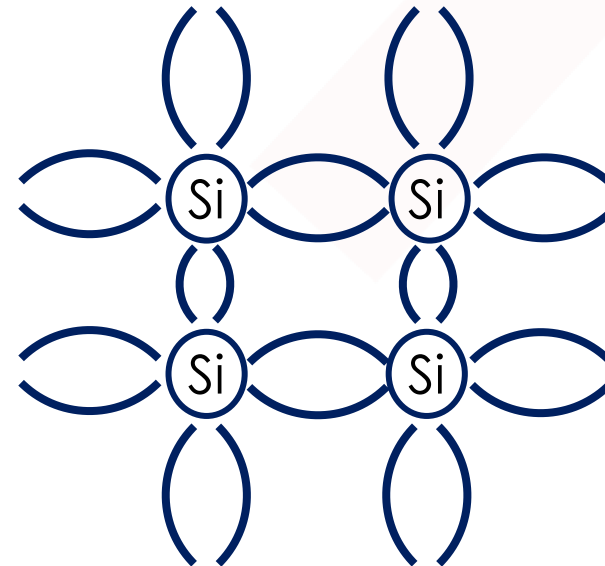
উদা: $Si, Ge, SiO_2, CdSi, GaAs$

- $R_\theta = R_0(1 + \alpha\, \Delta\theta)$ [পরিবাহী]

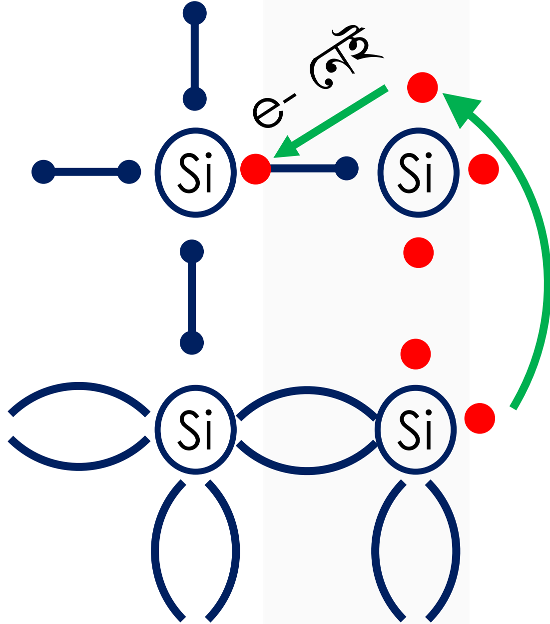
θ বাড়লে R_θ কমে। ($\theta \uparrow . R_\theta \downarrow$)







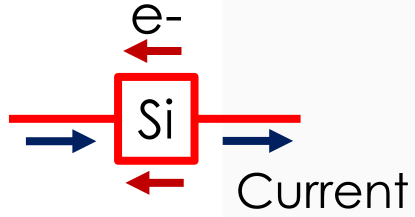
❑ Intrinisic (অন্তর্জাত অর্ধপরিবাহী):



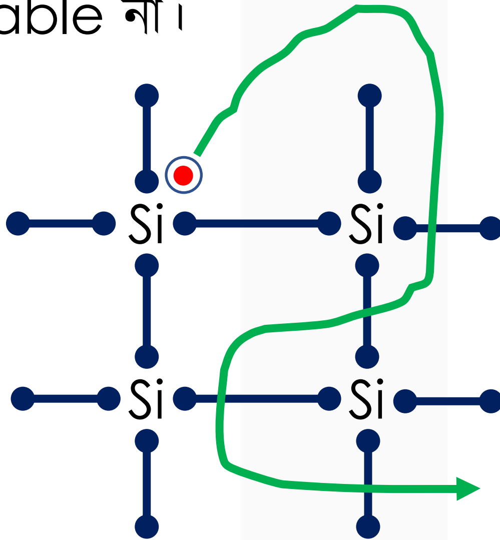
$\cdot \rightarrow e^-$ আছে

$O \rightarrow e^-$ নাই (হোল)

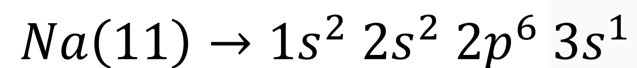
- হোল (O) সৃষ্টি → e^- যাতায়াত (মুক্ত পরিবহন)



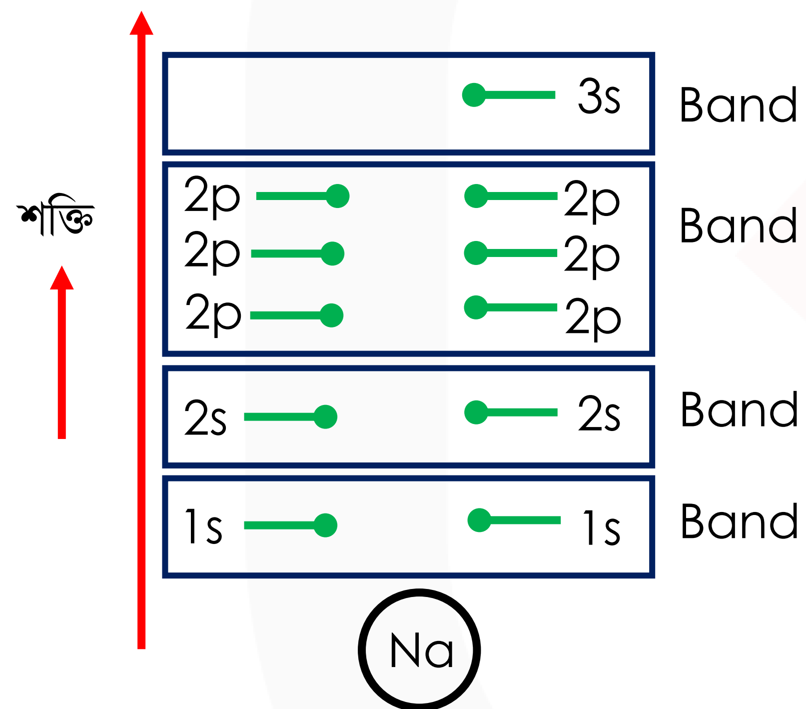
- Controllable না।

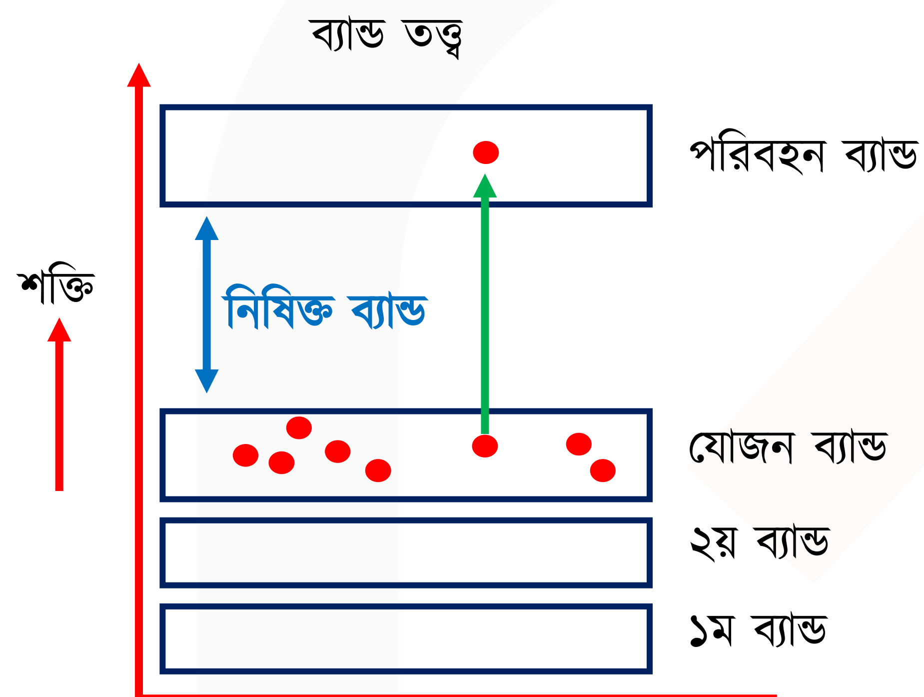


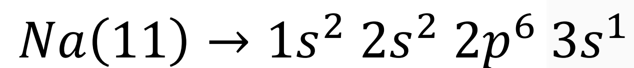
(অন্তর্জাত অর্ধপরিবাহী)



$Na(11) \rightarrow 1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^1$







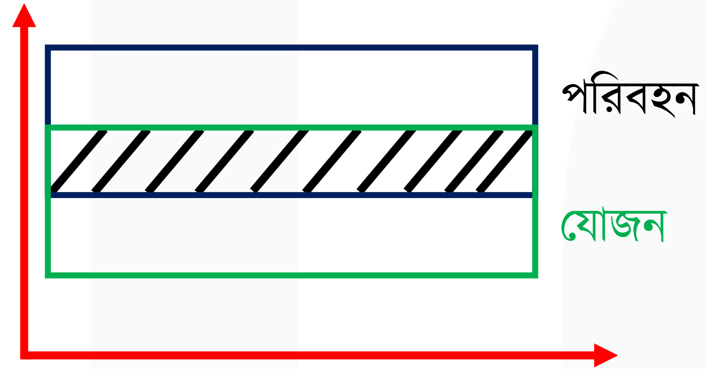
$Na(11) \rightarrow 1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^1$



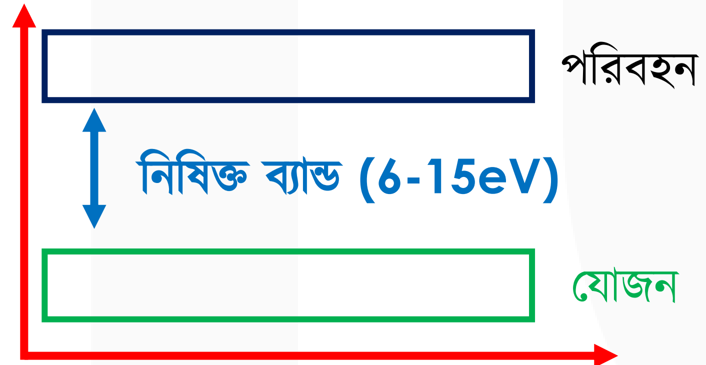
$Na^+ \rightarrow 1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^0$

❑ ব্যান্ড তত্ত্ব:

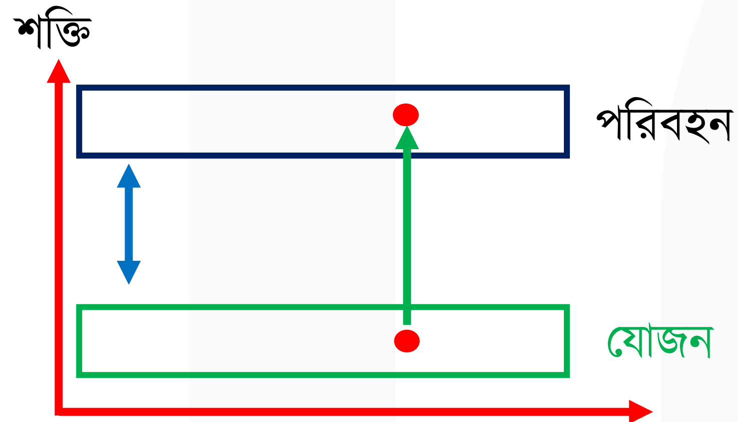
i) পরিবাহী:



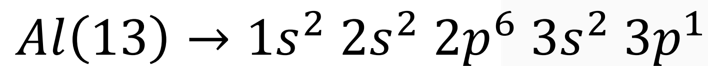
ii) অপরিবাহী:



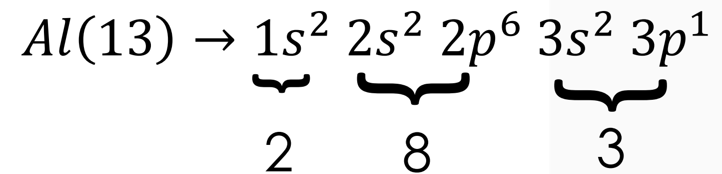
iii) অর্ধপরিবাহী:

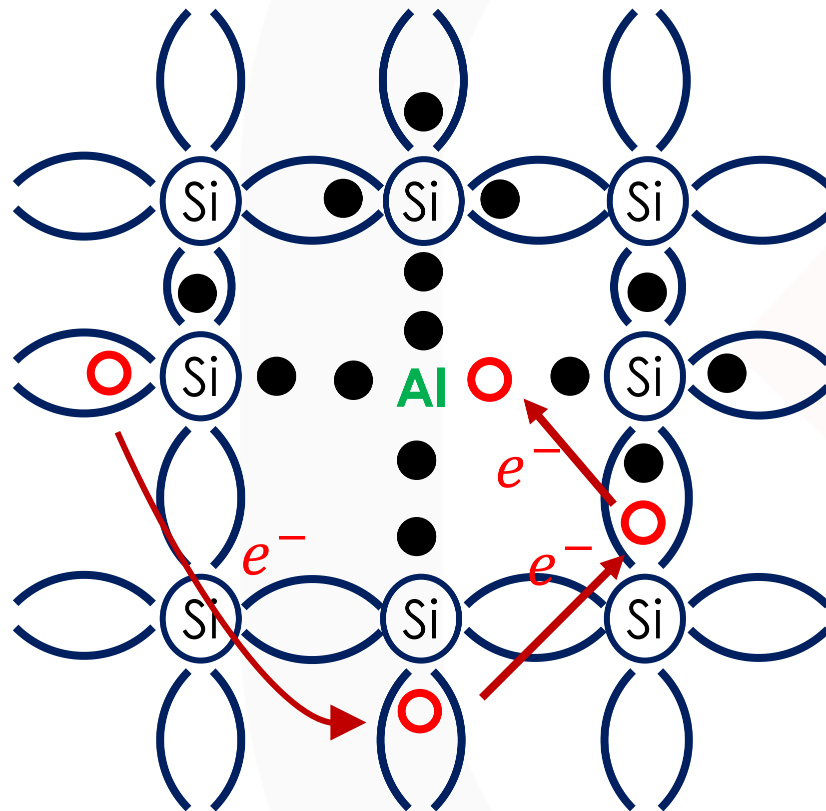


- Controllable ⟶ Defect নিজে Add করবা [Extrinsic (বহির্জাত)]

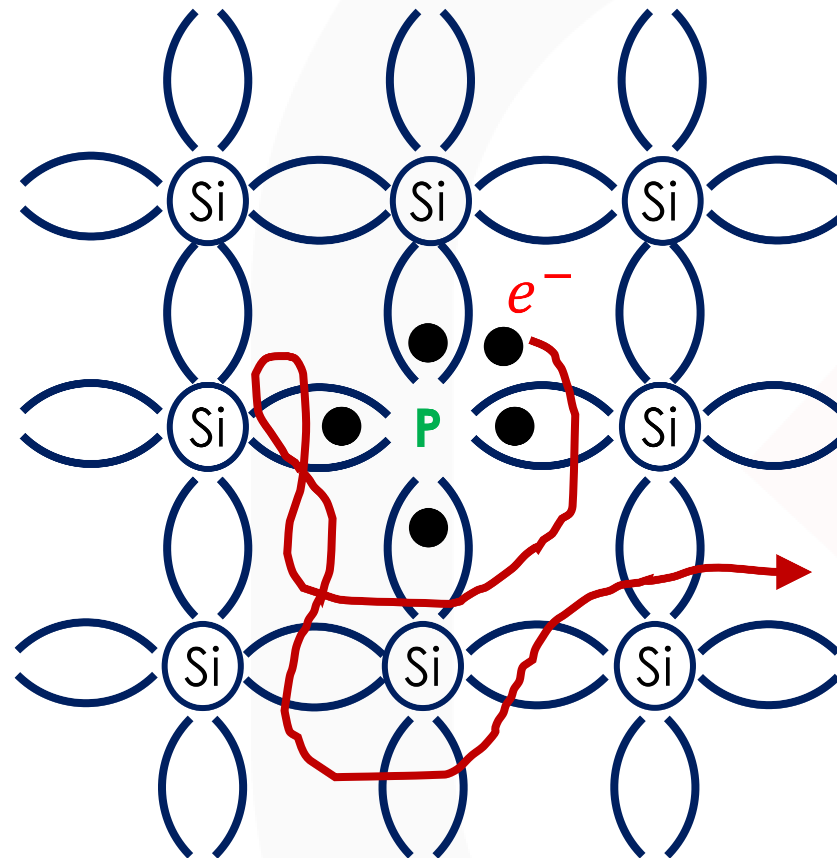


Hole এর চলাচল $\equiv e^-$ এর চলাচল "Doping"→ Degect প্রবেশ করানো।



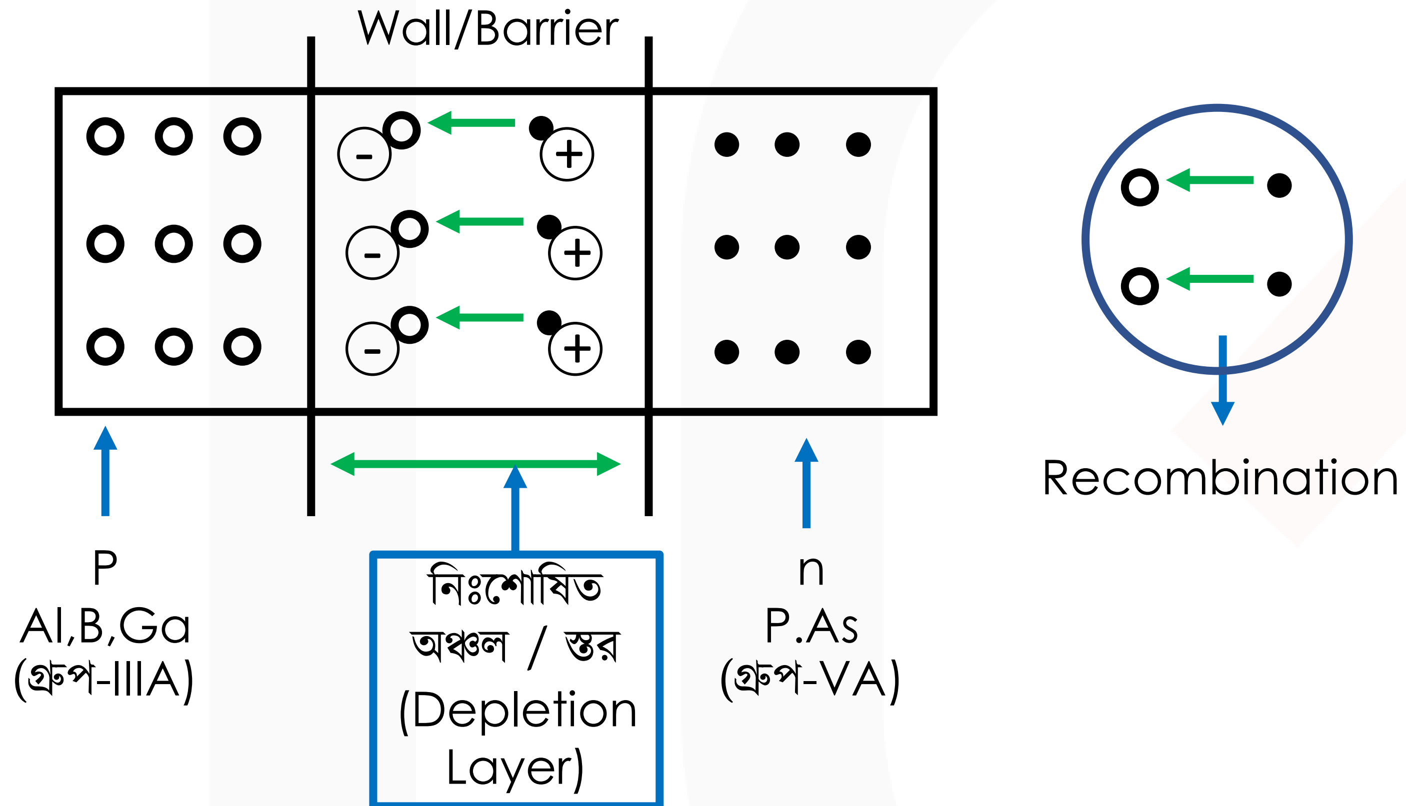


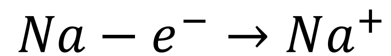
p-type অর্ধপরিবাহী



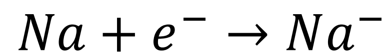
n-type অর্ধপরিবাহী

❑ P-n জাংশন Diode:

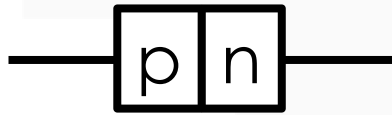


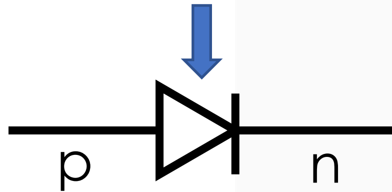


$$Na - e^- \rightarrow Na^+$$



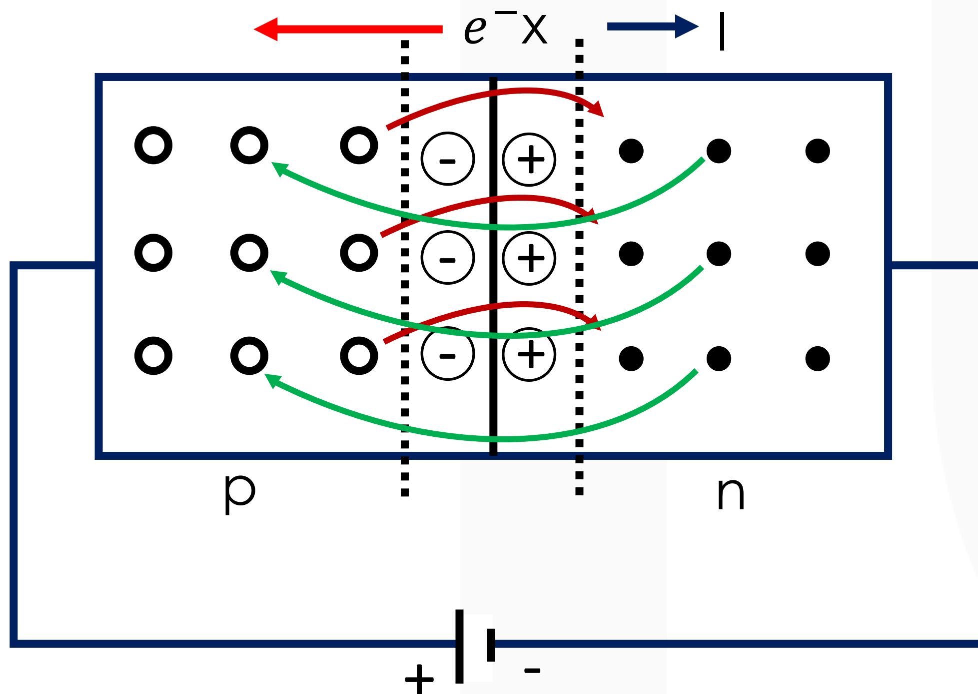
$$Na + e^- \rightarrow Na^-$$



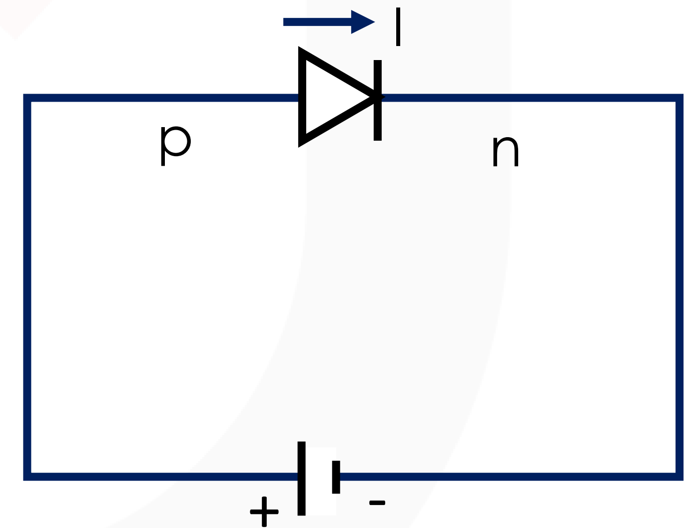


[সাংকেতিক চিহ্ন]

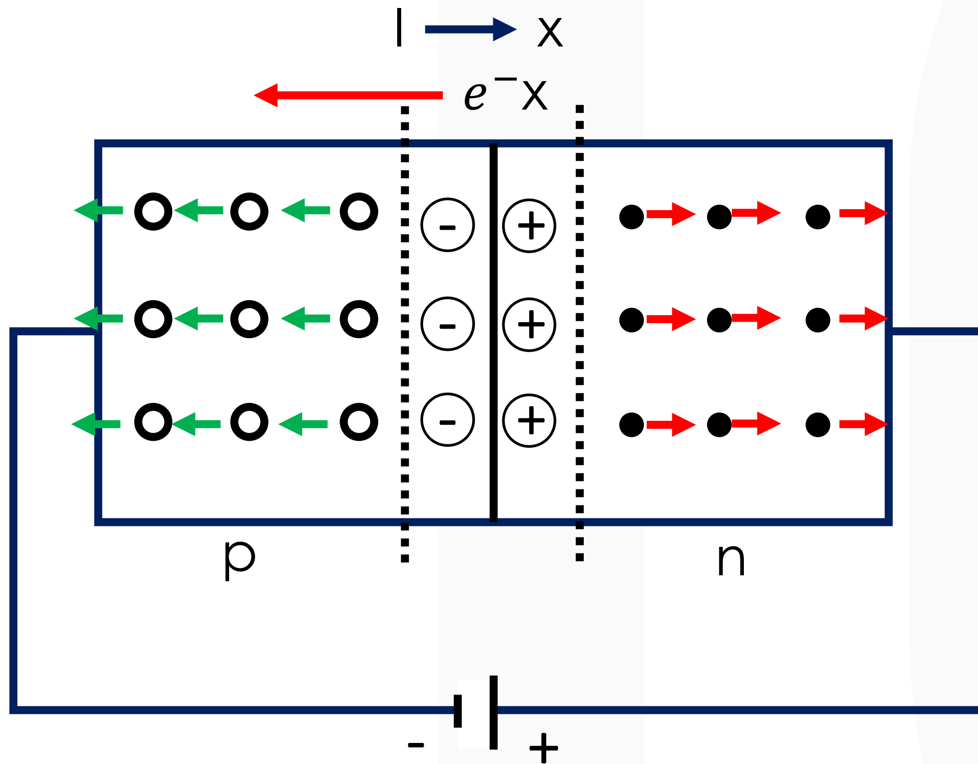
- **Forward Biasing (সম্মুখ ঝোঁক) :**

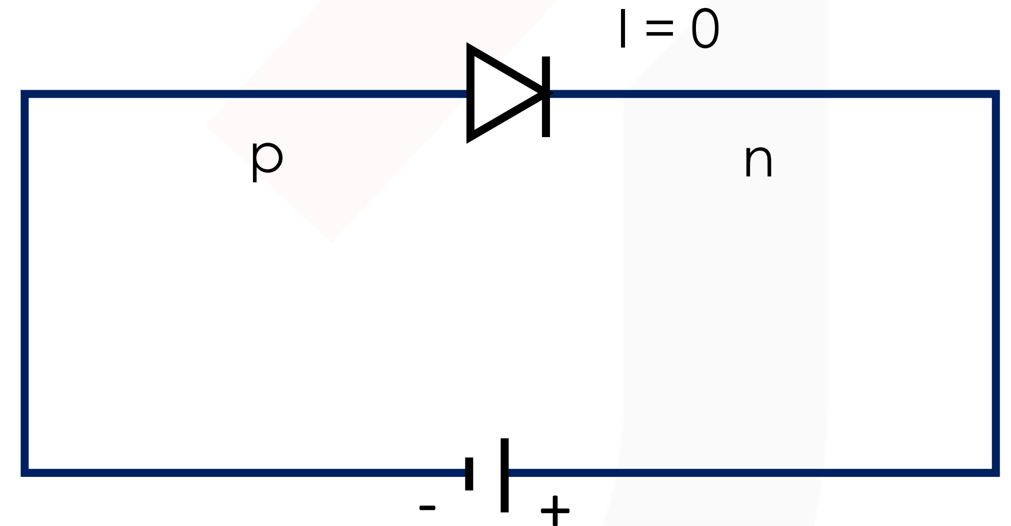


Barrier Voltage Si=0.7 V
G=-0.3V



- **Reverse Biasing (বিমুখী ঝোঁক):**



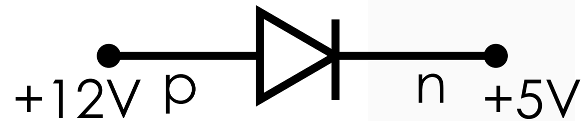


- **Forward Biasing:**

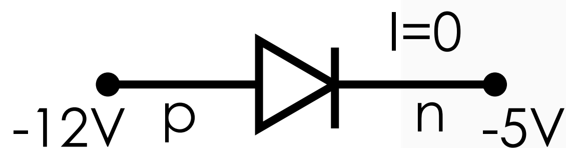
(I যাবে)

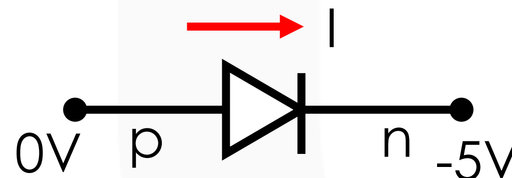
P এ বেশি Voltage

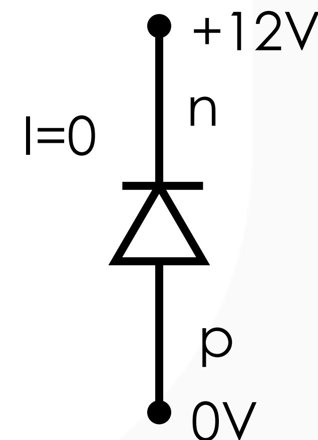
n এ কম Voltage থাকলে Current যাবে।

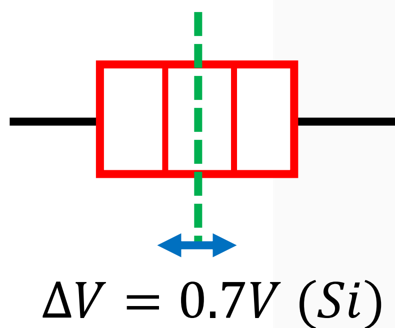


Current যাবে।

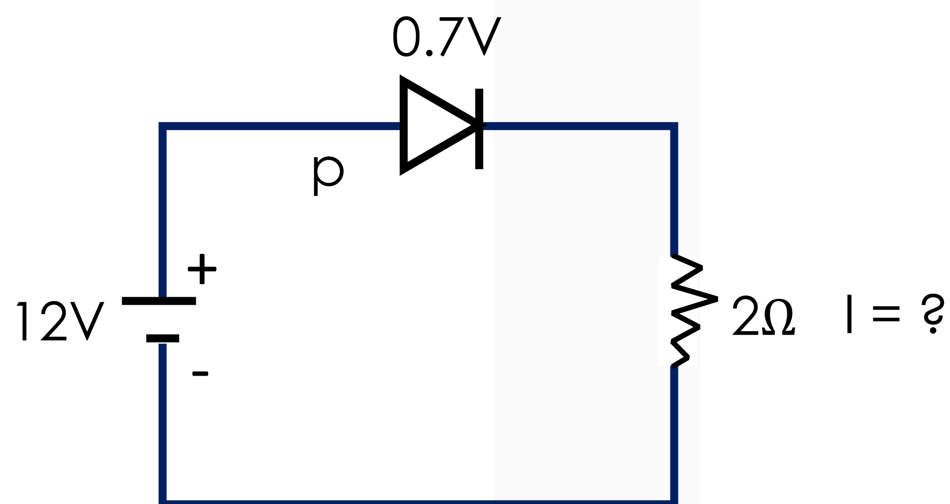




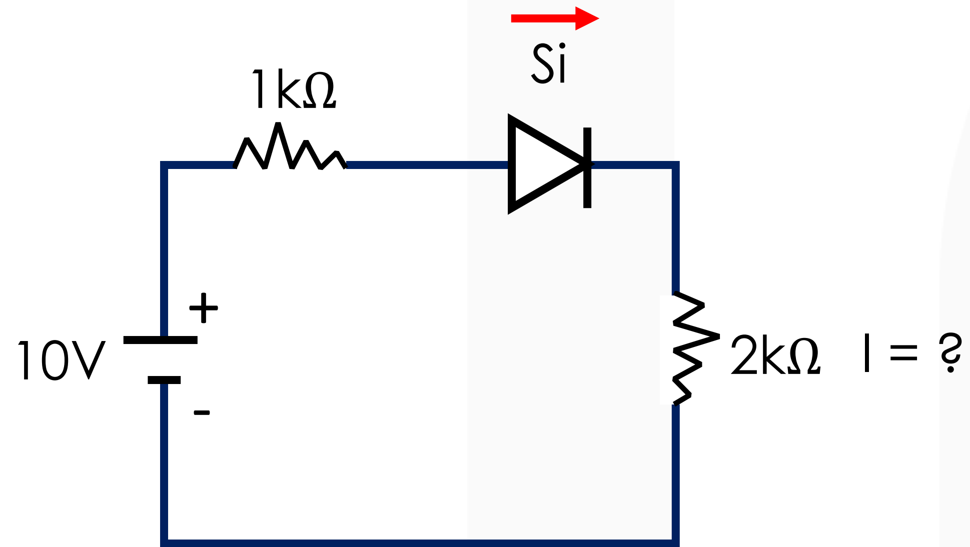




$\Delta V = 0.7V\ (Si)$



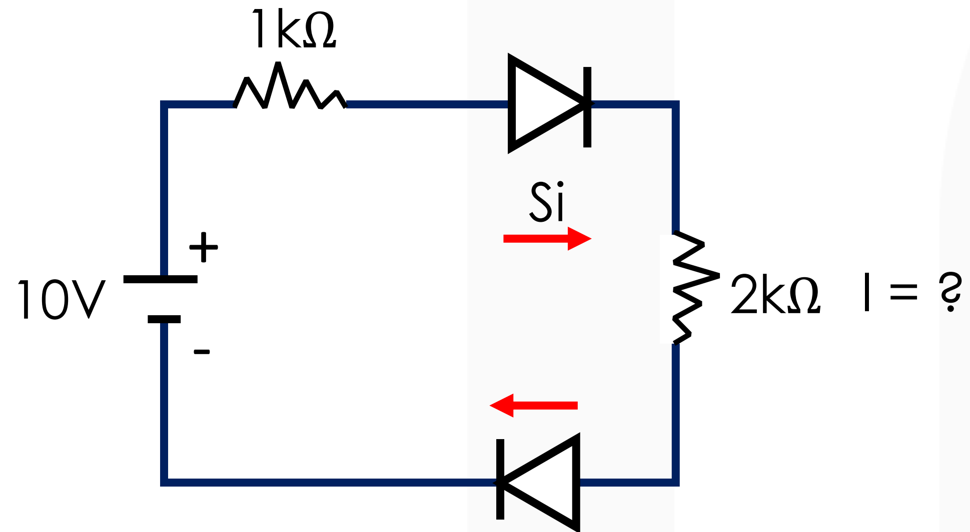
$$I = \frac{V}{R} = \frac{12-0.7}{2} = \frac{11.3}{2}A = 5.65A$$



$$I = \frac{V}{R}$$

$$= \frac{10-0.7}{3\times10^{-3}}$$

$$= 3.1 \times 10^{-3}\text{A} = 3.1 \text{ mA}$$



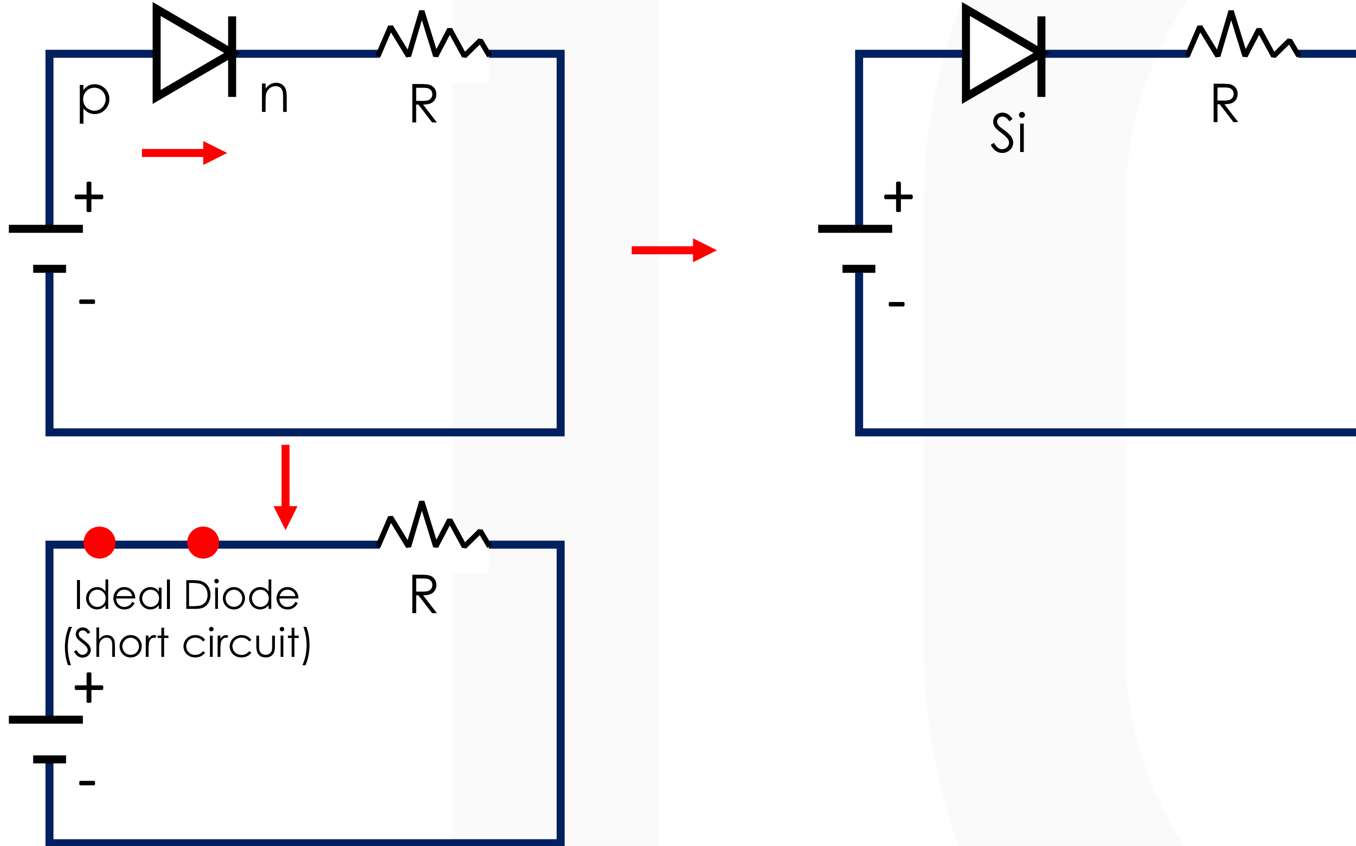
$$I = \frac{V}{R}$$

$$= \frac{10-0.7-0.7}{3\times10^{-3}}$$

$$= 2.86 \times 10^{-3} A$$

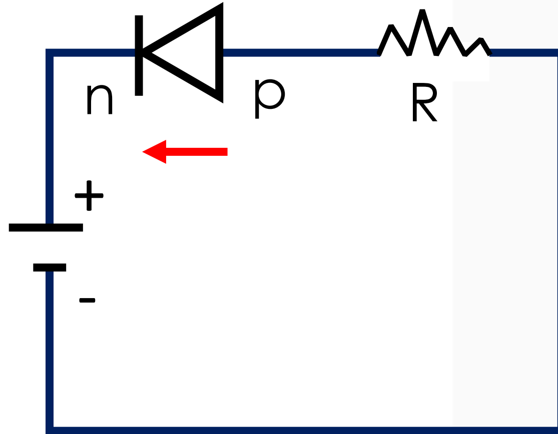
$$= 2.86\ mA$$

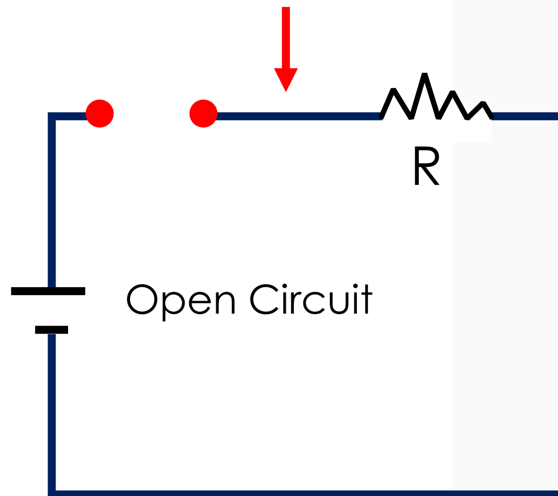
❖ Forward Baising:

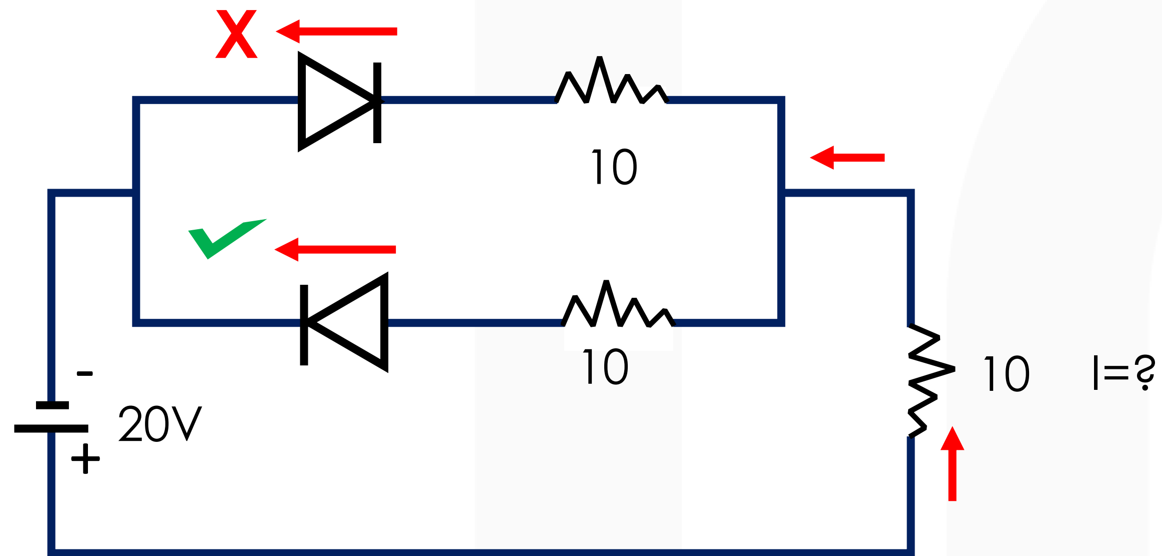


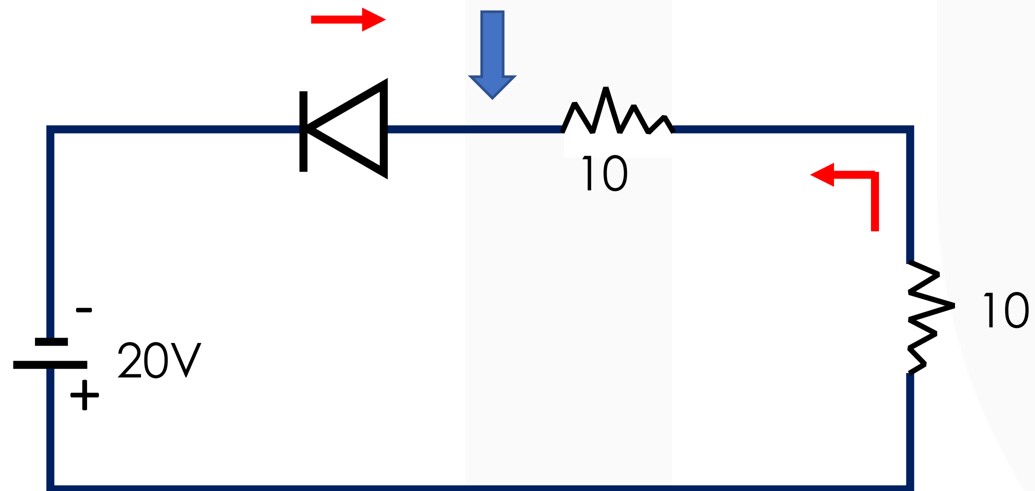
- Ideal Diode কখনো বাধা দিবে না অর্থাৎ বিভব শূন্য।

❖ Forward Baising:





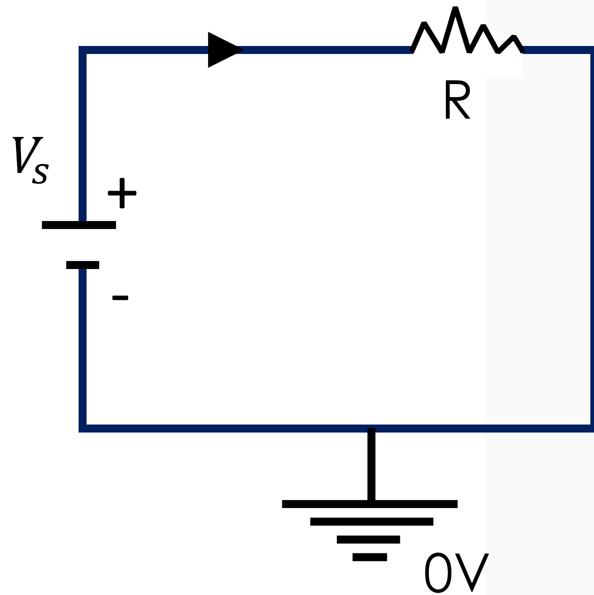

X
10
10
-
20V
+
10
I=?


10
-
20V
+
10

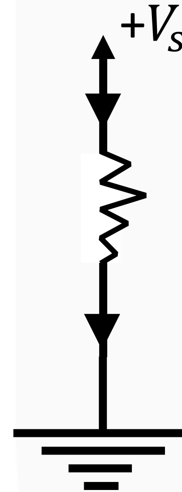
$$I = \frac{V}{R} = \frac{20-0.7}{20} = 0.965A$$

Ideal Diode (আদর্শ ডায়োড) এ,

$$I = \frac{20}{20} = 1A$$

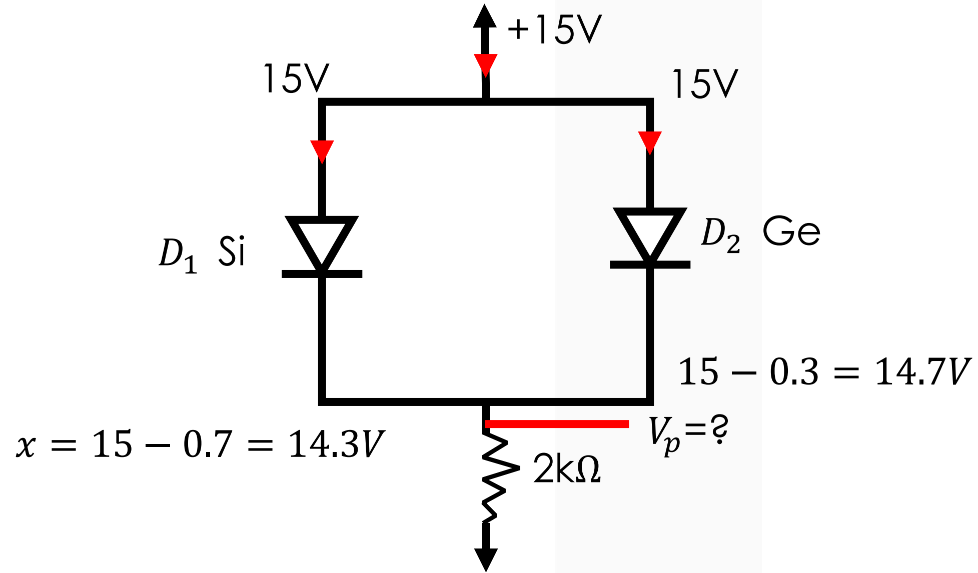




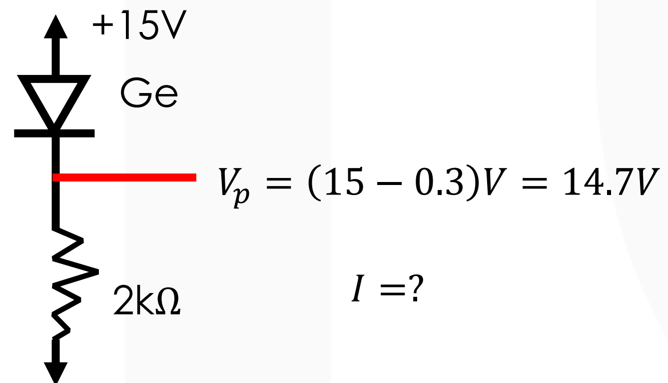


বা,





$Si - 0.7V$
$Ge = 00.3V$

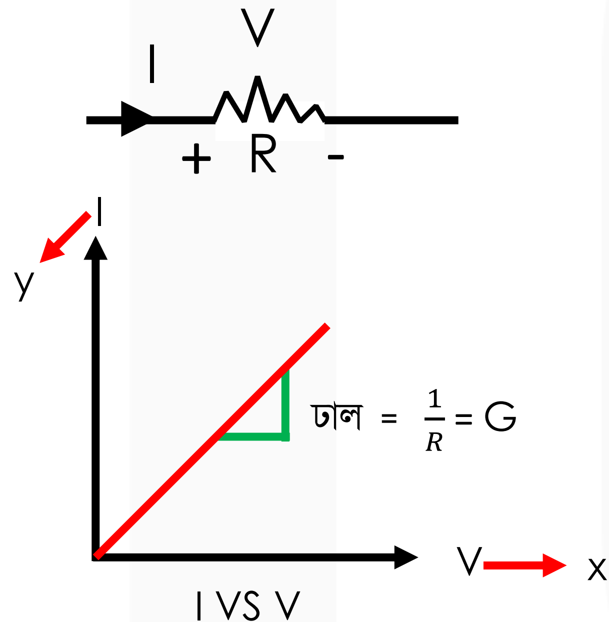


I =?

$$I = \frac{V}{R} = \frac{14.7}{2\times10^3} = 7.35\ mA$$

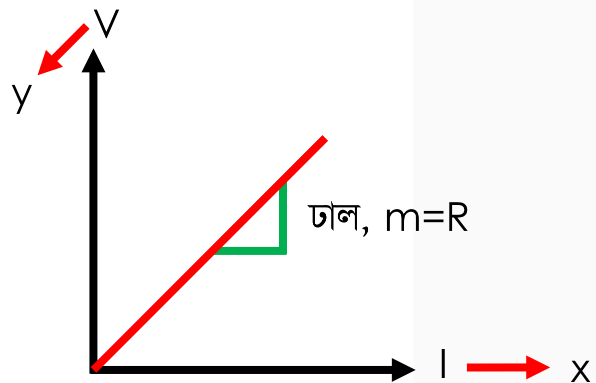
Note: একই Point এ Voltage দুই রকম হয় না। সেক্ষেত্রে বেশি মান নিতে হবে।

- রোধের জন্য:



$$V = IR \Rightarrow I = \frac{V}{R} \Rightarrow y = \frac{1}{R}.x \Rightarrow y = mx$$

ঢাল, $m = \frac{1}{R}$ = পরিবাহিতা।



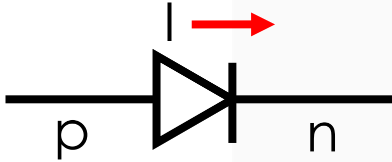
$V = IR$

$y = mx$

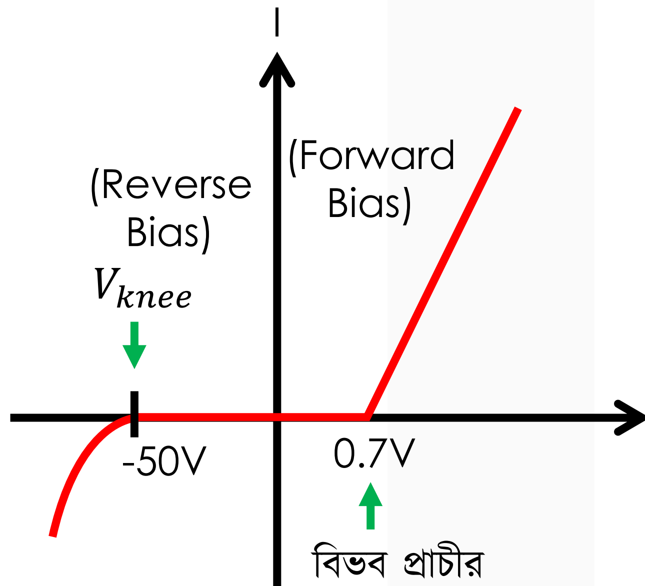
$\Rightarrow y = mx$

ঢাল, $m = R$

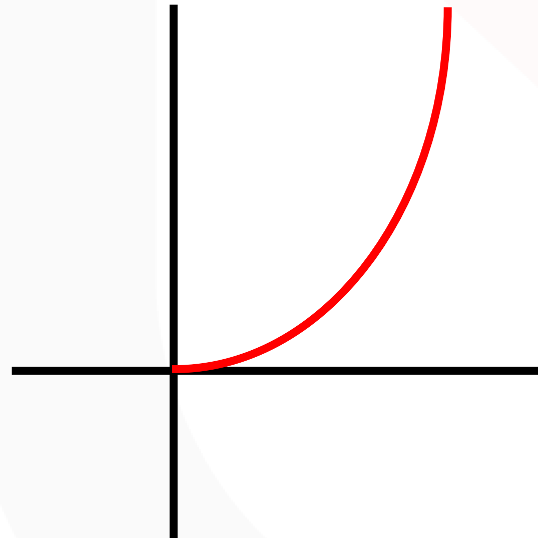
❑ Diode এর জন্য:



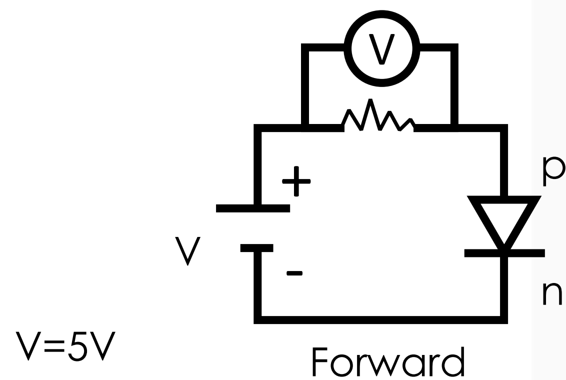
I vs V এর ক্ষেত্রে:

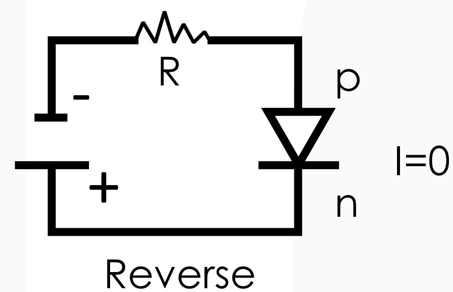


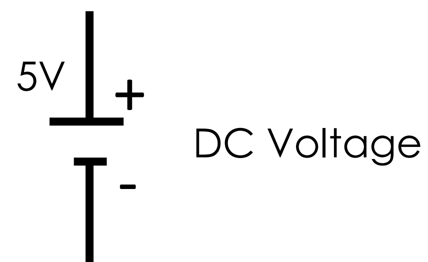


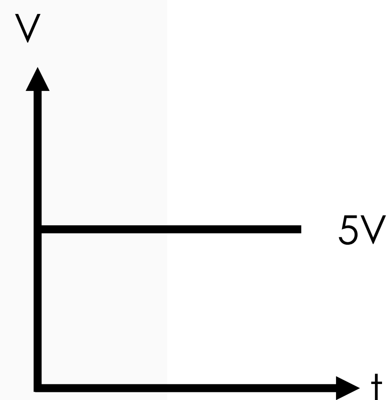


❑ Ideal Diode এ:

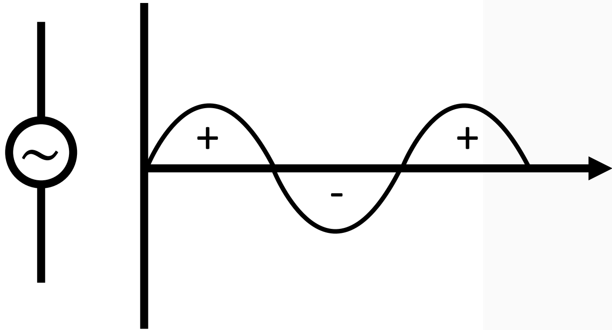


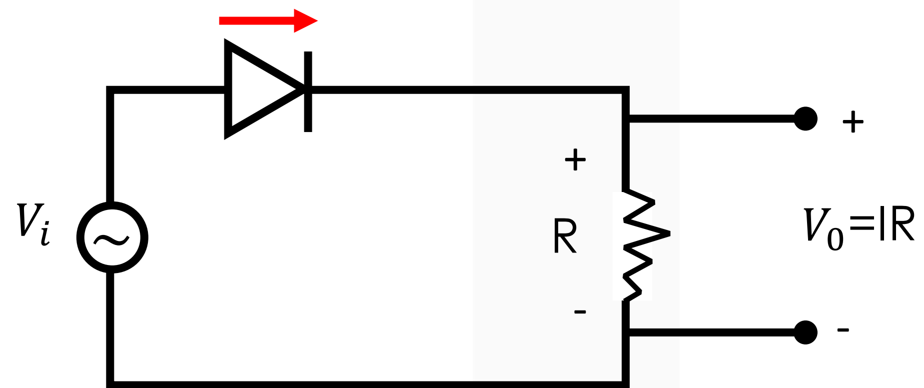






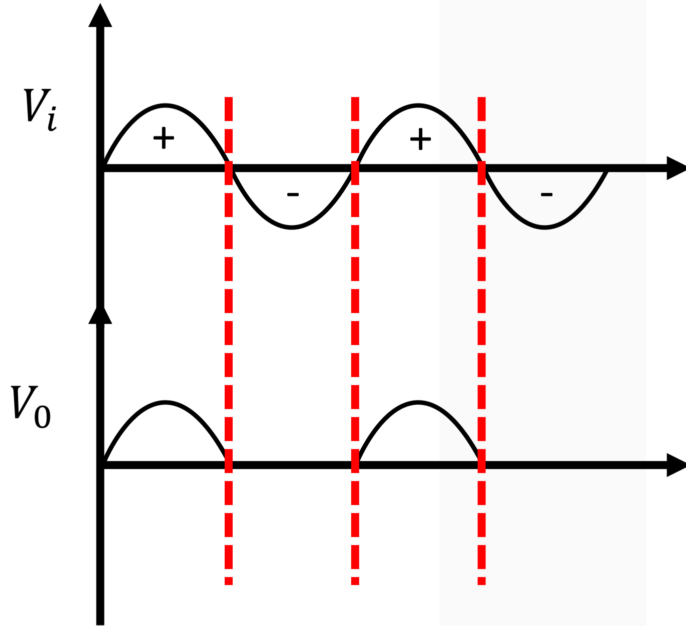
❑ A-C (Alternating Curent):





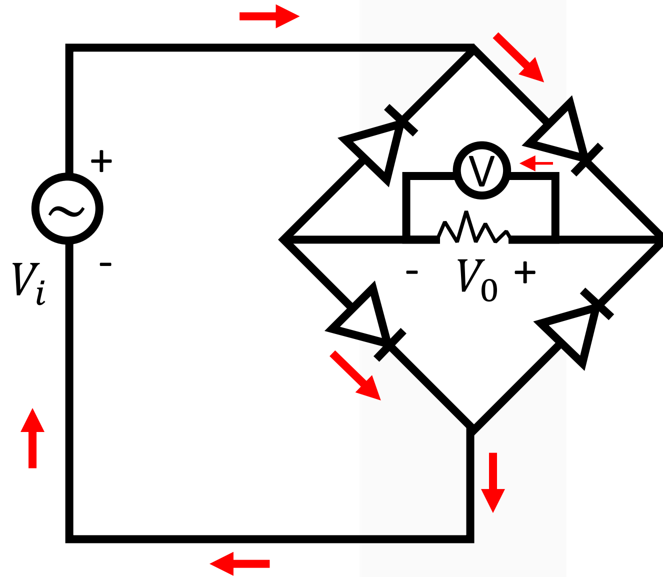


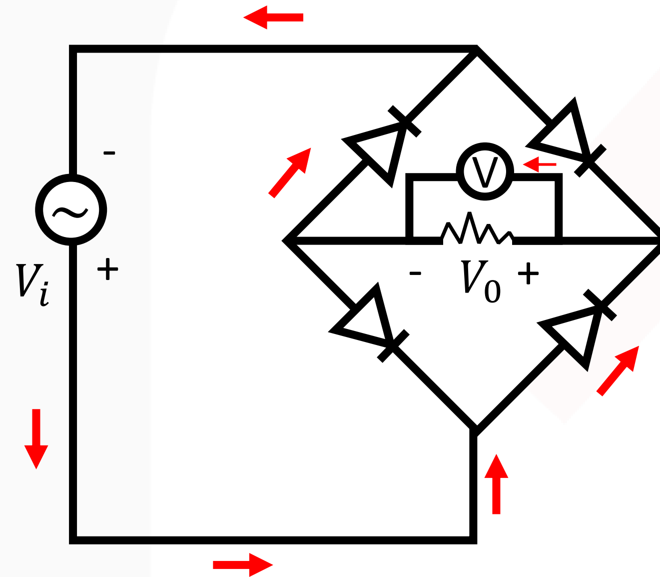
Half Wave Rectifier/ অর্ধতরঙ্গ Rectifier

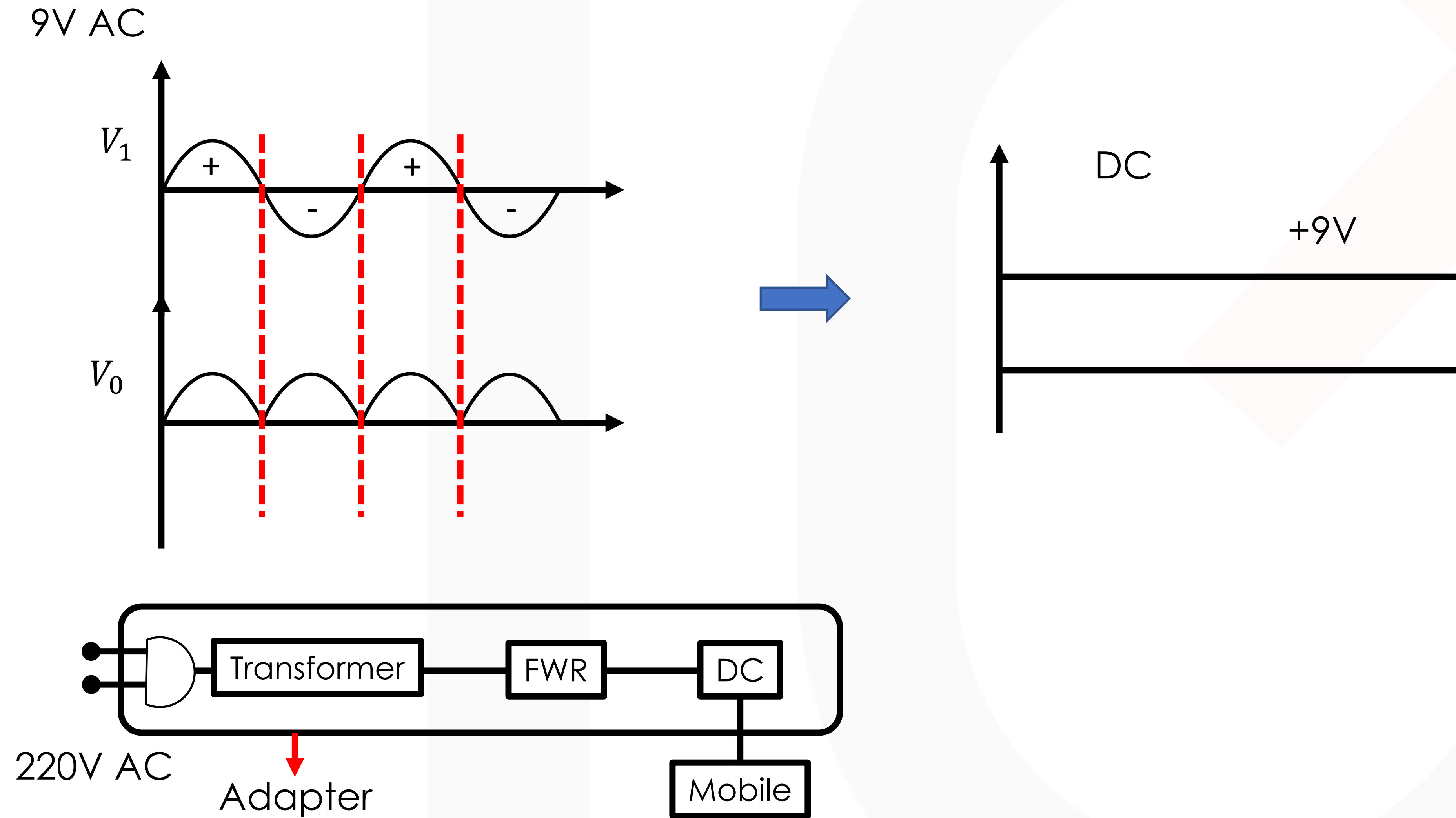


ছাঁকন (Rectification)

❑ Full Wave Rectifier:



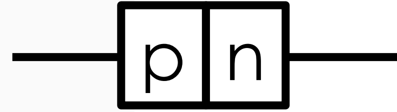


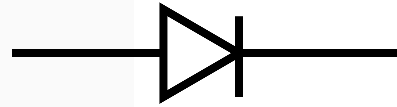


DC

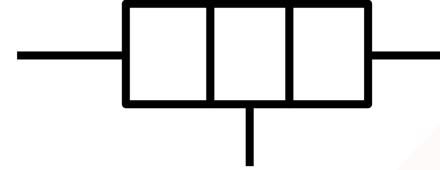
+9V

ট্রানজিস্টর



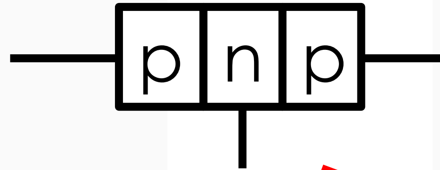


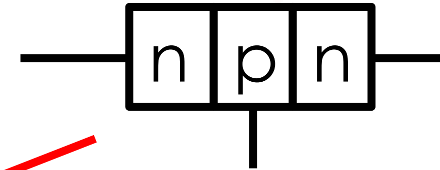
ডায়োড



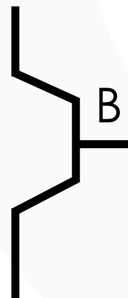
ট্রানজিস্টর (Transistor)

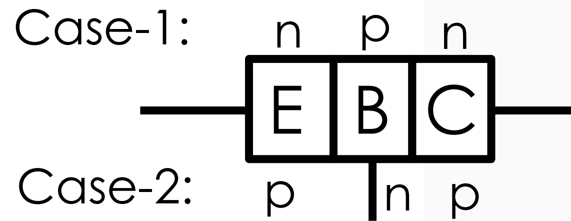
ইহা একটি ট্রায়োড





Transistor:

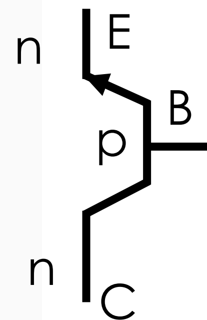


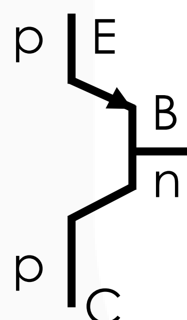


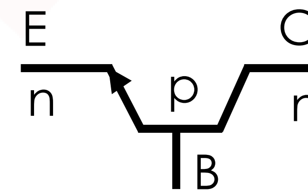
B: Base (পীঠ)

E: Emitter (নি:সারক)

C: Collector (সংগ্রাহক)



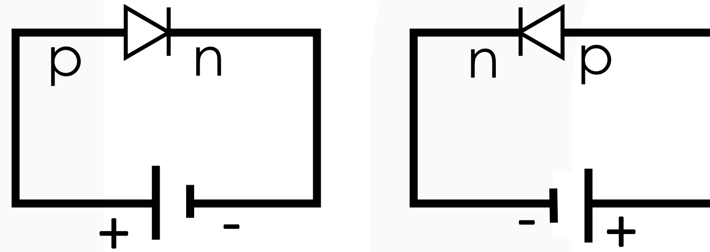




- তীর চিহ্ন যে Port এ (→) থাকবে, সেটা Emitter.
- p n তীর চিহ্ন (→) দ্বারা ডায়োড নির্দেশ করে।

❖ কার্যপ্রণালী

✓ E-B জাংশনকে সবসময় Forward Bias এ রাখতে হয়।

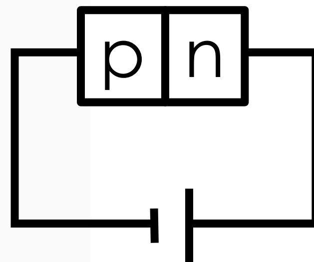


Hint:

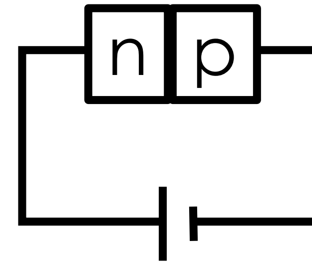
p কে +

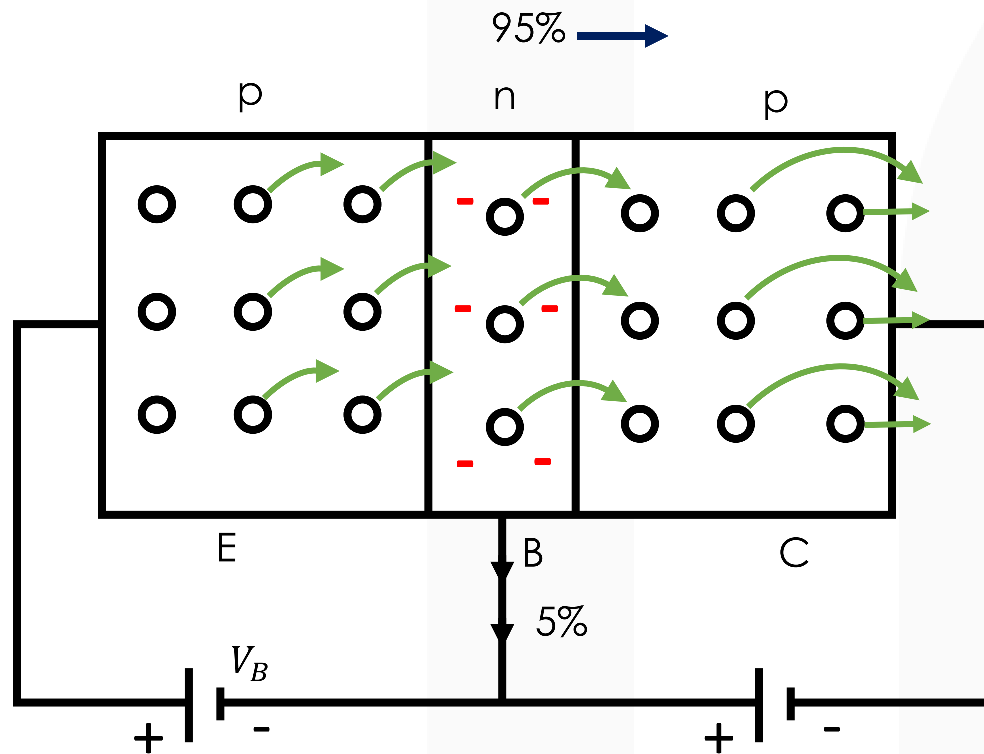
n কে -

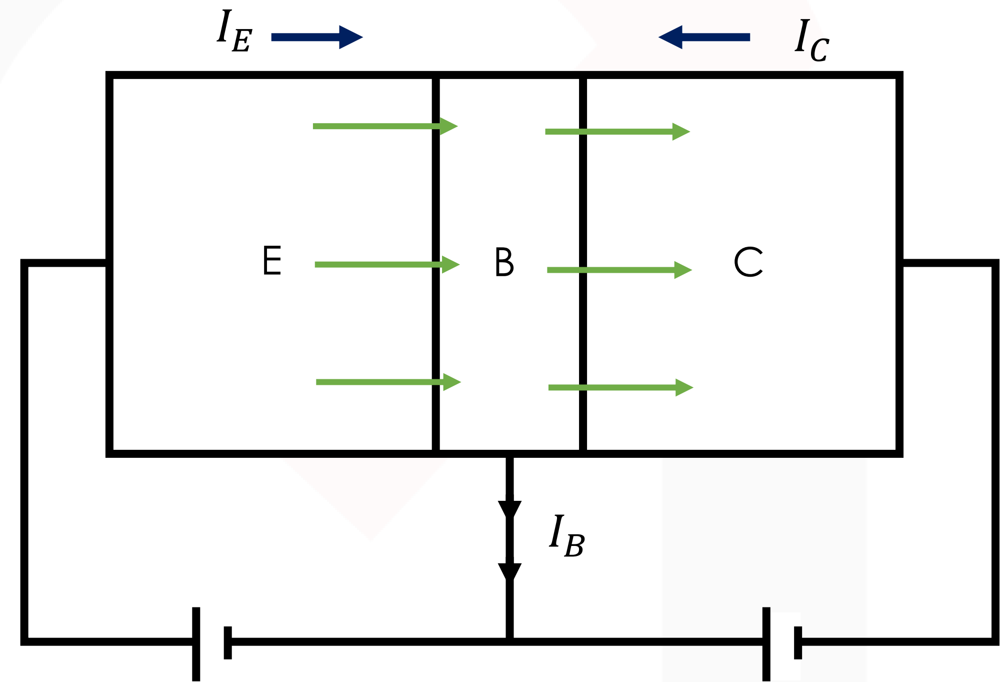
✓ C-B জাংশনকে সবসময় Reverser Bias এ রাখতে হয়।



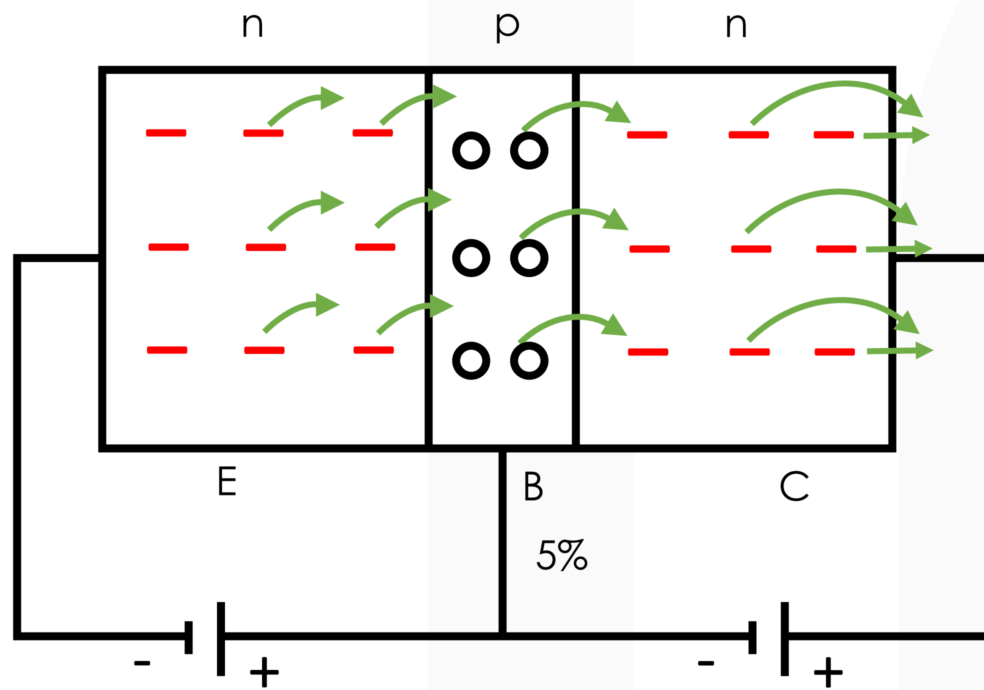
বা,

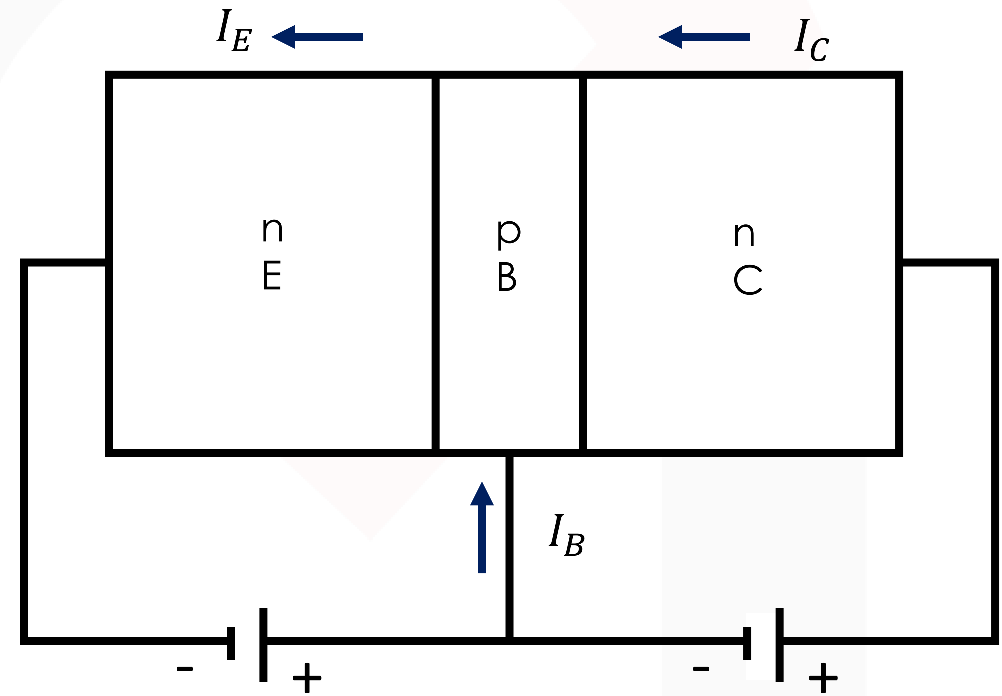






$$I_E = I_B + I_C$$


n
p
n
E
B
C
5%
-
+
-
+


I_E
I_C
n
E
p
B
n
C
I_B
-
+
-
+

$I_E = I_B + I_C$

$I_B \rightarrow$ খুবই কম

$I_E \approx I_C$

$\alpha = \frac{I_C}{I_E}$

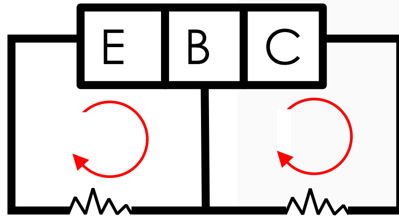
$\beta = \frac{I_C}{I_B}$

$\alpha = \frac{I_C\downarrow}{I_E\uparrow} < 1$

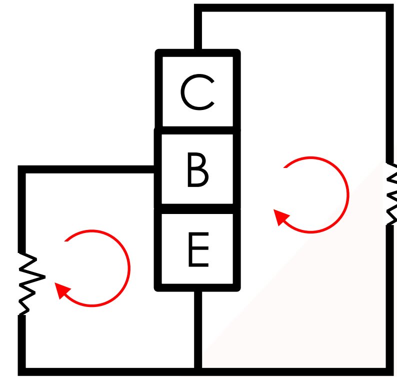
$\alpha = 0.99$

$\beta = \frac{I_C}{I_B\downarrow\downarrow} = 99, 100 \dots \dots \dots$

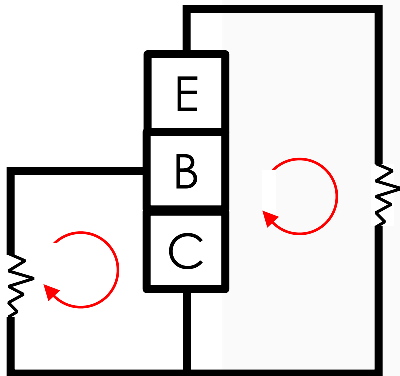




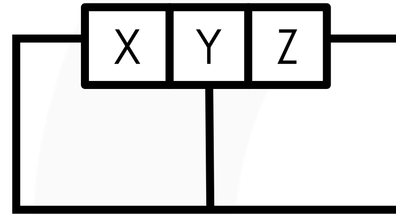
Common Base



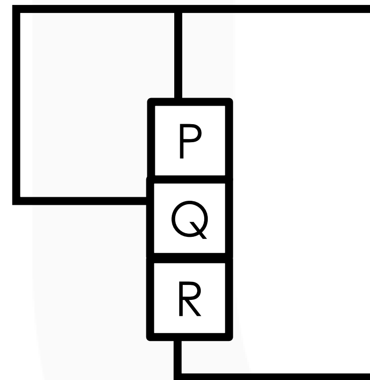
Common Emitter



Common Collector

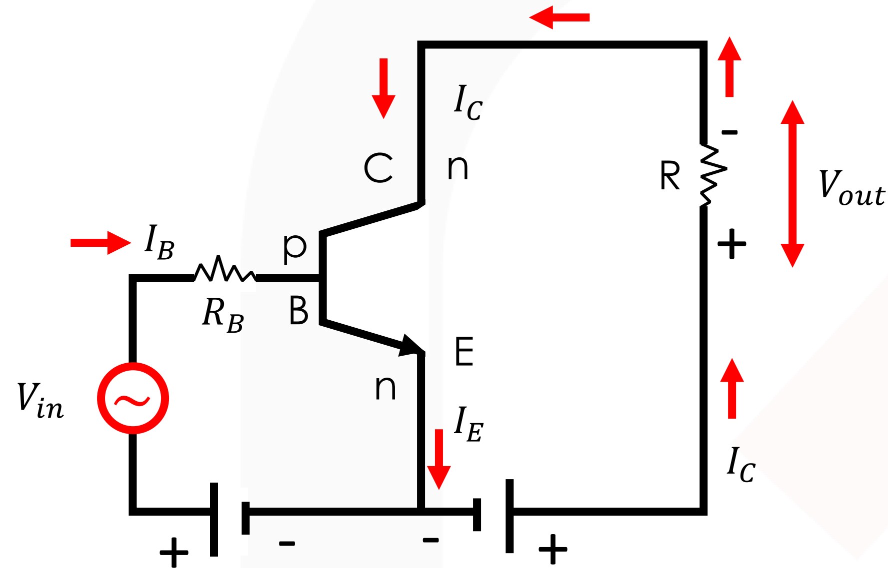


Common Y



Common P

❑ Common Emitter (সাধারণ সংগ্রাহক)



$$I_E = I_C + I_B$$

$$I_E \approx I_C$$

$$\beta = \frac{I_C}{I_B}$$

$$\alpha = \frac{I_C}{I_E}$$

$$V_{out} = I_C R$$

$$V_{in} = I_B R_B$$

Amplification (বিবর্ধন):

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{I_C R}{I_B R_B} = \beta \frac{R}{R_B} = \beta \frac{R_{out}}{R_{in}}$$

$$A_V = \beta \frac{R_{out}}{R_{in}}$$

কারেন্ট বিবর্ধন: (প্রবাহ বিবর্ধন):

$$\frac{I_{out}}{I_{in}} = \frac{I_C}{I_B} = \beta$$

ক্ষমতার বিবর্ধন:

$$\frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{I_C^2 R_{out}}{I_B^2 R_{in}}$$

$$A_P = \beta^2 \frac{R_{out}}{R_{in}}$$

গাণিতিক সমস্যা

❑ **একটি কমন এমিটার ট্রানজিস্টার এমপ্লিফায়ার এর আউটপুট রোধ $550\ k\Omega$ এবং প্রবাহ বিবর্ধনর 55। যদি এম্লিফায়ারের ইনপুট রোধ 250Ω হয়, তাহলে এমপ্লিফায়ারের ক্ষমতা বিবর্ধন কত=?**

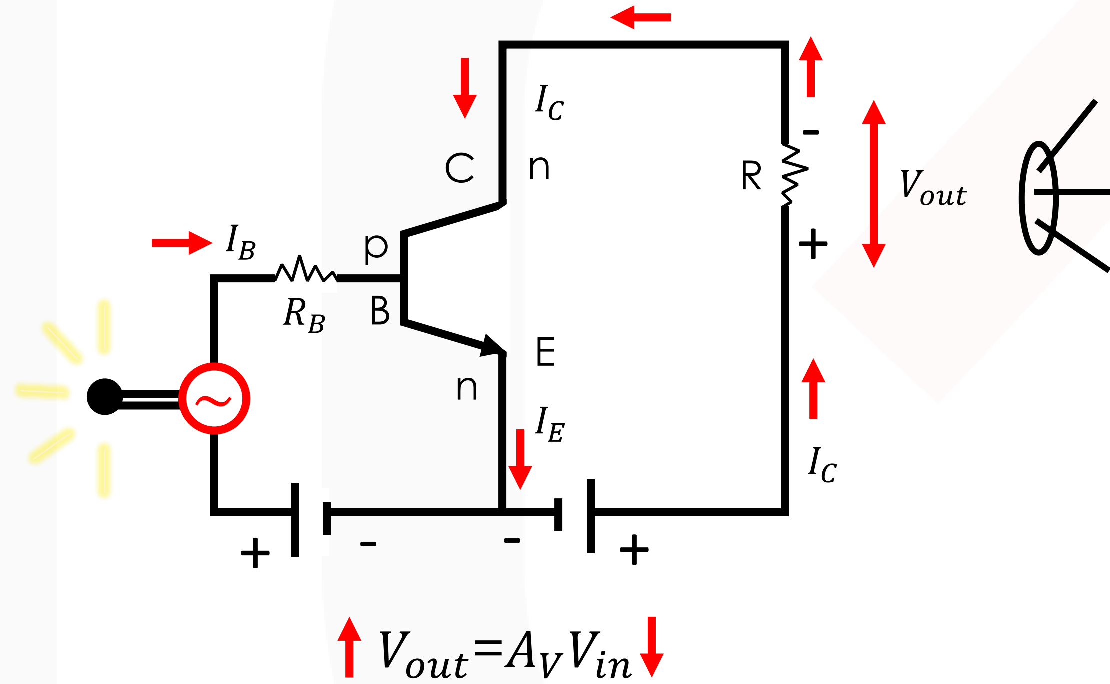
$$\Longrightarrow A_P = \beta^2 \frac{R_{out}}{R_{in}}$$

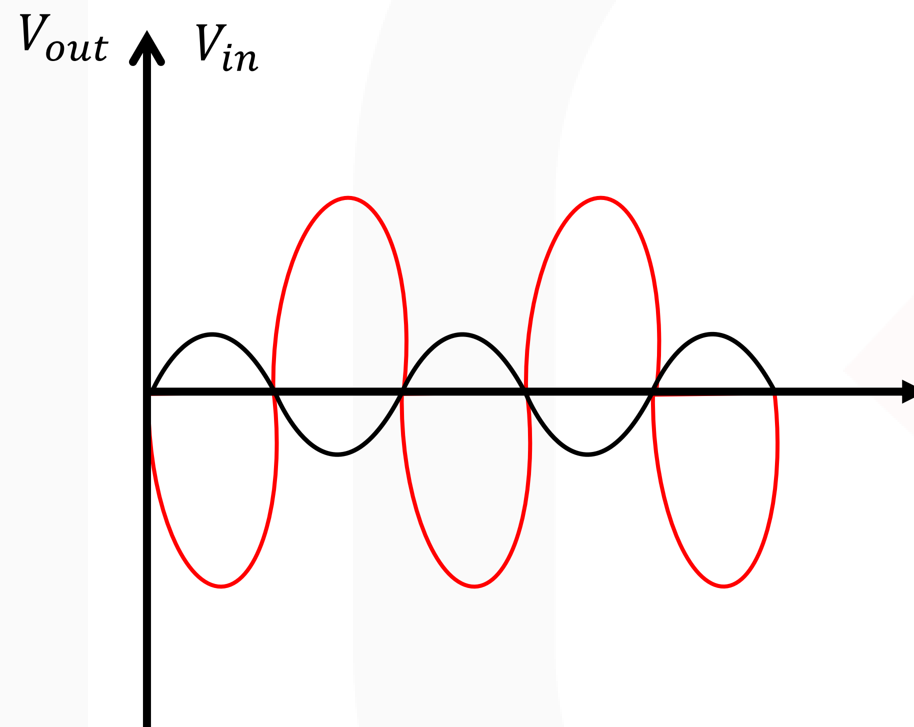
$$= 55^2 \times \frac{550\times10^3}{250}$$

$$= 6.655 \times 10^6$$

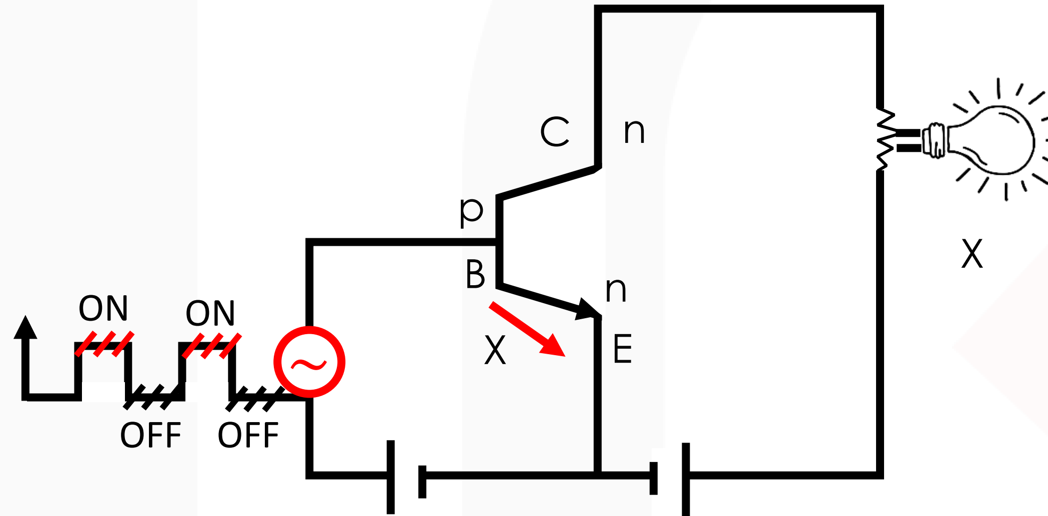
গাণিতিক সমস্যা

❑ ট্রানজিস্টর কীভাবে এমপ্লিফায়ার হিসেবে কাজ করে?




V_{out}
V_{in}

সুইচ:



$$I_E = I_B + I_C$$

$$\Delta I_E = \Delta I_B + \Delta I_C$$

$$\beta = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_B}$$

$$= \frac{\Delta I_C}{\Delta I_E - \Delta I_C} = \frac{\frac{\Delta I_C}{\Delta I_E}}{\frac{\Delta I_E}{\Delta I_E} - \frac{\Delta I_C}{\Delta I_E}}$$

$$= \frac{\alpha}{1-\alpha} = \beta$$

❖ $(I_C = 5mA, I_B = 100mA)$ $\alpha, \beta, I_E = ?$

$\Longrightarrow I_E = I_B + I_C$

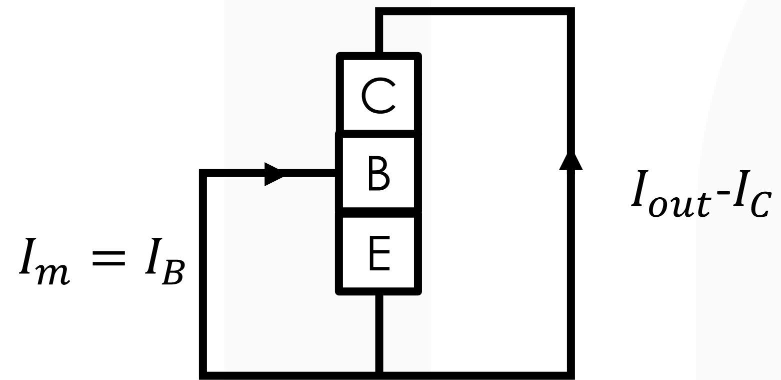
$= 100 \times 10^{-6} + 5 \times 10^{-3} = 5.1 \times 10^{-3}$

$I_E = 5.1\ mA$

$\alpha = \frac{I_C}{I_E} = \frac{5}{5.1} = 0.98$

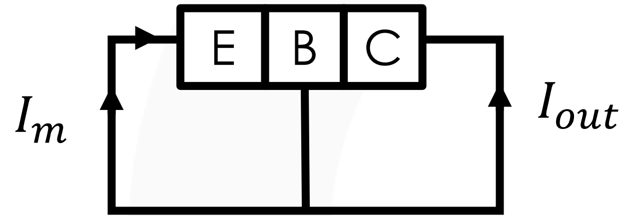
$\beta = \frac{I_C}{I_B} = \frac{5\times10^{-3}}{100\times10^{-6}} = 50$

❖ Common Emitter:



প্রবাহ বিবর্ধক গুণক, $= \frac{I_{out}}{I_{in}} = \frac{I_C}{I_B} = \beta(CE)$

❖ Common Base:



$I_{in} = I_E$

$I_{out} = I_C$

$\frac{I_{out}}{I_{in}} = \frac{I_C}{I_E} = \alpha$

প্রবাহ বিবর্ধন গুণক, $\alpha(CB)$

10 MINUTE SCHOOL

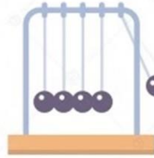


পদার্থবিজ্ঞান ২য় পত্র

সেট-১

Solve





10 MINUTE SCHOOL

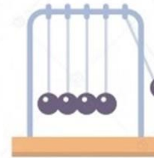


পদার্থবিজ্ঞান ২য় পত্র

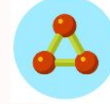
সেট-২

Solve



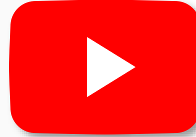




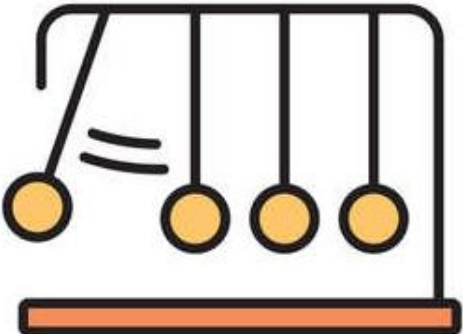


Physics 1st Paper

এইচ এস সি ২১ শর্ট সিলেবাসের পদার্থবিজ্ঞান ১ম পত্রের ক্লাস গুলো পেতে নিচের বাটনে ক্লিক করো



Physics 2nd Paper



এইচ এস সি ২১ শর্ট সিলেবাসের পদার্থবিজ্ঞান ২য় পত্রের ক্লাস গুলো পেতে নিচের বাটনে ক্লিক করো

